

# Rasipni induktivitet transformatora

---

Čvek, Kristijan

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:200:064559>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-14**

*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**  
**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I**  
**INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA**

**Sveučilišni studij**

**RASIPNI INDUKTIVITET TRANSFORMATORA**

**Završni rad**

**Kristijan Čvek**

**Osijek, 2019.**

## SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
1.1 Opis zadatka.....	2
2. OSNOVE MAGNETIZMA.....	3
2.1 Maxwellove jednađbe.....	3
2.2 Magnetsko polje.....	4
2.3 Elektromagnetski zakoni.....	5
2.4 Magnetski materijali.....	9
2.5 Magnetski krugovi.....	13
3.TRANSFORMATORI.....	15
3.1 Idealni transformator.....	16
3.2 Realni transformator.....	21
3.3 Pokus praznog i kratkog spoja.....	23
3.4 Kappov trokut.....	25
4. RASIPNI INDUKTIVITET TRANSFORMATORA.....	28
4.1 Rasipni magnetski tok u transformatorima.....	32
5.ANALIZA RASIPNOG INDUKTIVITETA TRANSFORMATORA.....	39
6.ZAKLJUČAK.....	53
LITERATURA.....	54

---

## 1. UVOD

Rasipni induktivitet transformatora je parametar transformatora kojime se na razini modela transformatora modelira magnetsko polje uzrokovano strujama primara i sekundara, a koje nije ulančano sa zavojima drugih namota. Sukladno tome, svakome namotu na razini modela pripisujemo odgovarajući rasipni induktivitet. Iznos rasipnog induktiviteta može se odrediti računski primjenom teorije polja i valova na odgovarajući magnetski krug te mjerenjem (npr. pokus kratkog spoja).

Rasipni induktivitet po svojoj prirodi nije niti poželjan niti nepoželjan, u nekim primjenama nastoji se postići što je mogući veći njegov iznos, a u drugim što manji. Na primjer, u normalnom radu elektroenergetskog sustava rasipni induktivitet treba biti što manji, ali tijekom kratkog spoja poželjno bi bilo da bude što veći jer potpomaže ograničavanju iznosa struja kratkih spojeva. Kao kompromisno rješenje uobičajeno se odabiru transformatori kojima je napon kratkog spoja (veličina direktno vezana za iznos rasipnog induktiviteta, (Poglavlje 3.3 )) između 5 i 15 % . Kod transformatora za elektrolučno zavarivanje isključivo želimo da oni budu takvi da im je rasipni induktivitet što je moguće veći kako bi se struja kratkog spoja ograničila na iznos koji je potreban za normalno gorenje električnog luka.

Za bolje razumijevanje pojma rasipnog induktiviteta biti će iznijeti osnovni zakoni magnetizma, te opis električnih karakteristika transformatora. Ansoft Maxwellovim programom se može konstruirati i analizirati elektromagnetski uređaji. Simulacijom i analizom u Ansoft Maxwellu zaključuje se kako se ponaša rasipni induktivitet u transformatorima.

## 1.1 Opis zadatka

U završnom radu potrebno je izložiti fizikalne osnove i teoriju rada transformatora. Osvrnuti se na vrste transformatora, specifičnosti i područja njihove primjene. Prikazati i opisati ekvivalentne sheme transformatora. Posebnu pažnju posvetiti opisu rasipnog magnetskog toka transformatora i njegovom modeliranju. U dogovoru s mentorom/sumentorom odabrati primjer ili više njih za analizu te na odabranim primjerima opisati sve korake pri korištenju odgovarajućeg programskog paketa (ANSYS ili slični). Rezultate prema mogućnosti provjeriti analitičkim izrazima ili drugim metodama. Izlaganje je potrebno poduprijeti izračunima, grafičkim prikazima, shemama i prema mogućnosti mjerenjima.

## 2. OSNOVE MAGNETIZMA

### 2.1 Maxwellove jednadžbe

Da bih izravno pristupili proučavanju elektromagnetskih polja i njihovom ponašanju, može se započeti sa Maxwellovim jednadžbama. Maxwellove jednadžbe su čisti temelj elektrotehnike i čine klasičnu elektromagnetsku teoriju. Maxwellove jednadžbe sadrže sve prirodne zakone elektromagnetizma. Sva druga proširenja teorije, nastala su iz ovih jednadžbi [2]. Postoje dva zapisa Maxwellovih jednadžbi u diferencijalnom obliku ili integralnom [2]. Maxwellove jednadžbe sadrže četiri glavna zakona elektrotehnike koji opisuju ponašanje električnog i magnetskog polja [2]. Ta četiri zakona su Gaussov zakon ili Coulombov zakon, Ampereov zakon, Faradayev zakon indukcije i drugi Gaussov zakon to jest nepostojanje slobodnih magnetskih naboja [2].

Maxwellove jednadžbe u diferencijalnom obliku [2]:

1. Gaussov zakon (Coulombov zakon):

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0}. \quad (2-1)$$

2. Ampereov (poopćeni) zakon:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left( J_s + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right). \quad (2-2)$$

3. Faradayev zakon indukcije:

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial B}{\partial t}. \quad (2-3)$$

4. drugi Gaussov zakon (nepostojanje slobodnih magnetskih naboja):

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (2-4)$$

Ovakav zapis Maxwellovih jednadžbi dobar je za proučavanje u mirnim elektromagnetskim poljima [2].

Maxwellove jednadžbe u integralnom zapisu [2]:

1. Gaussov zakon(Coulombov zakon):

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E} \cdot n d\vec{S} = \int \rho_s dV = Q . \quad (2-5)$$

2. Ampereov (poopćeni) zakon:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int \mu_0 J_s \cdot n d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int \mu_0 \varepsilon_0 \vec{E} \cdot n d\vec{S} . \quad (2-6)$$

3. Faradayev zakon indukcije:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot n d\vec{S} . \quad (2-7)$$

4. drugi Gaussov zakon(nepostojanje slobodnih magnetskih naboja):

$$\oint \vec{B} \cdot n d\vec{S} = 0 . \quad (2-8)$$

Integralni izrazi Maxwellovih jednadžbi daju raspodjelu polja u unutrašnjosti cijelog područja.

## 2.2 Magnetsko polje

Gustoću magnetskog toka (žargonski magnetsku indukciju), oznaka  $\vec{B}$  predstavljamo silnicama magnetske indukcije ili vektorima. Ponekad je jedan opis pregledniji od drugoga, a u brojnim slučajevima ih i kombiniramo. Silnice ili linije sile krivulje kojih tangenta u svakoj točki pokazuje u pravcu djelovanja polja. Silnice su dakle geometrijski opis magnetskog polja [3].

Gustoću silnica povezujemo s jakošću magnetske indukcije i kažemo da je broj silnica koje sijeku neku površinu, okomitu na njihov smjer, jednak jakosti magnetske indukcije  $\vec{B}$ . Magnetsku indukciju onda možemo izraziti kao gustoćom silnica.[3]

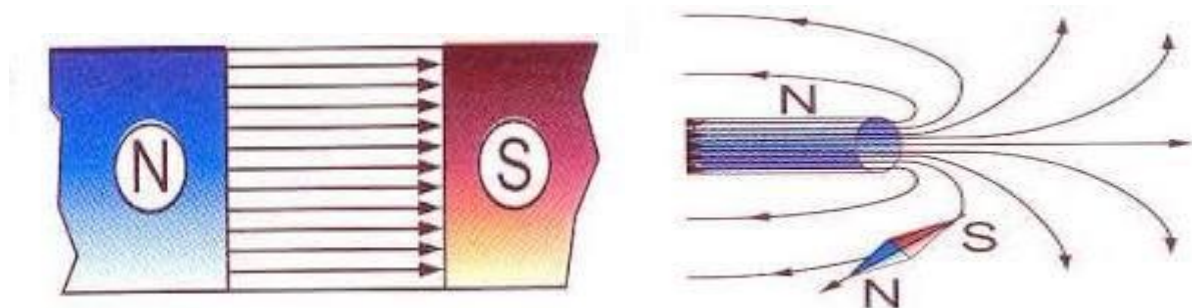
Ukupni broj silnica magnetske indukcije koje prolazi danom površinom nazivamo magnetski tok  $\Phi$  [3].

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \vartheta \, dS . \quad (2-9)$$

Ako je polje magnetske indukcije  $B$  homogeno i okomito na površinu  $S$  onda vrijedi [3] :

$$\phi = BS . \quad (2-10)$$

U SI-jedinicama magnetski tok od jedne silnice naziva jedan veber(Wb). Kako je magnetska indukcija zapravo gustoća magnetskog toka, to je SI-jedinica za nju jedan veber/m<sup>2</sup>, (Wb/m<sup>2</sup>). U čast našeg velikog izumitelja Nikole Tesle ta se jedinica naziva tesla(T) [3].



**Slika2.1** Prikaz magnetskih silnica homogenog i nehomogenog magnetskog polja

### 2.3 Elektromagnetski zakoni

Jedan od osnovnih zakona u magnetizmu je Ampereov zakon protjecanja. Ampereov zakon protjecanja govori da iznos integrala magnetskog polja duž zatvorene petlje jednak broju amper zavoja koju ta ista petlja obuhvaća [1].

$$\oint H \, dl = I . \quad (2-11)$$



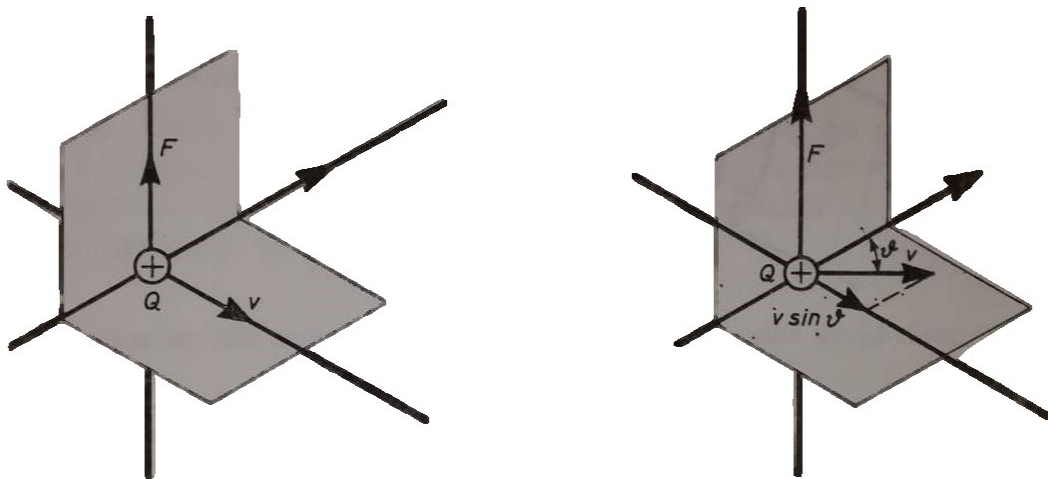
U jednadžbi(2.1-1)  $H$  je jakost magnetskog polja, a  $dl$  je diferencijalni element duljine konture duž koje se obavlja integracija i  $I$  je ukupna jakost električne struje u toj istoj petlji [2-3].

Uz ampereov zakon protjecanja Lorentzova sila (Slika2.2) ima ključnu ulogu za razumjevanje magnetizma.

Lorentzova sila je sila kojom magnetsko polje indukcije  $B$  djeluje na naboj u gibanju [2-3]. Iz mehanike znamo da će djelovanje neke sile na česticu biti uzrok promjene brzine gibanja, što za posljedicu ima promjenu kinetičke energije čestice [2-3]. Pri gibanju nabijene čestice u elektromagnetskom polju polje će, djelujući Lorentzovom silom na naboj, obaviti rad koji će biti utrošen na promjenu brzine i smjer gibanja čestice [2-3]. To će za posljedicu imati promjenu ukupne energije nabijene čestice [2-3]. Iskustvo nas uči da na naboj koji se giba u polju magnetske indukcije  $B$  djeluje sila  $F$  koja ovisi o veličini toga naboja  $Q$ , njegovoj brzini  $v$  i relativnom smjeru te brzine prema smjeru magnetske indukcije  $B$  [3]. Postavljamo:

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B} . \quad (2-12)$$

Gdje je  $E$  električno polje, izražava se u jedinicama volta po metru (V/m), a  $B$  gustoća magnetskog toka ( $B$  polje), a izražava se u jedinicama tesla (T),  $F$  je sila kojom to elektromagnetsko polje djeluje na električni naboj ta sila a izražava se u njutnima (N).



**Slika 2.2** Sila na naboj koji se giba u homogenom magnetskom polju; (a) brzina  $v$  i indukcija  $B$  su međusobno okomite; (b) brzina  $v$  i indukcija  $B$  nisu međusobno okomite [3]

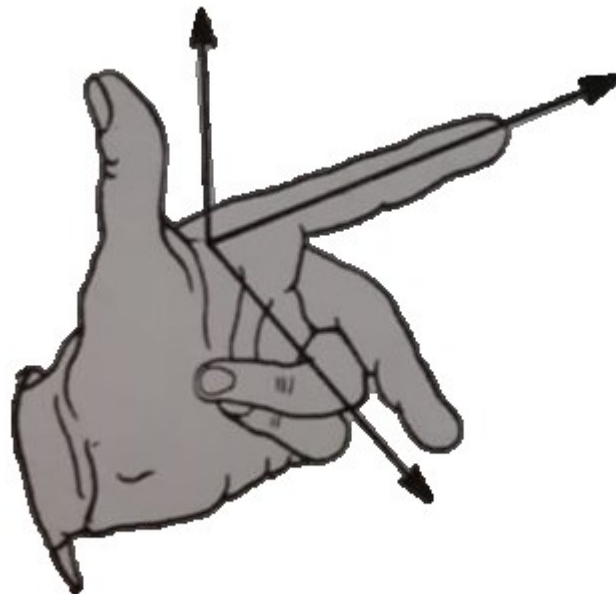
Ako postavimo koordinatnu os  $X$  u smjeru magnetske indukcije, a os  $Y$  u smjeru brzine, tada sila djeluje u smjeru osi  $Z$ , to jest okomito na ravninu  $XY$  [3]. U tom slučaju sila je [3]:

$$F = QvB . \quad (2-13)$$

Ako magnetska indukcija i brzina nisu međusobno okomite, nego zatvaraju neki kut u tom slučaju sila je:

$$F = QvB \sin \vartheta . \quad (2-14)$$

Jednostavno mnemotehničko pravilo (Slika2.3) će nam omogućiti da, poznavajući smjer gibanja i smjer magnetske indukcije, da odredimo smjer djelovanja sile na naboj u gibanju. Njihove odnose možemo opisati tako zvanim pravilom lijeve ruke [3]. Postavimo li kažiprst lijeve ruke u smjer djelovanja indukcije, a srednji prst u smjer gibanja naboja tada će magnetska sila djelovati u smjeru ispruženog palca [3].

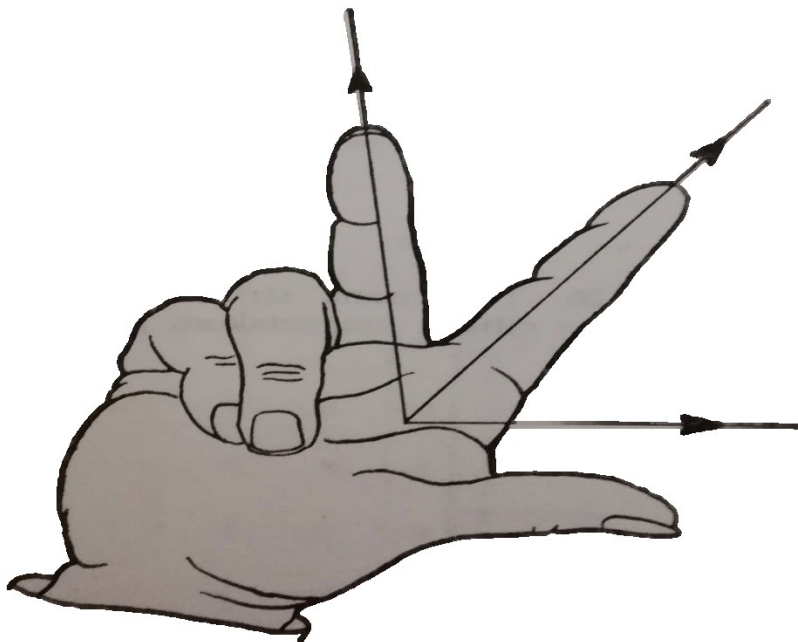


**Slika2.3** Pravilo lijeve ruke za određivanje smjera djelovanja sile na naboj u gibanju [3]

Faradayev zakon elektromagnetske indukcije nam daje opći izraz za elektromotornu silu ems. Faradayev zakon nam kaže da promjena magnetskog toka kod gibanja vodiča kroz magnetsko polje daje negativnu promjenu toka jer se taj tok kroz petlju smanjio [3]. Izraz za induciranu elektromotornu silu  $\varepsilon$  je [3]:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} . \quad (2-15)$$

Da bismo mogli odrediti smjer gibanja ems koristimo pravilo desne ruke (Slika 2.4) [3]. Usmjerimo li palac desne ruke u smjeru gibanja vodiča, a kažiprst u smjeru magnetske indukcije, tada nam srednji prst pokazuje smjer inducirane elektromotorne sile, odnosno inducirane struje [3].



**Slika 2.4** Pravilo desne ruke za smjer određivanja inducirane struje [3]

Lenz je došao do pravila kojim se često koristimo za određivanje smjera inducirane elektromotorne sile koje se jednostavno naziva Lenzovo pravilo [3].

Ono kaže da inducirana ems ima uvijek smjer suprotan uzroku koji ju je stvorio. Ako je inducirana ems nastala zbog gibanja vodiča, inducirana ems će u tom vodiču dati struju takvog smjera da će sila vanjskog polja na vodič djelovati u smjeru suprotnom gibanju [3].

Ako vodič je mirovao, a do inducirane ems je došlo zbog promjene magnetskog polja, onda će nastala inducirana ems nastojati spriječiti tu promjenu, to jest ako se magnetski tok kroz petlju smanjuje, inducirana struja u petlji će biti takvog smjera da stvara novi dodatni magnetski tok kroz petlju i obratno [3].

## 2.4 Magnetski materijali

Magnetska svojstva materijala moguće je objasniti međudjelovanjem vanjskog magnetskog polja i magnetskih momenata atoma i molekula materijala [4]. Svaki elektron može se nadomjestiti ekvivalentnom petljom koja omeđuje malenu površinu, a struja petlje teče suprotno od smjera elektrona [4]. Magnetsko polje te petlje na većoj udaljenosti jednako je magnetskom polju dipola, a magnetski moment dipola glasi [4]:

$$\vec{m} = Id\vec{S} . \quad (2-16)$$

Magnetski materijali se dijele na: dijamagnetske, paramagnetske, feromagnetske, antiferomagnetske i ferimagnetske materijale [4].

Dijamagnetski materijali su zapravo ne magnetski materijali zato što svaki atom ne sadrži magnetski dipolni moment. Prolaskom kroz dijamagnetske materijale silnice magnetskog polja se šire,  $\mu_r < 1$  [4].

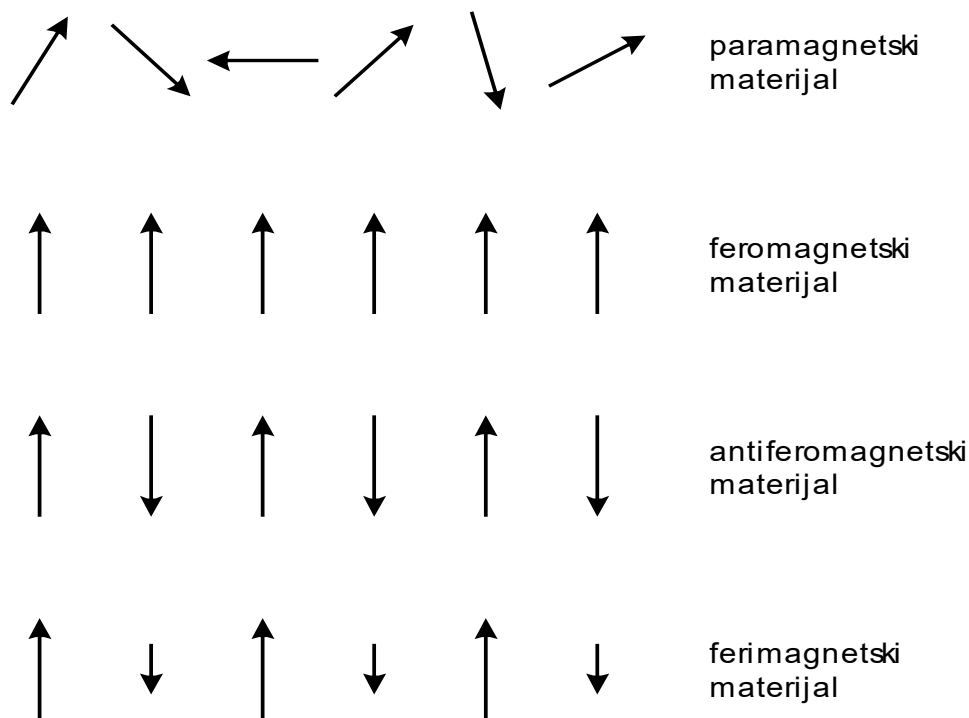
Paramagnetski materijali imaju zanemariv međusobni utjecaj magnetskih momenata atoma pa su oni proizvoljno orijentirani [4]. Djelovanjem vanjskog magnetskog polja magnetski dipoli se zakreću u pravcu polja i materijal se magnetizira. Silnice kontinuirano prolaze kroz paramagnetske materijale,  $\mu_r \sim 1$  [4].

Kod feromagnetskih materijala međusobni utjecaj magnetskih dipola susjednih atoma je takav da su oni jednakih iznosa, paralelni i istog smjera [4]. Prolaskom kroz feromagnetske materijale silnice magnetskog polja se skupljaju,  $\mu_r \gg 1$  [4].

Kod antiferomagnetskih materijala međusobni utjecaj magnetskih dipola susjednih atoma je takav da su oni jednakih iznosa, paralelni i suprotnog smjera [4].

Ferimagnetski materijali imaju međusobni utjecaj magnetskih dipola susjednih atoma takav da su oni različitog iznosa, paralelni i suprotnog smjera [4].

Možemo zaključiti da je magnetizacija kod feromagnetskih materijala jako izrazita, kod antiferomagnetskih materijala jednaka nuli, a kod ferimagnetskih materijala različita od nule (Slika2.5) [4].



**Slika2.5** Atomski razmještaj magnetskog momenta [4]

Makroskopska veličina koja opisuje stupanj magnetizacije materijala je vektor magnetizacije koji je definiran omjerom zbroja magnetskih dipola i obujma [1-4].

$$\vec{M} = \frac{(\sum \vec{m})_{\Delta V}}{\Delta V} \quad (2-17)$$

Vektori jakosti magnetskog polja  $\vec{H}$  i magnetske indukcije  $\vec{B}$  i magnetizacije su povezani [1-4]:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} . \quad (2-18)$$

$\mu_0$  je permeabilnost vakuuma ( $\mu_0=4\pi 10^{-7}$  H/m). Za linearne magnetske materijale, kao što su dijamagnetski i paramagnetski vrijedi ova linearna ovisnost [1-4]:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}. \quad (2-19)$$

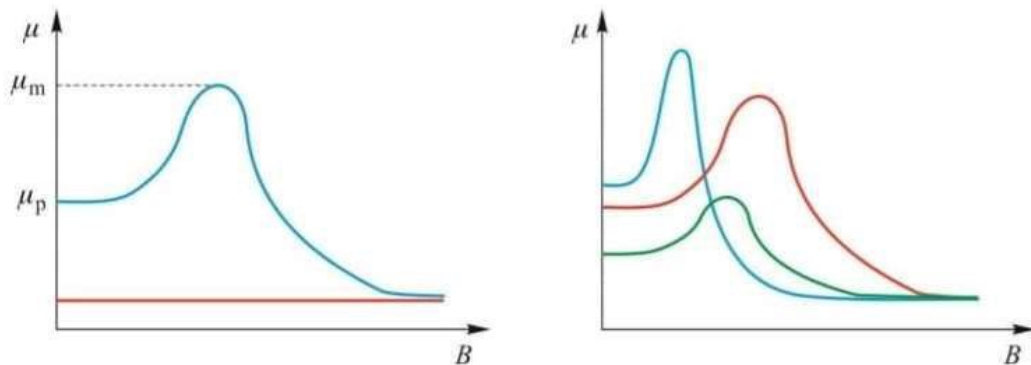
$\chi_m$  je magnetska susceptibilnost.

Konačno uvrštavanjem jednadžbi dobivamo [1-4]:

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} \quad (2-20)$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m. \quad (2-21)$$

$\mu_r$  je relativna permeabilnost. Za feromagnetske, antiferomagnetske i ferimagnetske materijale ovisnost između magnetske indukcije i magnetskog polja te magnetizacije i magnetskog polja nije linearna, pa im relativna permeabilnost nije konstantna (Slika 2.6) [1-4].



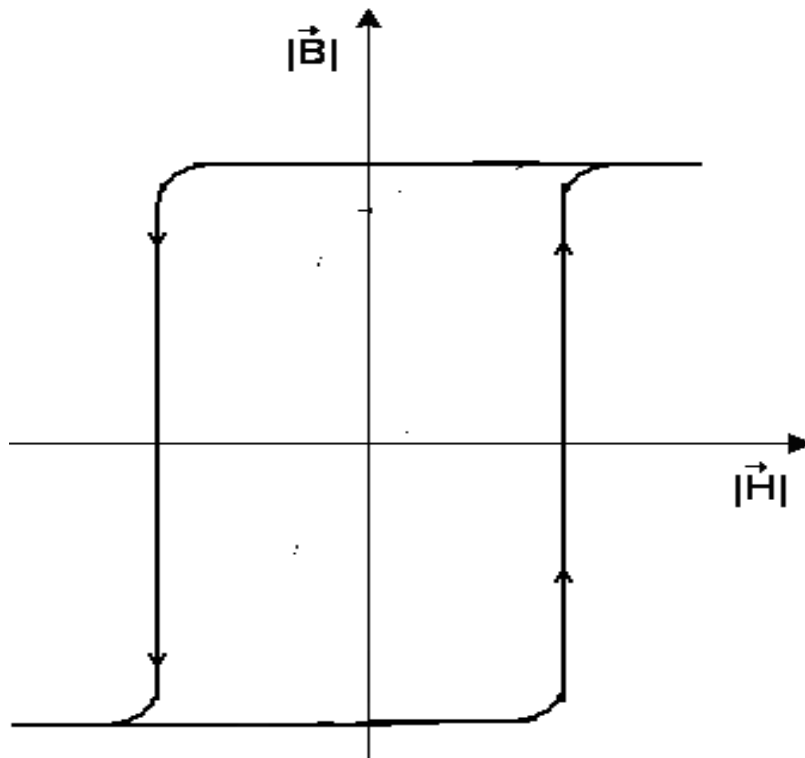
**Slika 2.6** Ovisnost permeabilnosti o magnetskoj indukciji [6]

Prema slici 2.5 vidimo da na krivulji permeabilnosti možemo pričitati vrijednosti početne permeabilnosti  $\mu_p$  i maksimalne permeabilnosti  $\mu_m$  [6].

Pojavu koja uzrokuje da magnetska indukcija zaostaje iza jakosti magnetskog polja, tako da krivulja magnetiziranja za rastuća i padajuća polja nije ista, nazivamo histereza [6]. Petlja koja prikazuje krivulju magnetiziranja naziva se petlja histereze (Slika 2.7) [6].

Ako je materijal doveden do zasićenja na oba kraja krivulje magnetiziranja, petlju nazivamo zasićena, ili glavna petlja histereze [2]. Zaostala gustoća toka  $B_r$  u zasićenoj petlji naziva se remanentna indukcija, a koercitivna sila  $H_c$  na toj petlji se naziva koercitivnost[2].

Tako da je remanencija ( $B_r$ ) materijala maksimalna vrijednost koju zaostala indukcija može poprimiti, a koercitivnost je maksimalna vrijednost koju može poprimiti koercitivna sila ( $H_c$ ) [2]. Prema tome nema točke koja bih se mogla nalaziti izvan zasićene petlje histereze, ali su sve točke unutar petlje moguće [2]. U mekim materijalima ili onima koji se lagano magnetiziraju, petlja histereze je uska, s malom površinom koju zatvara petlja [2]. U tvrdim materijalima petlja histereze je široka, s velikom površinom koju zatvara petlja [2].



Slika2.7 Petlja histereza [2]

Petlja histereza zajedno sa vrtložnim strujama predstavlja gubitke. Histerezni gubici su razmjerni površini krivulje, zbog toga meki feromagnetski materijali se rabe za magnetske krugove izloženi djelovanju izmjeničnih magnetskih polja [4]. Tvrdi feromagnetski materijali koriste se za izradu stalnih (permanentnih) magneta [4].

Gubici zbog vrtložnih struja su razmjerni kvadratu frekvencije, debljini uzorka feromagnetika, električnoj provodnosti i magnetskoj indukciji [4].

Da bi se ovi gubici smanjili magnetski krugovi i magnetski materijali se izrađuju od limova ili traka feromagnetskog materijala međusobno elektroizoliranih svilastim papirom, uljnosmolastim lakovima, oksidacijom ili fosfatiranjem površine [4]. Gubici zbog histereze se povećavaju smanjivanjem feromagnetskog materijala pa je optimalna debljina limova od 0,35mm do 0,5mm za izmjenična magnetska polja [4].

## 2.5 Magnetski krugovi

U kontekstu ovoga rada, magnetskim krugom se naziva svrsishodno načinjena geometrija kojom se oblikuje magnetsko polje tj. utječe na njegova svojstva. Uobičajeno je su poznati podatci o tome kakovi parametri polja trebaju biti u određenom dijelu prostora (npr. zračni raspore ili neki drugi dio stroja), te kakve su osnovne dimenzije i izgled stroja, a potrebno je odrediti potreban broj amperzavoja uzbudnog namota kojime se postižu željeni parametri polja [2,5].

Formiranje magnetskih krugova temeljno na činjenici da prostor statičkog magnetskog polja možemo podijeliti u sustav elementarnih cijevi toka koje nazivamo elementarne silocijevi [2,5]. Osnovne značajke silocijevi su da magnetski tijek  $d\phi$  kroz elementarnu silocijev je konstantan, odnosno jednak u svakom njezinom presjeku, zatvorene su same u sebe i poprečni presjek  $dS$  i permeabilnost  $\mu$  mogu se mijenjati duž silocijevi [2,5]. Ako na zatvorenu krivulju kroz os silocijevi primijenimo jednadžbu magnetskog polja dobivamo [2,5]:

$$\oint H dl = NI = \theta . \quad (2-22)$$

Ovaj gornji izraz (2.5-1) često nazivamo magnetomotornom silom [2,5]:

$$\phi = \frac{NI}{\oint \frac{1}{\mu S} dl} \quad (2-23)$$

Nazivnik izraza (2.5-2) nazivamo magnetskim otporom ili reluktancijom [2,5]:

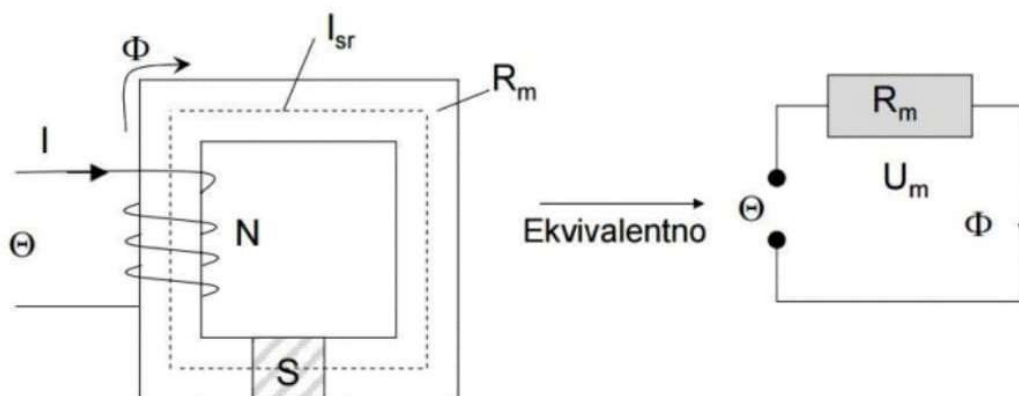
$$R_m = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S} \quad (2-24)$$



Linearni magnetski krug je najjednostavniji magnetski krug gdje je permeabilnost  $\mu$  konstantna. Odličan primjer linearnog magnetskog kruga je zavojnica namotana na torusnu jezgru [5]. U nelinearnom magnetskom krugu permeabilnost nije jednaka. Dobar primjer je željezna jezgra od istog materijala bez zračnog raspora, da bismo ovakav krug riješili izračunamo magnetsku indukciju [5]. Iz krivulje magnetiziranja za traženu magnetsku indukciju pronađemo jakost magnetskog polja, te onda pomoću relacije (2.5-1) pronađemo broj amperzavoja [5].

Jednostavni magnetski krug se sastoji od magnetske jezgre koja je zatvorena u petlju bez zračnih raspora i uzbudnog svitka [6]. Slika 2.8 prikazuje jednostavan magnetski krug. Magnetski tok ili magnetske silnice počinju i završavaju svoj put u istoj točki, magnetski tok  $\Phi$  se generira pomoću trajnih magneta ili elektromagneta [6].

Jezgra magnetskih krugova se najčešće radi od mekih feromagnetskih materijala pošto oni imaju male gubitke a dobru magnetsku vodljivost kao što su npr. željezo, meki čelik itd. [6].



**Slika 2.8** Jednostavan magnetski krug i model s koncentriranim parametrima s magnetskim otporom [6]

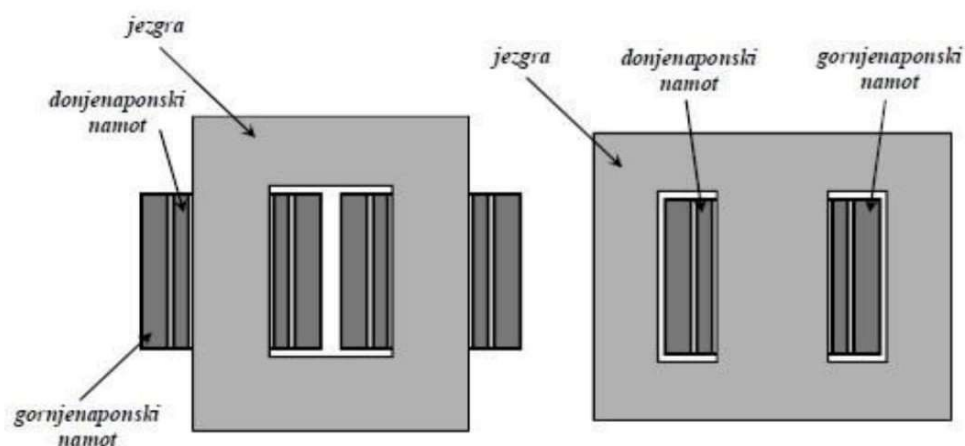
**Tab. 2.1.** Analogija magnetskih i električnih veličina [6]

Magnetske veličine	Simbol	Jedinica	Električne veličine	Simbol	Jedinica
Permeancija	$P_m$	Wb/AZ ili (H)	Vodljivost	$\kappa$	S
Jakost polja	$\vec{H}$	A/m	Jakost polja	$\vec{E}$	V/m
Magnetski tok	$\phi$	Wb	Struja	I	A
Gustoća toka	B	T	Gustoća struje	J	A/m <sup>2</sup>
Magnetomotorna sila	$\epsilon$	AZ	Elektromotorna sila	E	V

### 3. TRANSFORMATORI

Transformator je električni uređaj koji nema pokretnih dijelova već međuinduktivno povezuje dva električna strujna kruga izmjenične struje zadanog izmjeničnog napona pretvara u izmjeničnu električnu struju višeg ili nižeg električnog napona. Svaki transformator se sastoji od magnetske jezgre i najmanje dva međusobno odvojena namota s izolacijom (osim kod autotransformatora), ti namoti se nazivaju primar i sekundar [7,9]. U jednofaznom transformatoru primar i sekundar uglavnom se sastoji od jednog namota, a u trofaznom transformatoru od triju namota [7,9]. Primarni i sekundarni namoti obično su postavljeni jedan preko drugoga ili jedan pored drugoga kako bi se postigla što bolja međuinduktivna veza. Gradnja transformatora i ostalih električnih strojeva temelji se na dvije vrste fizikalnih pojava, na električnim i na magnetskim pojavama. Jezgra, primar i sekundar te u nekim slučajevima i tercijarni namot čine aktivni dio transformatora, što znači da sudjeluju u transformaciji energije [7,9]. Konstrukcijski i izolacijski dijelovi transformatora čine pasivni dio transformatora, što znači da ne sudjeluju u transformaciji energije. Primarni svitak je priključen na izvor napona, a sekundarni svitak u kojem se inducira napon međuindukcije priključuje se na trošilo [7,9].

Klasični oblik gradnje transformatora se dijeli na dvije izvedbe, jezgrasti i ogrnuti oblik transformatora (Slika3.1) [7,9]. Jezgra klasičnog transformatora se sastoji od stupa jezgre, na kojem se nalazi namot te od jarma, koji sa stupovima zatvara magnetski krug.

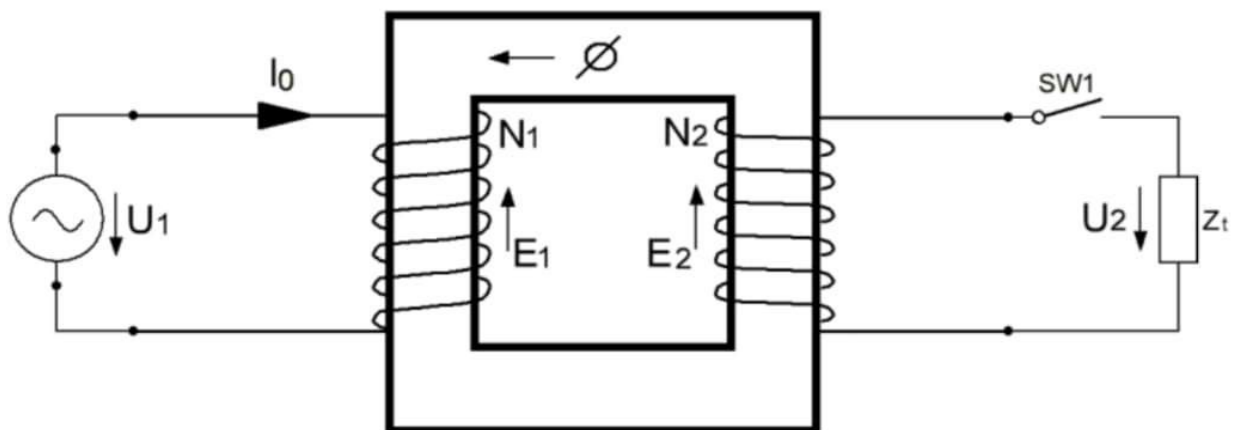


**Slika3.1** Jednofazni jezgrasti (slika lijevo) i jednofazni ogrnuti transformator (slika desno) [7]

### 3.1 Idealni transformator

Idealni transformator (Slika3.2) je model, kod kojeg pretpostavljamo da se svaka silnica zatvara kroz jezgru i prema tome prolazi kroz oba namota [7]. Gubici u željezu i bakru su zanemarivi, permeabilnost jezgre je konstatna veličina [7].

Prazan hod predstavlja neopterećeni sustav tj. zavojnicom na sekundaru ne teče struja. Primar transformatora je priključen na vanjski izvor napajanja. U slučaju praznog hoda model idealnog transformatora se ponaša kao svitak sa željeznom jezgrom priključen na izmjenični napon. Iz izvora u primar teče struja praznog hoda (struja magnetiziranja) i ona sa zavojima primara predstavlja magnetsku uzbuđu koja će u željeznoj jezgri stvoriti magnetski tok [10]. Zbog promjenjivog magnetskog toka, u svitcima će se inducirati naponi [10].



**Slika3.2** Idealni transformator sa željeznom jezgrom u praznom hodu [10]

Jednadžba struje magnetiziranja glasi:

$$I_0 = \frac{U_1}{\omega \cdot L_1} . \quad (3-1)$$

Uz pretpostavku idealne vodljivosti jezgre, induktivitet primara bih poprimio beskonačnu vrijednost što znači da je struja praznog hoda  $I_0$  jednaka nuli [10].

U stvarnosti to nije slučaj zato što struja praznog hoda je potrebna za induciranje promjenjivog magnetskog toka, tako da ona uvijek postoji, ali u idealnom transformatoru ona se zanemaruje [10].

Inducirana elektromotorna sila primara  $E_1$  jednaka je induciranoj elektromotornoj sili sekundara  $E_2$ . Inducirani napon primara ima reaktivan karakter, a inducirani napon sekundara tjera struju kroz trošilo [7]. U idealnom transformatoru ćemo primjeniti zakon elektromagnetske indukcije, koji govori da se u zatvorenoj petlji, koja obuhvaća magnetski tok, inducira električni napon koji je jednak brzini promjene toka u petlji, a smjera takvog da bi proizveo struju koja se protivi promjeni toka [7].

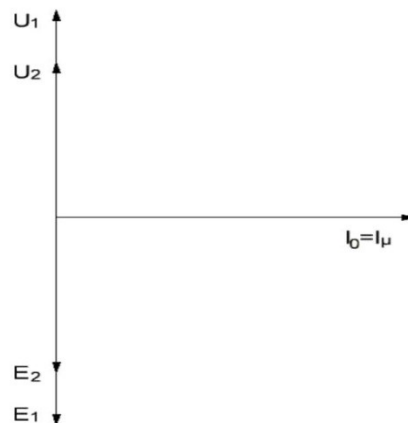
Zakon elektromagnetske indukcije primara i sekundara glasi [7]:

$$E_1 = -w_1 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3-2)$$

$$E_2 = -w_2 \frac{\partial \phi}{\partial t} . \quad (3-3)$$

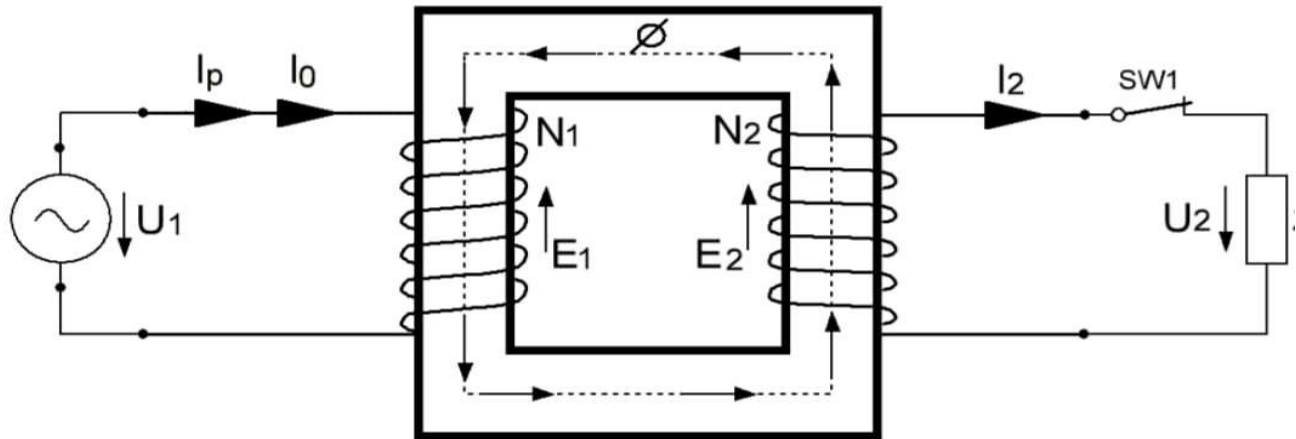
Iz gore navedenih jednadžbi vrijedi omjer izražen u efektivnim vrijednostima naziva se prva transformatorska jednadžba:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = k . \quad (3-4)$$



**Slika3.3** Fazorski dijagram idealnog transformatora u praznom hodu [10]

Nakon praznog hoda sada ćemo opteretiti sekundar idealnog transformatora, u tom slučaju na sekundar se priključuje impedancija, te će u sekundarnom krugu teći struja (Slika3.4).



**Slika3.4** Idealni transformator sa opterećenjem [10]

Za struju sekundara vrijedi ova jednačba:

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_t} \quad (3-5)$$

Također struja sekundara će biti pomaknuta za odgovarajući fazni kut u odnosu na napon sekundara [7].

$$\tan \varphi_2 = \frac{X_p}{R_p} \quad (3-6)$$

Struja sekundara će prolaziti kroz zavoje sekundarnog namota te se javljaju amperzavoji na sekundarnoj strani [10]. Zbog te pojave bi se promjenila magnetska uzbuda i magnetski tok što bi napravilo promjenu inducirano primarnog napona [10]. Kroz svitak uz struju magnetiziranja počinje teći i primarna struja opterećenja, ta struja poništava magnetsko djelovanje sekundara na način da dodaje amperzavoje na primarnoj strani [10]. Zaključujemo da magnetski tok i magnetska uzbuda idealnog transformatora ostaju jednaka onima u praznom hodu [7]. Zbog magnetske ravnoteže sekundarni teret se prenosi na primar i tako opterećuje izvor [7].

Magnetska ravnoteža glasi:

$$I_0 \cdot w_1 + I_p \cdot w_1 - I_2 \cdot w_2 = I_0 \cdot w_1 . \quad (3-7)$$

Odnosno iz toga slijedi:

$$I_p \cdot w_1 = I_2 \cdot w_2 . \quad (3-8)$$

Primarna struja magnetski suprotno djeluje od struje sekundara pa vrijedi:

$$I_p = I_2 \frac{w_2}{w_1} . \quad (3-9)$$

Prema Kirchhoffovom zakonu, ukupna struja opterećenja primara prikazuje se:

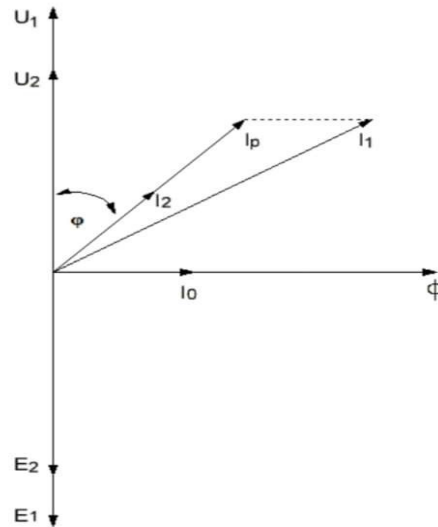
$$I_1 = I_0 + I_p = I_0 + I_2 \frac{w_2}{w_1} . \quad (3-10)$$

Sada moramo uvesti reduciranu struju opterećenja sekundara koja glasi:

$$I'_2 = I_2 \frac{w_2}{w_1} . \quad (3-11)$$

Sada možemo napisati strujnu jednadžbu te prikazati vektorski dijagram opterećenog idealnog transformatora:

$$I_1 = I_0 + I'_2 . \quad (3-12)$$



**Slika3.5** Fazorski dijagram opterećenog idealnog transformatora [10]

U idealnom transformatoru se ne javljaju gubici u procesu transformacije, nego se samo mijenjaju faktori napon i struja [10]. Potrošena snaga otporu biti će jednaka onoj koja je uzeta iz vanjskog izvora, pa iz toga slijedi [10]:

$$P_1 = P_2 \quad (3-13)$$

$$U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 . \quad (3-14)$$

Struja magnetiziranja čak i u realnom transformatoru je vrlo mala, možemo ju računski zanemariti. Tako da je fazni kut između primarnog napona i ukupne struje opterećenja jednak faznom kutu između sekundarnog napona i sekundarne struje [10].

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 . \quad (3-15)$$

Sada možemo izraziti drugu jednadžbu transformatora koja glasi:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{k} . \quad (3-16)$$

### 3.2 Realni transformator

Realni transformator za razliku od idealnog transformatora ne zanemaruje gubitke u bakru ni u željezu kao ni rasipni induktivitet primara i sekundara [10]. Gubici u bakru nastaju zbog ohmskih otpora vodiča [10].

$$P_{cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 \quad (3-17)$$

Gubici u željezu predstavljaju gubitke vrtložnih struja i gubici zbog histereze. Računaju se uvijek na osnovu specifičnih gubitaka kod frekvencije 50 Hz i magnetske indukcije 1T [7]. Za druge frekvencije ukupne gubitke računamo pomoću jednadžbe [7]:

$$P_{fe} = [P_{fe,h1} \cdot \frac{f}{50} \cdot B^x + P_{fe,v1} \cdot \left(\frac{f}{50} \cdot B\right)^2] \cdot m_{fe} \cdot \quad (3-18)$$

Gdje su:

$P_{fe,h1}$ -specifični gubici histereze kod 1T i 50Hz na 1kg lima,

$P_{fe,v1}$ -specifični gubici vrtložnih struja kod 1T i 50Hz na 1kg lima,

$x$ -eksponent za razne kvalitete lima i razne indukcije.

Rasipni tokovi  $X_{\sigma 1}$  i  $X_{\sigma 2}$  realnog transformatora, koji se zatvaraju u okolišnom prostoru ne sudjeluju u transformaciji [10]. Oni su u fazi sa svojim strujama. Rasipni naponi primara i sekundara glase [10]:

$$U_{\sigma 1} = I_1 \cdot X_{\sigma 1} \quad (3-19)$$

$$U_{\sigma 2} = I_2 \cdot X_{\sigma 2} \cdot \quad (3-20)$$

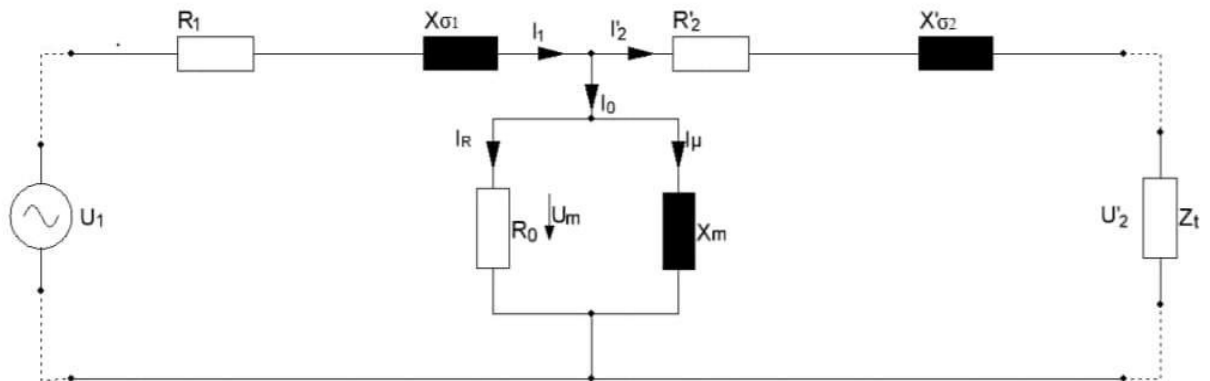
Kada napravimo reduciranje na primarni broj zavoja, dobivamo sljedeće naponske i strujne jednadžbe koje vrijede za nadomjesnu T-shemu realnog transformatora (Slika3.6) [10]:

$$U_1 = U_M + U_{\sigma 1} + U_{R1} \quad (3-21)$$

$$U'_2 = U_M - U'_{\sigma 2} - U'_{R2} \quad (3-22)$$

$$I_1 = I_0 + I'_2 \cdot \quad (3-23)$$





**Slika3.6** Nadomjesna T-shema realnog transformatora [10]

$R_1$ - radni otpor primara,

$X_{\sigma 1}$  –rasipni tok primara

$X_m$  –glavni magnetski tok

$R_0$  –gubici u željezu

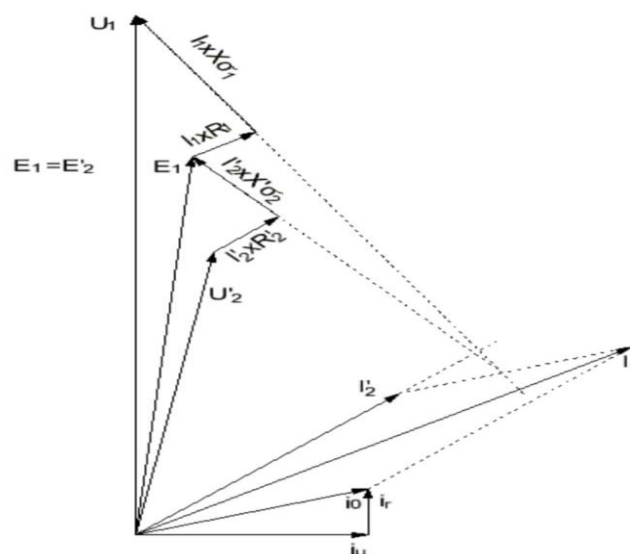
$R'_2$  – reducirani radni otpor sekundara

$X'_{\sigma 2}$  – rasipni tok sekundara

$U_1$  – napon na primaru

$U'_2$  – reducirani napon na sekundaru

Odnose struja i napona u realnom transformatoru prikazat će nam vektorski dijagram na slici 3.7 [10]. U ovom slučaju prikazan je induktivno opterećeni realni transformator [10].



**Slika3.7** Fazorski dijagram realnog, induktivno opterećenog transformatora [10]

### 3.3 Pokus praznog i kratkog spoja

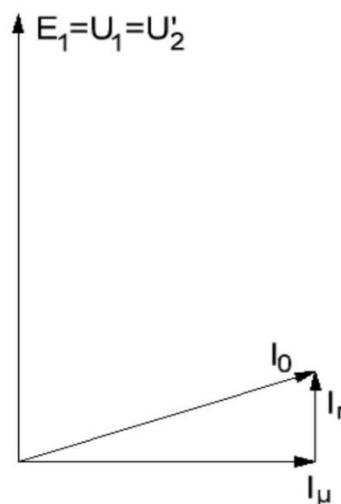
Pokusima praznog hoda i kratkog spoja dobivamo sve glavne podatke o nekom transformatoru [10]. Pokus se izvodi na način da se primar spoji na vanjski nazivni napon, a sekundar ostavlja otvoren [10].

Kod pokusa praznog hoda (Slika3.8) radi relativno male struje praznog hoda, zanemaruju se padovi napona i gubici u bakru [7]. Mjerenjem napona na primaru i sekundaru transformatora dobivamo [7]:

$$\frac{U_1}{U_2} \cong \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} \quad (3-24)$$

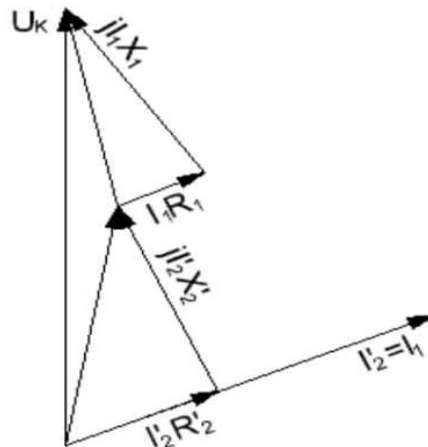
$$P_0 \cong P_{fe} . \quad (3-25)$$

Mjerenjem snage, koju uzima transformator u praznom hodu kod nominalnog napona, dobijaju se nominalni gubici u željezu [7].



**Slika3.8** Fazorski dijagram realnog transformatora u praznom hodu [10]

Kod pokusa kratkog spoja (Slika3.9) sekundarne stezaljke transformatora kratko se spajaju, a primar se naruje na onaj napon, koji potjera kroz namote nominalnu struju, taj napon se zove napon kratkog spoja [7]. Zbog malog napona zanemarujemo struju magnetiziranja. Pošto je napon na sekundaru jednak nuli, troši se sav narinuti napon na padove napona [7].



**Slika 3.9** Fazorski dijagram realnog transformatora u kratkom spoju [10]

Napon kratkog spoja kod normalnih transformatora iznosi od 5% do 15%, kod čega se veće vrijednosti odnose na veće transformatore [7]. Kod tako niskog napona gubici su u željezu, koji opadaju proporcionalno s kvadratom indukcije, i time s kvadratom napona, zanemarivi [7].

$$U_k = \sqrt{U_r^2 + U_\sigma^2} \quad (3-26)$$

$$U_r = I_{1n} \cdot (R_1 + R'_2) \quad (3-27)$$

$$U_\sigma = I_{1n} \cdot (X_1 + X'_2) \cdot j \quad (3-28)$$

$$u_k = \frac{U_k}{U_n} \cdot 100\% \quad (3-27)$$

Mjerenje snage, koju uzima transformator kod pokusa kratkog spoja kod nominalne struje iz mreže, dobivamo nominalne gubitke transformatora u bakru [7]:

$$P_k \cong P_{cu} \cdot \quad (3-28)$$

### 3.4 Kappov trokut

Kod tehničkih računa sa transformatorima može se zanemariti struja magnetiziranja, jer ona za transformatore jake struje iznosi tek nekoliko postotaka od nominalne primarne struje [7].

$$I_0 = 0 . \quad (3-29)$$

Time nam račun postaje jednostavniji, jer u nadomjesnoj shemi transformatora otpada porečna grana, pa ostaju samo serijski otpori, kroz koje teče struja tereta [7].

$$I_1 = I'_2 = I \quad (3-30)$$

Zbog istog smjera primarne i sekundarne struje radni padovi napona na primaru i sekundaru postaju istofazni također i induktivni padovi napona [7]. Ako istofazne padove napona složimo zajedno, dobivamo trokut padova napona tj. Kappov trokut (Slika3.10) [7].

$$U_R = I \cdot (R_1 + R'_2) = I \cdot R_k \quad (3-31)$$

$$U_\sigma = I \cdot (X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}) = I \cdot X_k \quad (3-32)$$

$$U_1 = U'_2 + I \cdot Z_k \quad (3-33)$$

$$Z_k = R_k + jX_k = \sqrt{R^2 + X^2} \angle \rho_k^\circ \quad (3-34)$$

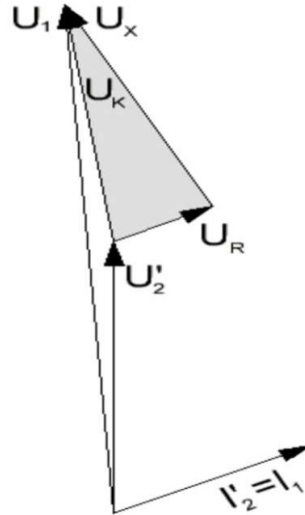
$$R_k = R_1 + R'_2 \quad (3-35)$$

$$X_k = X_1 + X'_2 \quad (3-36)$$

$$\tan \rho_k = \frac{X_k}{R_k} \quad (3-37)$$

Pad napona uzduž reducirane impedancije transformatora na primarnu stranu je:

$$U_k = \sqrt{U_R^2 + U_\sigma^2} = I \cdot Z_k . \quad (3-38)$$



**Slika 3.10** Fazorski dijagram napona i struje i Kappov trokut [10]

Kappov trokut nije ništa drugo nego dijagram napona kratkog spoja, uz struju kratkog spoja jednaku struji  $I$  [7]. Hipotenuza za Kappovog trokuta je jednaka  $U_k$ , dok su katete jednake radnom padu napona, odnosno induktivnom padu napona [7].

Prilikom opterećenja transformatora strujom  $I$ , bit će, zbog pada napona na unutrašnjim otporima, napona na sekundaru manji za napon kratkog spoja [7]. Hipotenuza predstavlja ukupnu promjenu napona, koja uzima u obzir i pomicanje faznog kuta  $\rho_1$  na  $\rho_2$ . Veličina Kappovog trokuta je veća to što je veća struja i što su veći unutarjni otpori transformatora [7].

Postotni radni pad napona primarnog napona, jednak je [7]:

$$u_r = \frac{U_R}{U_1} \cdot 100\% . \quad (3-39)$$

Postotni induktivni pad napona primarnog napona, jednak je [7]:

$$u_\sigma = \frac{U_\sigma}{U_1} \cdot 100\% . \quad (3-40)$$

Postotna promjena napona primarnog napona, jednaka je [7]:

$$u_{\rho} = \frac{\Delta U}{U_1} \cdot 100\% , \quad (3-41)$$

$$u_{\rho} = u'_{\rho} + 0,005 \cdot (u''_{\rho})^2 . \quad (3-42)$$

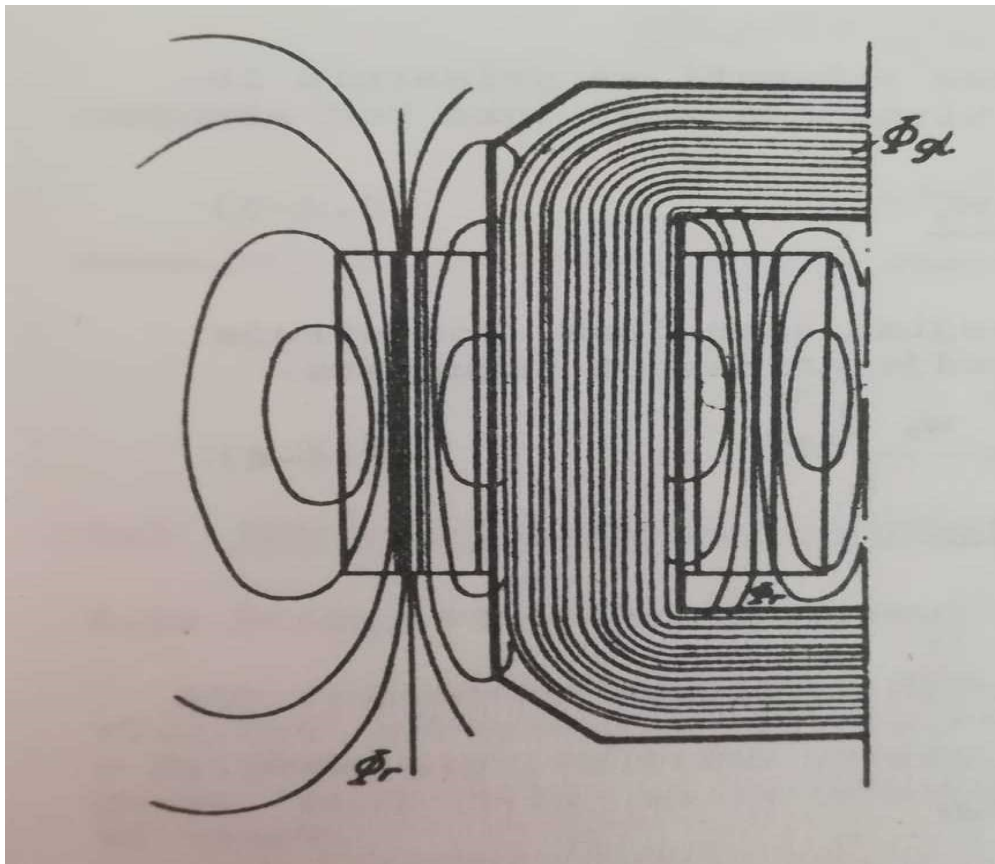
Ako je  $u_{\sigma}$  manji od 4% to nam izlazi u približno jednak  $u'_{\rho}$ , pa se u tom slučaju prema normama za transformatore smije uzeti [7]:

$$u_{\rho} \cong u'_{\rho} . \quad (3-43)$$

#### 4. RASIPNI INDUKTIVITET TRANSFORMATORA

Magnetski rasipni tok su zapravo silnice koje se ne zatvaraju samo kroz željeznu jezgru transformatora, kako je to kod modela idealnog transformatora i pretpostavljeno, već i kroz zrak, odnosno svugdje oko transformatora [7].

Silnice, koje se zatvaraju kroz namote primara i sekundara nazivamo glavni magnetski tok (Slika4.1), jer predstavlja elektromagnetsku vezu između oba namota. Silnice, koje se zatvaraju oko primarnog namota, nazivamo rasipni magnetski tok primara, koji uzrokuje induciranje protunapona samo u primarnom namotu [7]. Protunapon primara predstavlja induktivni pad napona u primarnom namotu, jer taj se napon ne prebacuje na sekundarni namot pa ga smatramo kao izgubljeni napon. Silnice koje se zatvaraju oko sekundarnog namota, nazivamo rasipni magnetski tok sekundara, koji uzrokuje induciranje protunapona samo u sekundarnom namotu [7]. Protunapon sekundara predstavlja induktivni pad napona u sekundarnom namotu, jer taj se napon ne prebacuje na primarni namot pa se smatra kao izgubljeni napon [7].



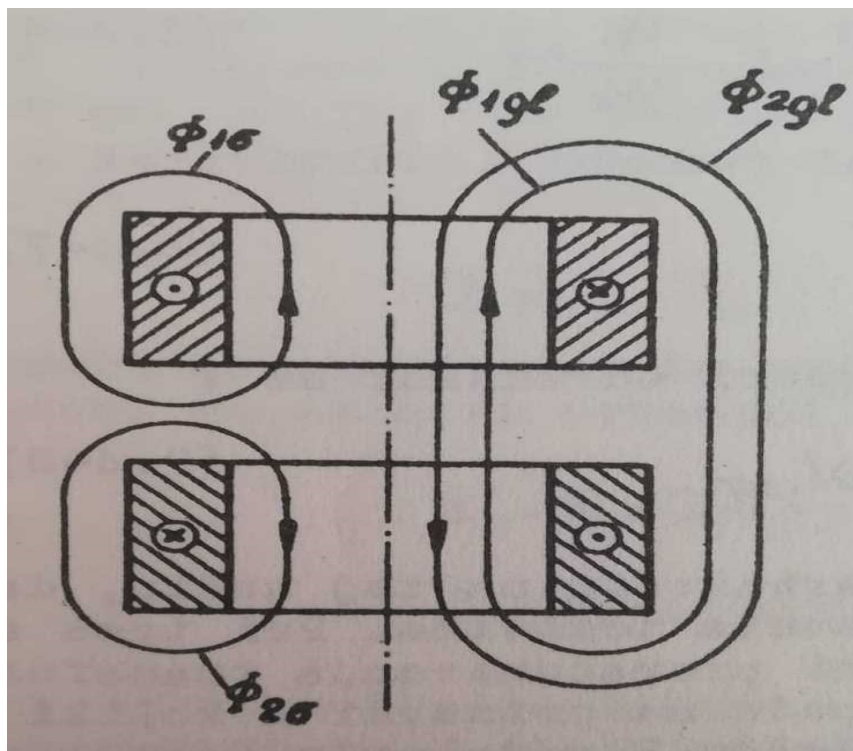
**Slika4.1** Grafički prikaz magnetskog polja silnicama polja opterećenog transformatora [7]

Iz slike 4.1 rasipne silnice se ne zatvaraju oko svih zavoja pripadajućeg namota, pa se u namotu inducirani napon računa [7]:

$$e = - \frac{d \sum (w_x \cdot \Phi_{xt})}{dt} . \quad (4-1)$$

Ako praktični pojednostavimo fizikalnu sliku rasipnog toka tako da računamo samo sa jednim fiktivnim ekvivalentnim rasipnim tokom, koji inducira isti protunapon kao stvarni rasipni tok dobivamo [7]:

$$\frac{d \sum (w_x \cdot \Phi_{xt})}{dt} = w \cdot \frac{d \Phi_{\sigma t}}{dt} . \quad (4-2)$$



**Slika 4.2** Predstavljanje magnetskog polja transformatora pomoću „nadomjesnih tokova“ [7]

Značenja fizikalnih veličina prikazanih na slici 4.2. su:

$\Phi_{1g}$ -glavni magnetski tok za slučaj da samo kroz primar teče struja  $i_1$ ,

$\Phi_{2g}$ -glavni magnetski tok za slučaj da smo kroz sekundar teče struja  $i_2$ ,

$\Phi_{1\sigma}$ -primarni rasipni magnetski tok,

$\Phi_{2\sigma}$ -sekundarni rasipni magnetski tok.



Na slici 4.2 prema izrazu (4-2) dobije se jednostavna fizikalna slika glavnog magnetskog toka i rasipnih magnetskih tokova. Prikazani su zamišljeni ekvivalentni tokovi, kod kojih magnetske silnice idu ili samo oko svih zavoja primara, ili samo oko svih zavoja sekundara, ili samo oko svih zavoja primara i sekundara, dok uistinu prema slici 4.1 ima silnica, koje samo djelomično obuhvaćaju zavoje jednog ili drugog namota [7].

Ukupni magnetski tok, za slučaj da teče samoi primarna struja, iznosi [7]:

$$\Phi_{1uk} = \Phi_{1gl} + \Phi_{1\sigma} . \quad (4-3)$$

Umjesto računa sa magnetskim tokovima, može se računati sa primarnim induktivitetom, koji je jednak ukupnom ulančanju tog toka [7]:

$$L_1 = \frac{(\Phi_{1gl} + \Phi_{1\sigma}) \cdot w_1}{i_1} . \quad (4-4)$$

Ulančani glavni tok primara sa zavojima sekundara predstavlja međuinduktivitet između primara i sekundara [7]:

$$M = \frac{w_2 \cdot \Phi_{1gl}}{i_1} = \frac{w_1 \cdot \Phi_{2gl}}{i_2} . \quad (4-5)$$

Primarni rasipni induktivitet jednak je [7]:

$$L_{\sigma 1} = \frac{w_1 \cdot \Phi_{1\sigma}}{i_1} . \quad (4-6)$$

Iz jednadžbe (4-4) dobijemo [7]:

$$\Phi_{1\sigma} = \frac{L_1 \cdot i_1}{w_1} - \Phi_{1gl} . \quad (4-7)$$

Ako u jednadžbu (4-7) napravimo supstituciju iz jednadžbe (4-5) dobivamo [7]:

$$\Phi_{1\sigma} = \frac{L_1 \cdot i_1}{w_1} - \frac{M \cdot i_1}{w_2}. \quad (4-8)$$

Dobivamo konačni izraz za primarni rasipni induktivitet opterećenog transformatora [7]:

$$L_{\sigma 1} = \frac{w_1}{i_1} \cdot \left( \frac{L_1 \cdot i_1}{w_1} - \frac{M \cdot i_1}{w_2} \right) = L_1 - \frac{w_1}{w_2} \cdot M. \quad (4-9)$$

Analognim računom dobiva se izraz i za sekundarni rasipni induktivitet opterećenog transformatora [7]:

$$L_{\sigma 2} = L_2 - \frac{w_2}{w_1} \cdot M. \quad (4-10)$$

Primarni i sekundarni rasipni otpori određeni su:

$$X_{\sigma 1} = \omega \cdot L_{\sigma 1} \quad (4-11)$$

$$X_{\sigma 2} = \omega \cdot L_{\sigma 2}. \quad (4-12)$$

Veličinu rasipnih magnetskih tokova može se karakterizirati na način da se rasipni magnetski tokovi stavljaju u omjer sa glavnim magnetskim tokovima [7]. Kako u tehnici proračunavanja transformatora nije važno koliki pad napona otpada na primarni, a koliki na sekundarni namot, služimo se načešće Blondelovim faktorom rasipanja, koji karakterizira ukupno rasipanje transformatora [7].

Blondelov faktor rasipanja defiran je jednadžbom [7]:

$$\sigma = \frac{(L_1 \cdot L_2) - M^2}{L_1 \cdot L_2} = 1 - \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2}. \quad (4-13)$$

Kada nema rasipnih silnica onda je [7]:

$$\frac{w_2}{w_1} \cdot L_1 = M = \frac{w_1}{w_2} \cdot L_2 \quad (4-14)$$

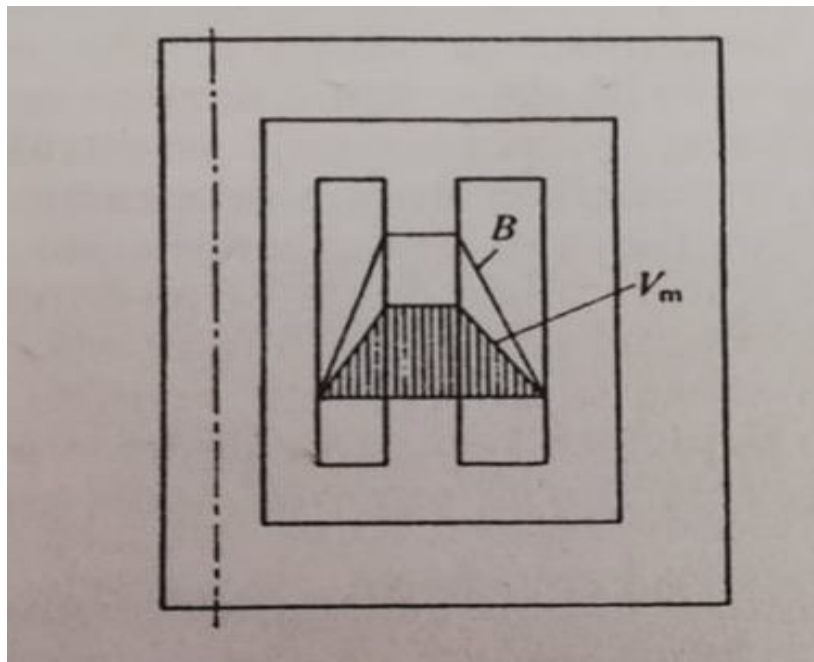
$$L_1 \cdot L_2 = M^2 ; \sigma = 0 . \quad (4-15)$$

Ako su silnice rasipne onda je [7]:

$$M = 0 ; \sigma = 1 . \quad (4-16)$$

#### 4.1 Rasipni magnetski tok u transformatorima

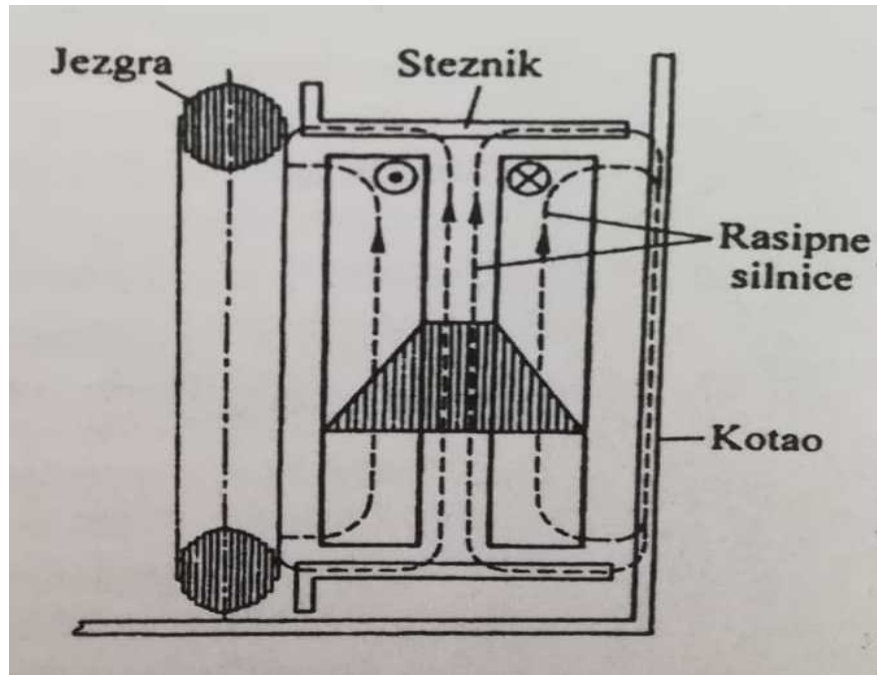
Rasipni magnetski tok u primarnom i sekundarnom namotu, steznom sustavu i kotlu transformatora uzrokuju vrtložne struje. Budući da su amperzavoji primara i sekundara suprotni i jednaki, dijagram magnetskog napona u prozoru transformatora ima oblik trapeza (Slika 4.3). Dijagram rasipne magnetske indukcije u prostoru namota također ima oblik trapeza.



**Slika 4.3** Magnetski napon i magnetska indukcija rasipnog toka u prozoru transformatora [7]

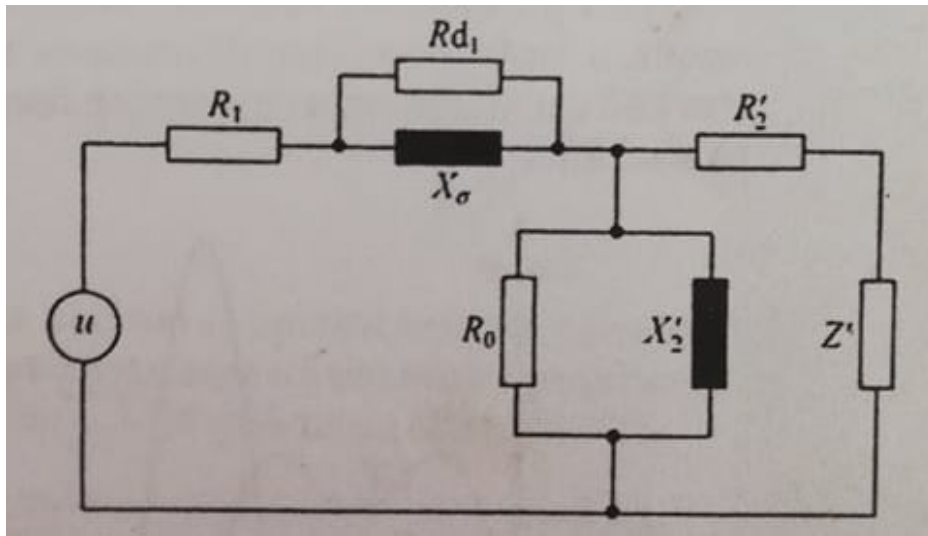
Izlazeći iz namota magnetske silnice rasipne magnetske indukcije zahvaćaju steznike namota i kotao (Slika 4.4). Inducirani naponi uzrokuju vrtložne struje gdje silnice magnetske indukcije prolaze kroz vodljivo sredstvo, posljedica toga su dodatni gubici u transformatoru.

U namotima s paralelnim vodičima koji nisu pogodno prepleteni, a nalaze se u magnetskom polju različite jakosti, mogu nastati nejednaki inducirani naponi, posljedica su struje izjednačenja i dodatni gubici.



**Slika 4.4** Put rasipnih magnetskih silnica u transformatoru [7]

Dodatni gubici su proporcionalni kvadratu magnetske indukcije koja ih uzrokuje, a indukciju rasipnog toga stvara struja opterećenja, dodatni gubici su proporcionalni kvadratu opterećenja. Dodatni gubici za razliku od osnovnih gubitaka pri porastu temperature smanjuju. Pri konstantnoj struji, konstantan je i inducirani napon koji uzrokuje vrtložne struje, a otpor vodiča u kojima one teku je veći zbog porasta temperature. Shema transformatora se može nadopuniti dodatnim otporom (gubicima) koji je paralelno spojen s rasipnom reaktancijom (Slika 4.5).



Slika 4.4 Nadomjesna shema transformatora s dodatnim gubicima [7]

Rasipni induktivitet transformatora najjednostavnije se izračunava iz rezultata mjerenja u pokusu kratkog spoja:

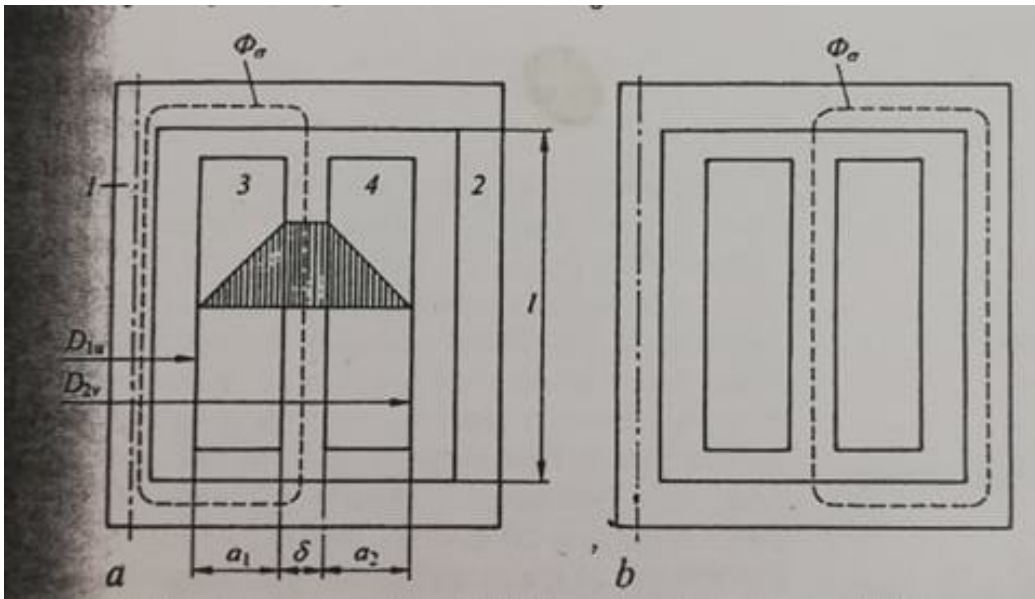
$$L_{\sigma} = \frac{U_n^2}{100 \cdot \omega \cdot S_n} \cdot \sqrt{u_{k\%}^2 - u_{\sigma\%}^2} \quad (4-17)$$

Transformator se projektira da se dimenzionira tako da se postigne rasipni induktivitet određen ugovorenim nazivnim podacima transformatora. Rasipni induktivitet se najjednostavnije određuje pomoću magnetske energije rasipnog magnetskog toka.

$$L_{\sigma} = \frac{2 \cdot A_{\sigma}}{I^2} \quad (4-18)$$

Magnetska energija rasipnog toka izračunava se integralom magnetske energije uzduž petlje silnica rasipne magnetske indukcije:

$$A_{\sigma} = \frac{1}{2} \cdot \int B_{\sigma} \cdot H_{\sigma} \cdot dV = \frac{1}{2} \cdot \int \frac{B_{\sigma}^2}{\mu_0} \cdot dV \quad (4-19)$$



**Slika 4.5** Put rasipnog magnetskog toka u transformatoru s koncentričnim namotima ako se napaja unutrašnji namot(a) ili vanjski namot(b) [7]

Na temelju izraza (4-19) i slike 4.5 izraz za ukupnu energiju magnetskog polja glasi:

$$A_{\sigma} = \frac{B_{\delta}^2 \cdot l_{\sigma} \cdot \pi}{2 \cdot \mu_0} \cdot \left[ \int_0^{a_1} \left(\frac{x}{a_1}\right)^2 \cdot (D_{1u} \cdot 2x) dx + (D_{1u} \cdot 2a_1 \cdot \delta) \delta + \int_0^{a_2} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^2 \cdot (D_{2u} \cdot 2x) dx \right] \quad (4-20)$$

Magnetska indukcija u kanalu između namota iznosi:

$$B_{\delta} = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{l_{\sigma}} \quad (4-21)$$

Radi jednostavnosti uvodi se supstitucija:

$$D_s = D_{1u} + 2a_1 + \delta \quad (4-22)$$

Izraz za rasipni induktivitet za transformator s koncentričnim namotima:

$$L_{\sigma} = N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{D_s \cdot \pi}{l_{\sigma}} \cdot \left[ \frac{a_1}{3} \cdot \left(1 - \frac{\delta}{D_s} - \frac{a_1}{2D_s}\right) + \delta + \frac{a_2}{3} \cdot \left(1 + \frac{\delta}{D_s} + \frac{a_2}{2D_s}\right) \right] \quad (4-23)$$

Izraz srednje duljine magnetskih silnica koncentričnih namota:

$$l_{\sigma} = \frac{l}{K_R}. \quad (4-24)$$

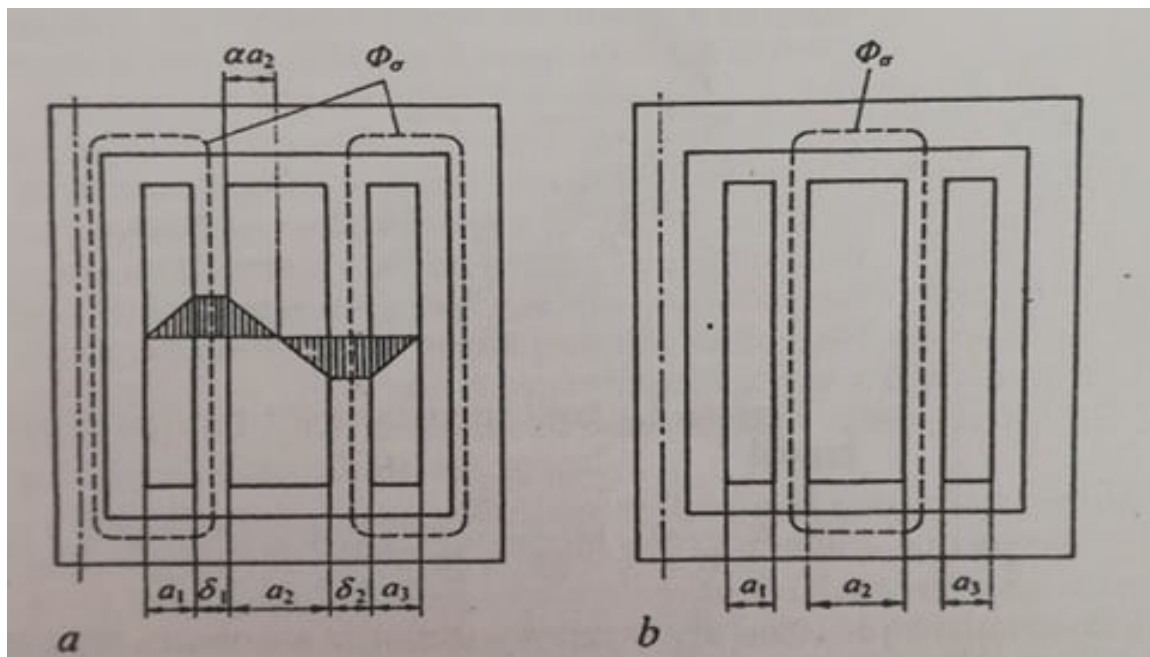
Gdje je  $K_R$  Rogowski faktor:

$$K_R = 1 - \sigma \cdot \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma}\right) \right] \approx 1 - \sigma. \quad (4-25)$$

Gdje je:

$$\sigma = \frac{\delta + a_1 + a_2}{\pi \cdot l}. \quad (4-26)$$

Namot u kojemu se unutrašnji namot podijeli aksijalnim kanalom u dva dijela, između kojih se ugradi vanjski namot naziva se bikoncentrični namot. Bikoncentrični raspored namota smanjuje rasipni induktivitet, zato što magnetske silnice koje ulančavaju samo jedan od namota svladavaju dvostruko veći magnetski otpor.



**Slika 4.6** Put rasipnog magnetskog toka u transformatoru s bikoncentričnim namotima ako se napaja namot nižeg napona(a), odnosno namot višeg napona(b) [7]

Namot koji je bliži jezgri ne mora se podijeliti na jednake dijelove. Ako je  $N$  ukupni broj zavoja nepodijeljenog namota, od kojeg  $\alpha N$  zavoja ostaje na svome mjestu, a  $(1-\alpha)N$  zavoja odmiče da bi ustupilo mjesto drugom namotu, rasipni induktivitet se računa kao zbroj odgovarajućih rasipnih induktiviteta namota s  $\alpha N$  i  $(1-\alpha)N$  zavoja [7-11]:

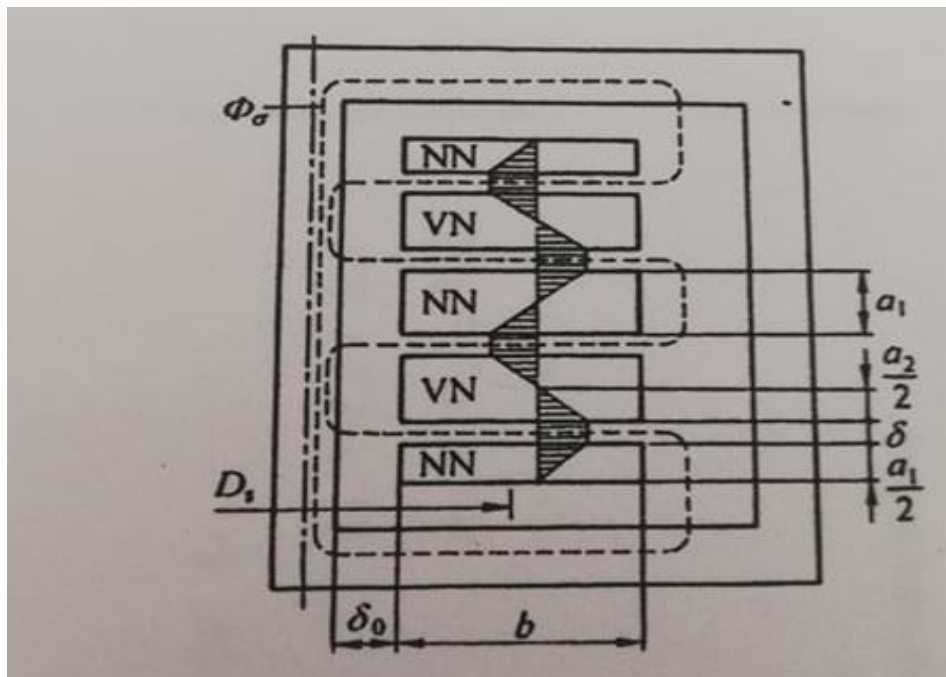
$$L_{\sigma} = (\alpha \cdot N)^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{D_{s1} \cdot \pi}{l_{\sigma 1}} \cdot \left( \delta_1 + \frac{a_1 + \alpha a_2}{3} \right) + (1 - \alpha)^2 \cdot N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{D_{s2} \cdot \pi}{l_{\sigma 2}} \cdot \left( \delta_2 + \frac{(1-\alpha) \cdot a_2 + a_3}{3} \right) \quad (4-27)$$

Srednje duljine magnetskih slinica računaju se:

$$l_{\sigma 1} = \frac{l}{1 - \frac{a_1 + \alpha a_2 + \delta_1}{\pi \cdot l}} \quad (4-28)$$

$$l_{\sigma 2} = \frac{l}{1 - \frac{(1-\alpha) \cdot a_2 + a_3 + 2}{\pi \cdot l}} \quad (4-29)$$

Pločastnim ili miješanim namotima (Slika4.7) postiže se još manji rasipni induktivitet transformatora. Takvi namoti se primjenjuju u transformatorima za ispitivanje visokih struja, za elektrolučne peći i sl. Ukupni rasipni induktivitet se računa kao zbroj rasipnih induktiviteta parova polusvitaka.



**Slika4.7** Put rasipnog magnetskog toka u transformatoru s pločastim namotima [7]



Ako je namot podijeljen na  $n$  svitaka, svakom polusvitku pripada  $N/(2n)$  zavoja, pa se rasipni induktivitet pločastog namota računa [7-11]:

$$L_{\sigma} = \frac{1}{2 \cdot n} \cdot N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{D_s \cdot \pi}{b_{\sigma}} \cdot \left( \delta + \frac{a_1 + a_2}{6} \right). \quad (4-30)$$

Faktor za izračunavanje srednje duljine rasipnih silnica dobiva se [7-11]:

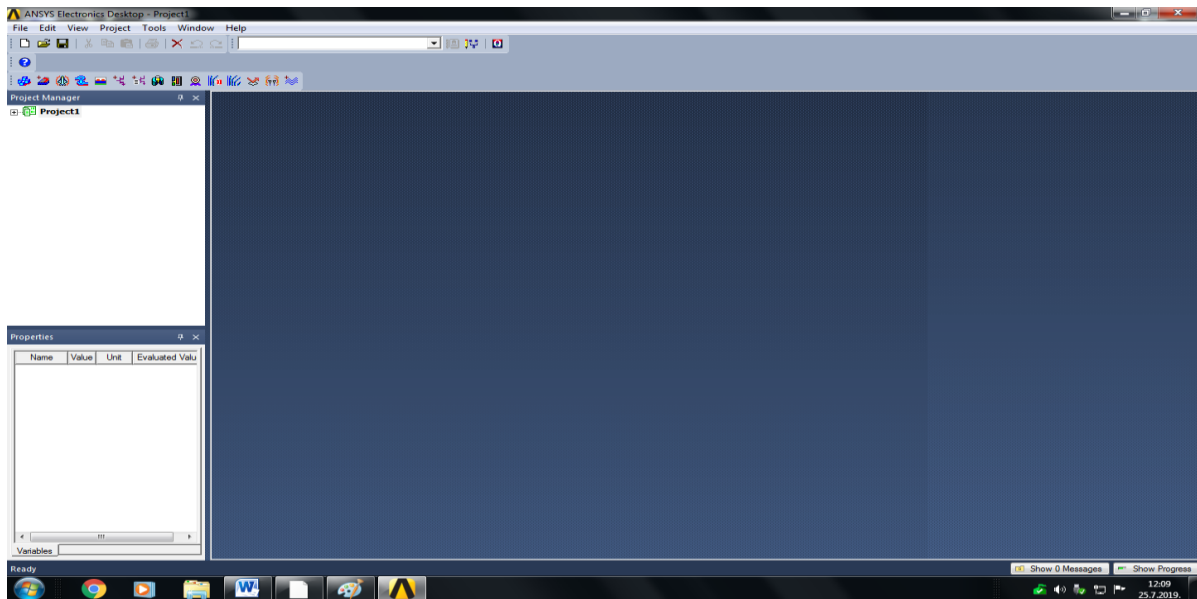
$$K_R = 1 - \left[ 1 - 0,5 \exp\left(-\frac{1}{\sigma}\right) \right] \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{2 \cdot \delta_0}{\sigma \cdot b}\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma}\right) \right] \right\}. \quad (4-31)$$

Na vrijednost rasipnog induktiviteta transformatora, osim točnosti računa, utječu i odstupanja od predviđenih izmjera zbog tehnoloških tolerancija. Zbog toga napon kratkog spoja mora imati tome odgovarajuću toleranciju. Norma za transformatore mjenog kratkog spoja  $\pm 10\%$  od ugovorene vrijednosti.

## 5. ANALIZA RASIPNOG INDUKTIVITETA TRANSFORMATORA

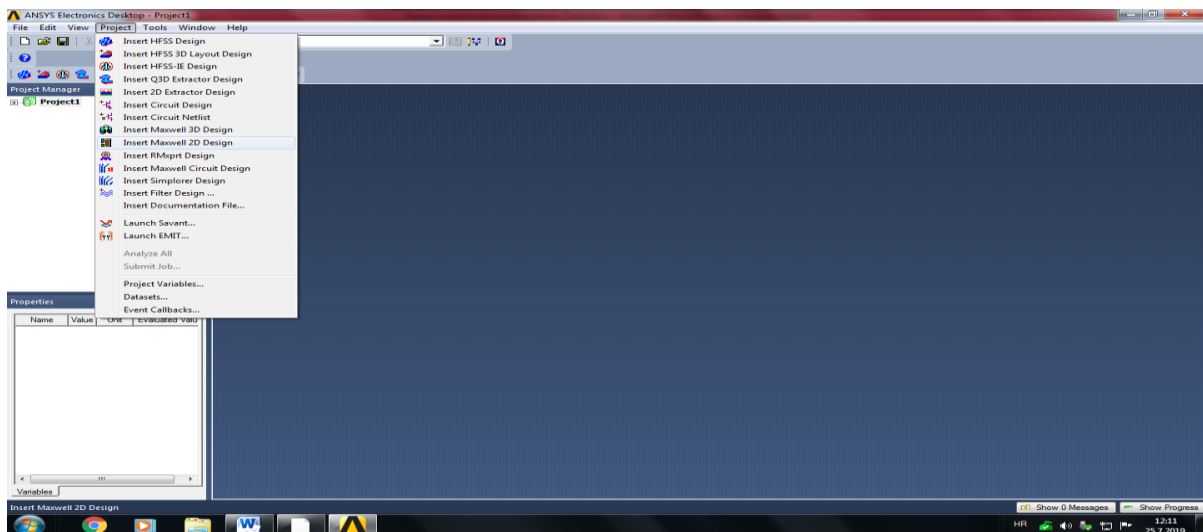
Analiza rasipnog induktiviteta transformatora će se izvršiti simulacijom u programskom paketu Ansys. U analizi simulirati će se jednofazni transformator s tri vrste namota transformatora: cilindrični, dvostruko cilindrični i plosnati namot.

Za početak treba otvoriti Ansys program.



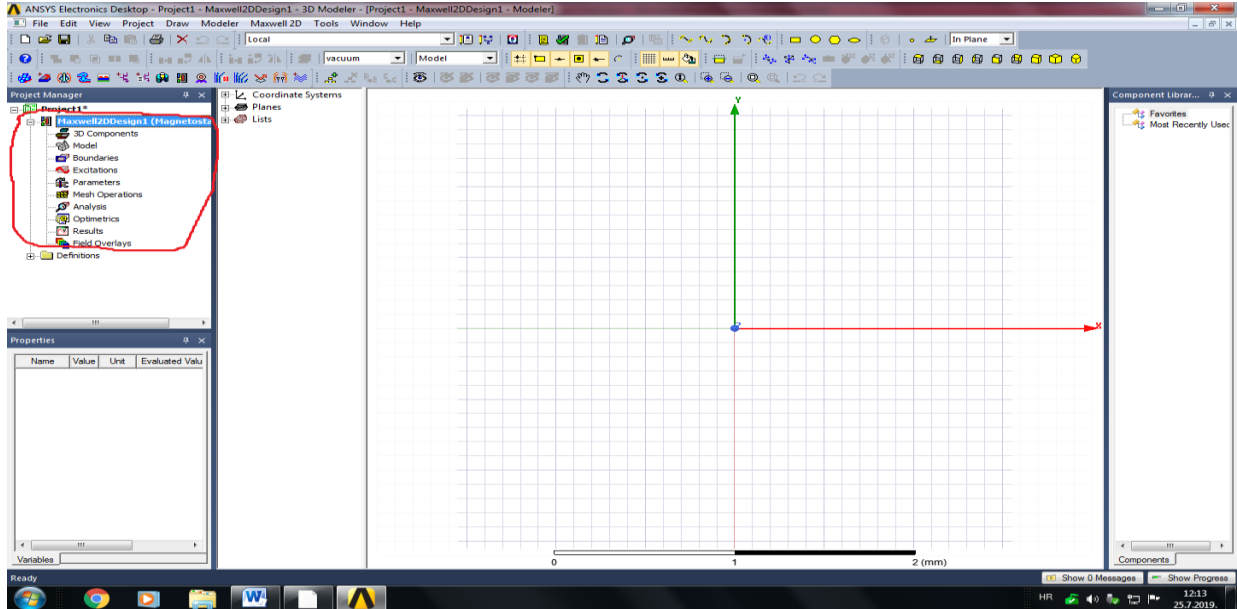
Slika5.1 Radna površina Ansys-a

Sljedeći korak odabrati 2D Design.



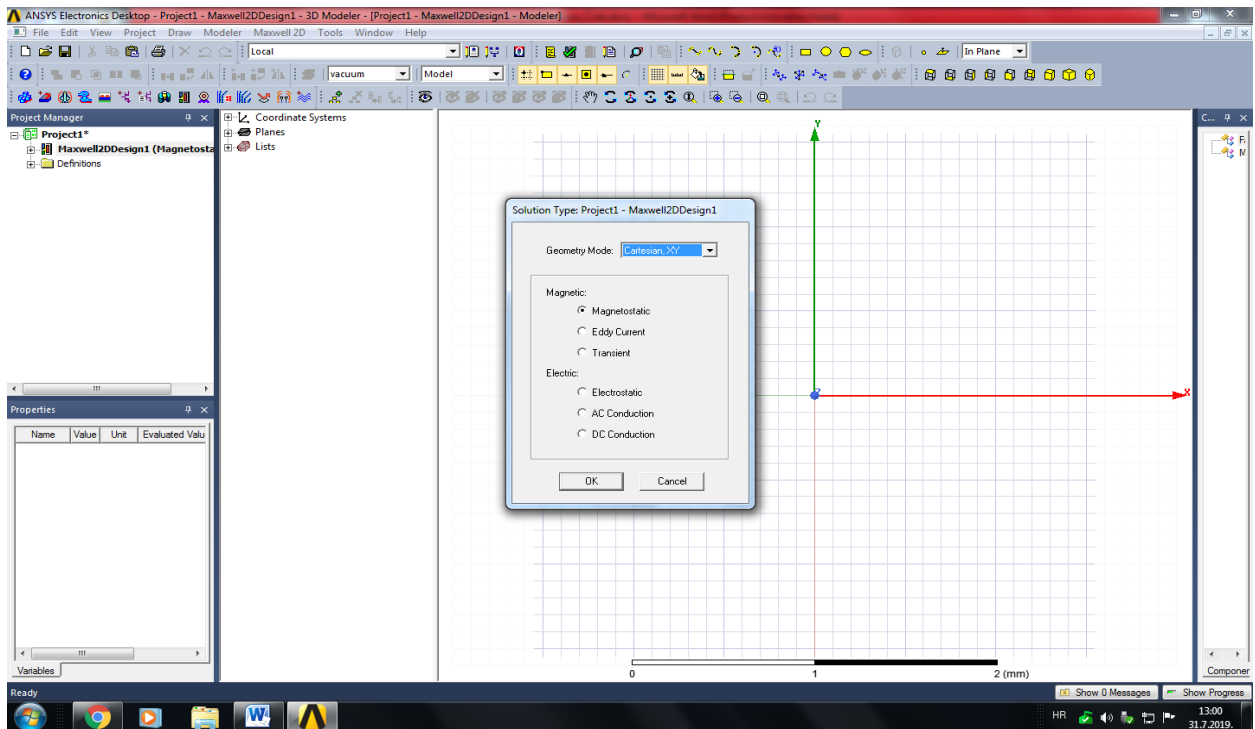
Slika5.2 Otvaranje 2D modela

Na sljedećoj slici 5.3 u lijevom kutu je vidljiv prozor (Project Manager) u kojem se sve mora proći da bih se simulacija pokrenula.



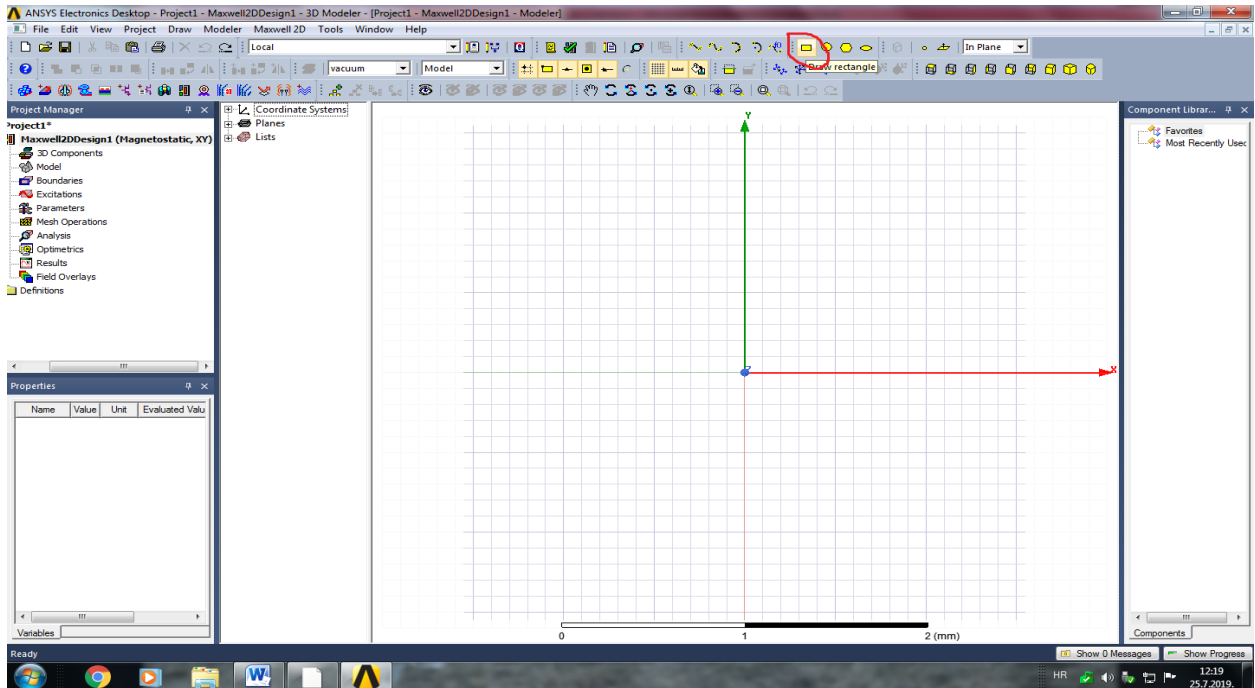
Slika5.3 Project Manager

Sada se odabire tip projekta u ovom slučaju će to biti Magnetostatic.



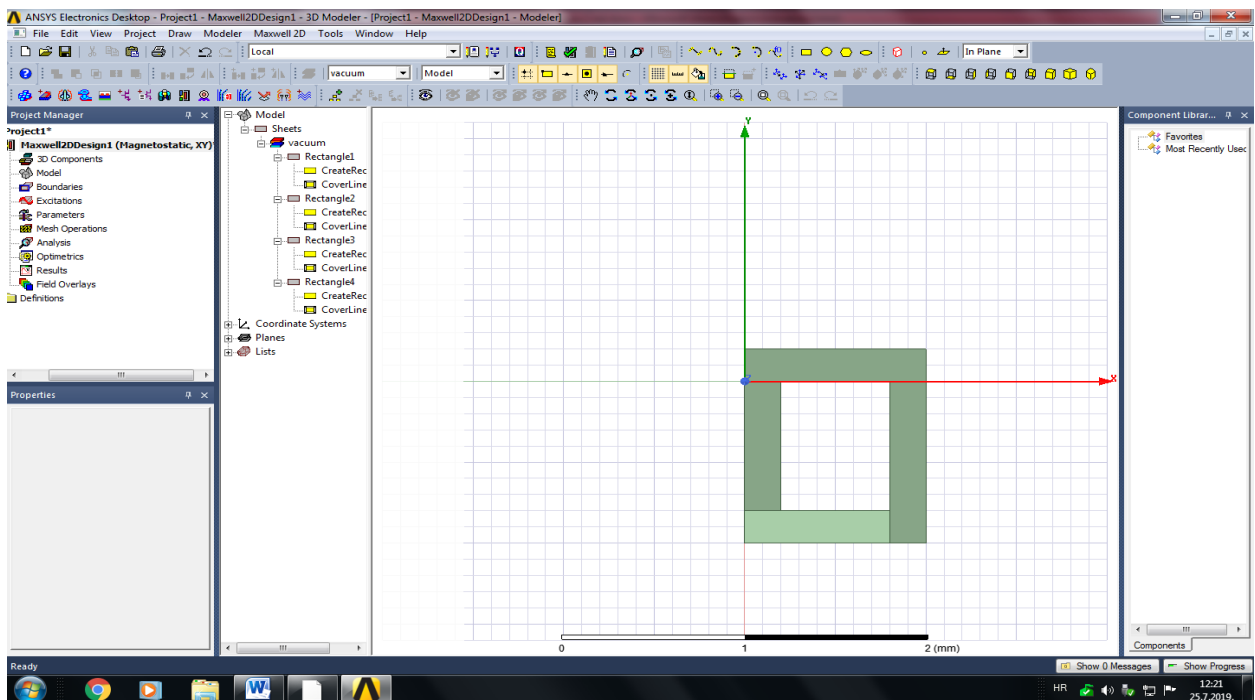
Slika5.4 Odabir tip projekta Magnetostatic

Sljedeći korak jest crtanje geometrije za to se bira najčešće pravokutnik za crtanje u 2D-u.



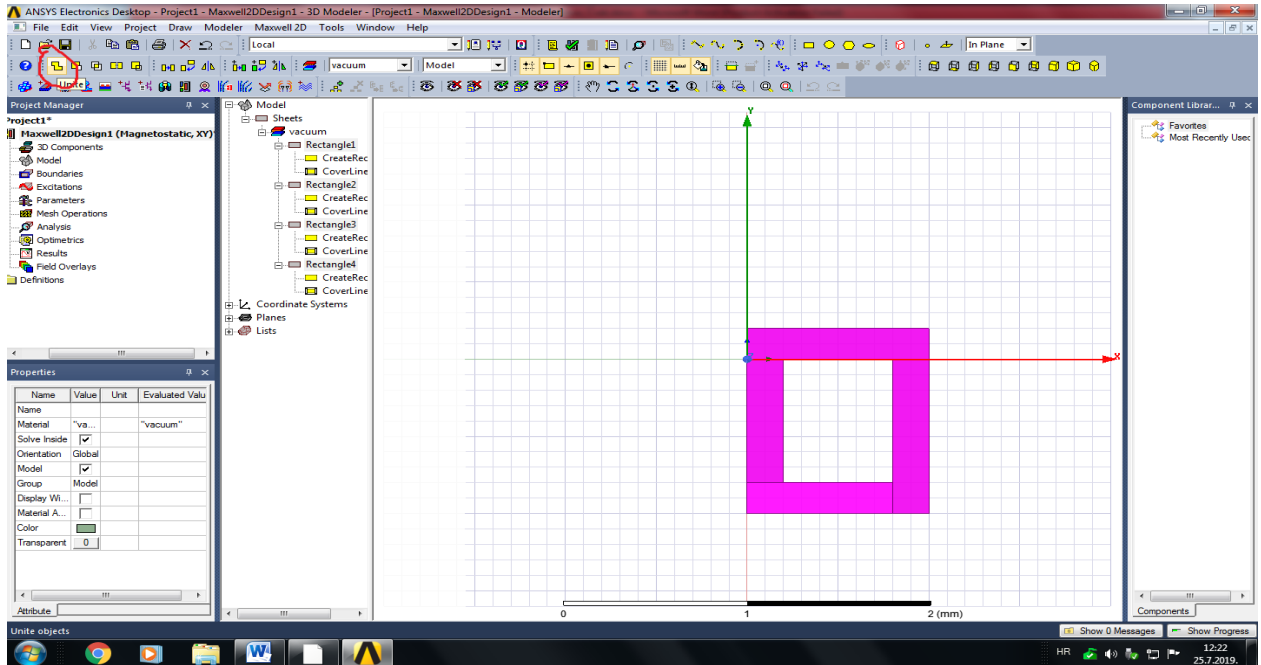
Slika5.5 Odabir geometrije za crtanje

Sljedeći korak crtanje jezgre transformatora.



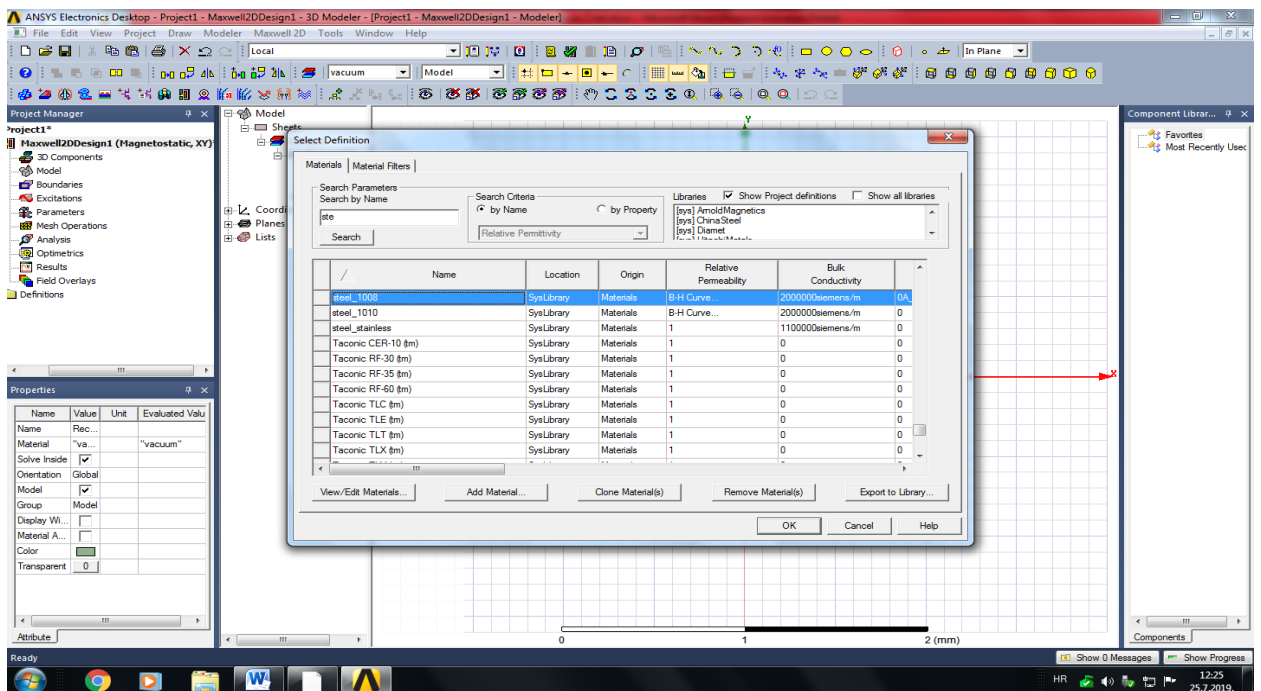
Slika5.6 Crtanje jezgre transformatora

Jezgra je nacrtana od više dijelova pa sljedeći korak je da se ujedini u jedan objekt kao što je prikazano na slici 5.7.



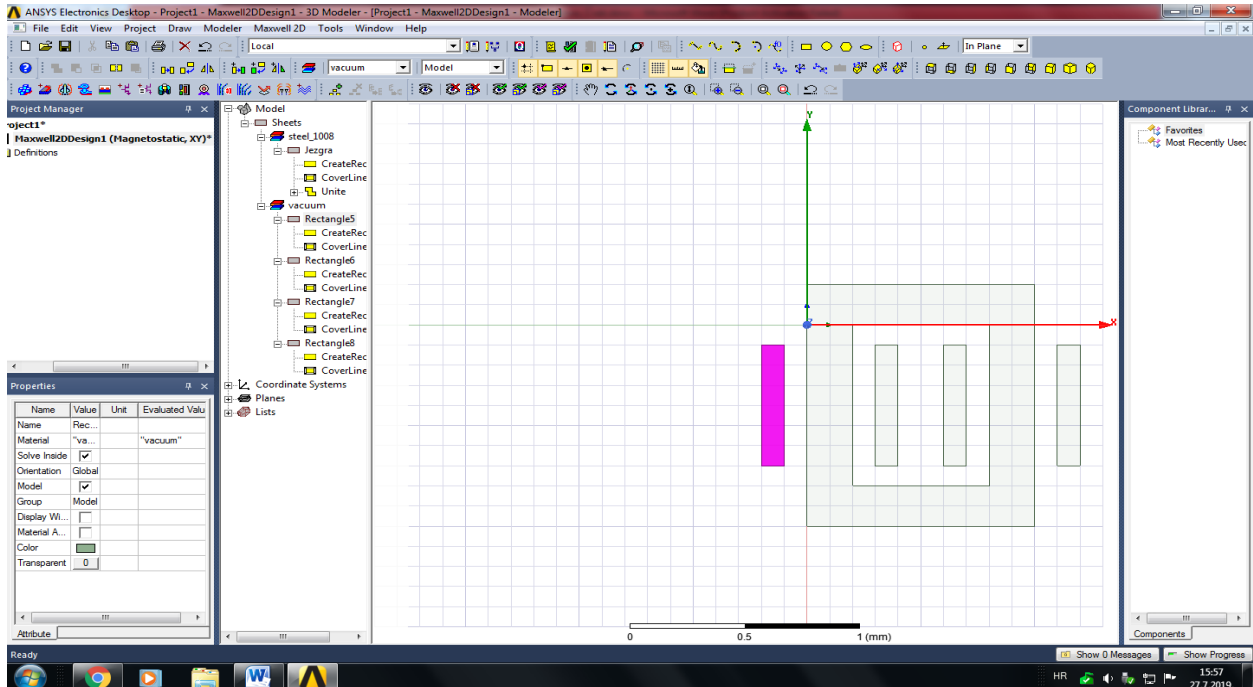
Slika5.7 Ujedinjenje transformatorske jezgre

Sada se jezgri treba dodijeliti ime i materijal odabire se željezo.



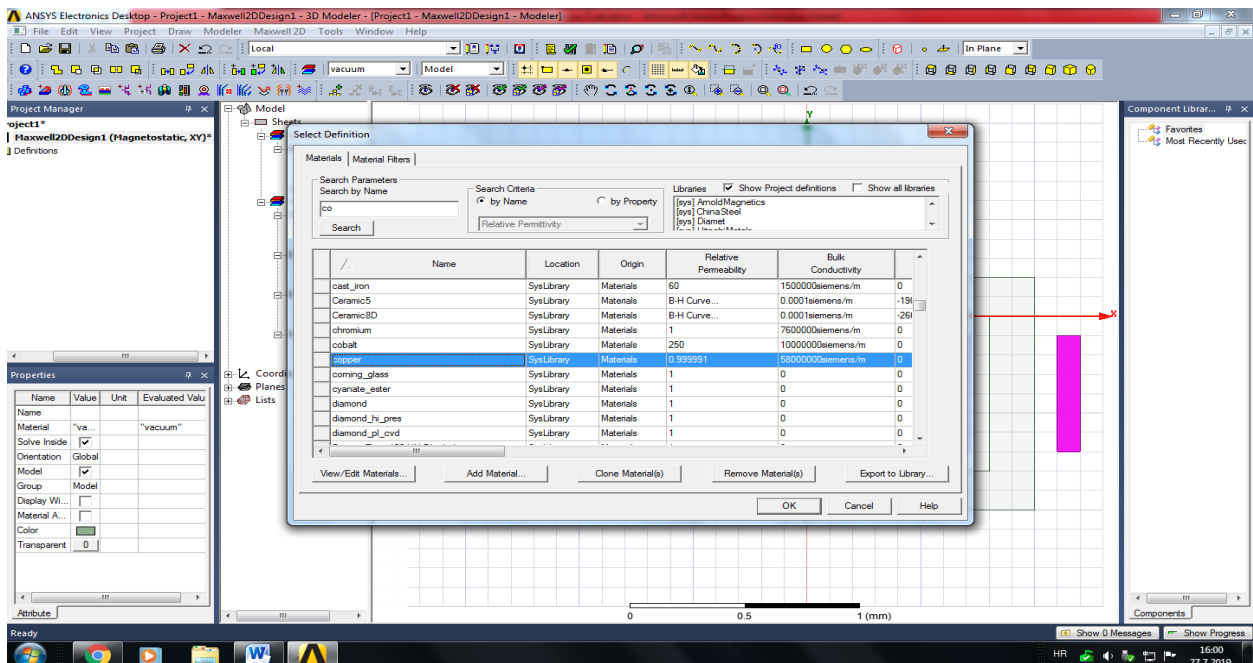
Slika5.8 Odabir materijala transformatorske jezgre

Jezgra transformatora je nacrtana sada se crtaju namoti. Za ovaj slučaj se crtaju cilindrični namoti transformatora.



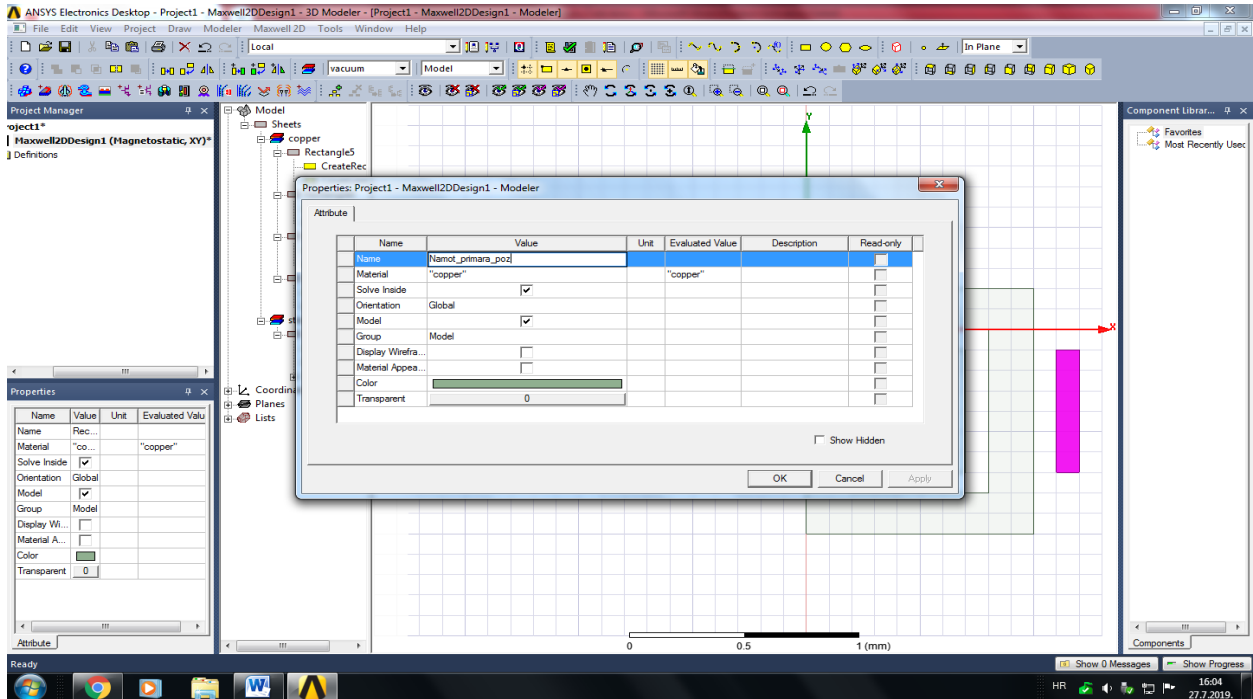
Slika5.9 Crtanje namota transformatora

Sljedeći korak označe se svi namoti transformatora i dodjeli im se bakar za materijal.



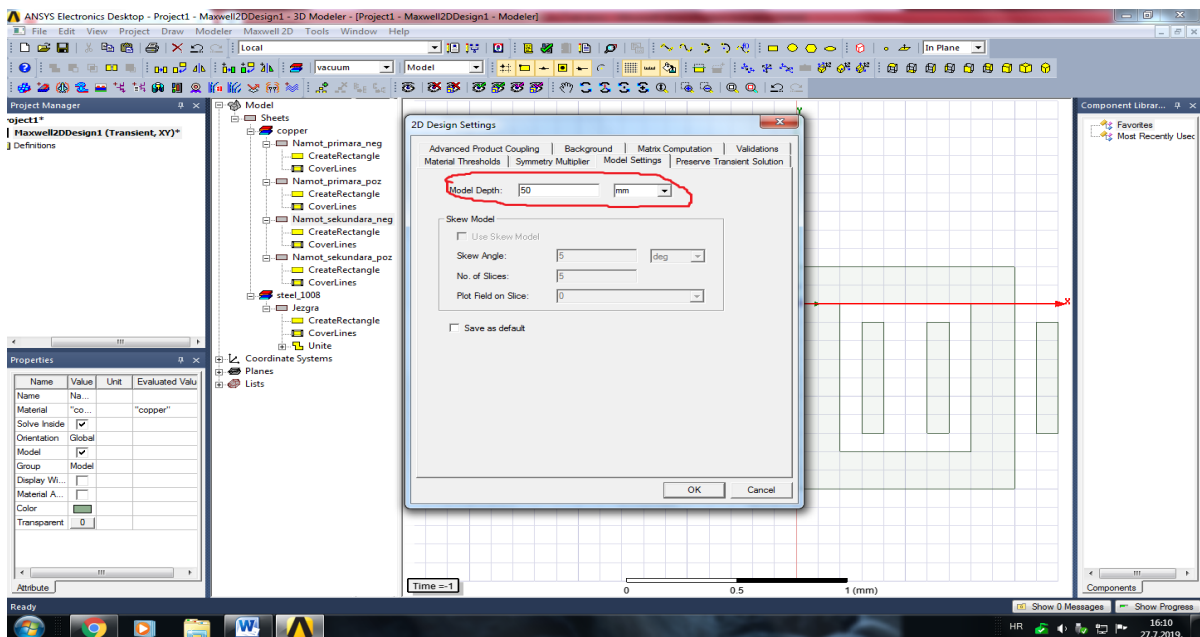
Slika5.10 Odabir materijala za namote transformatora

Zatim se dodjele nazivi za namote, odlučuje se koja je primarna, a koja sekundarna strana transformatora i odlučuje se gdje ulazi struja u koji namot.



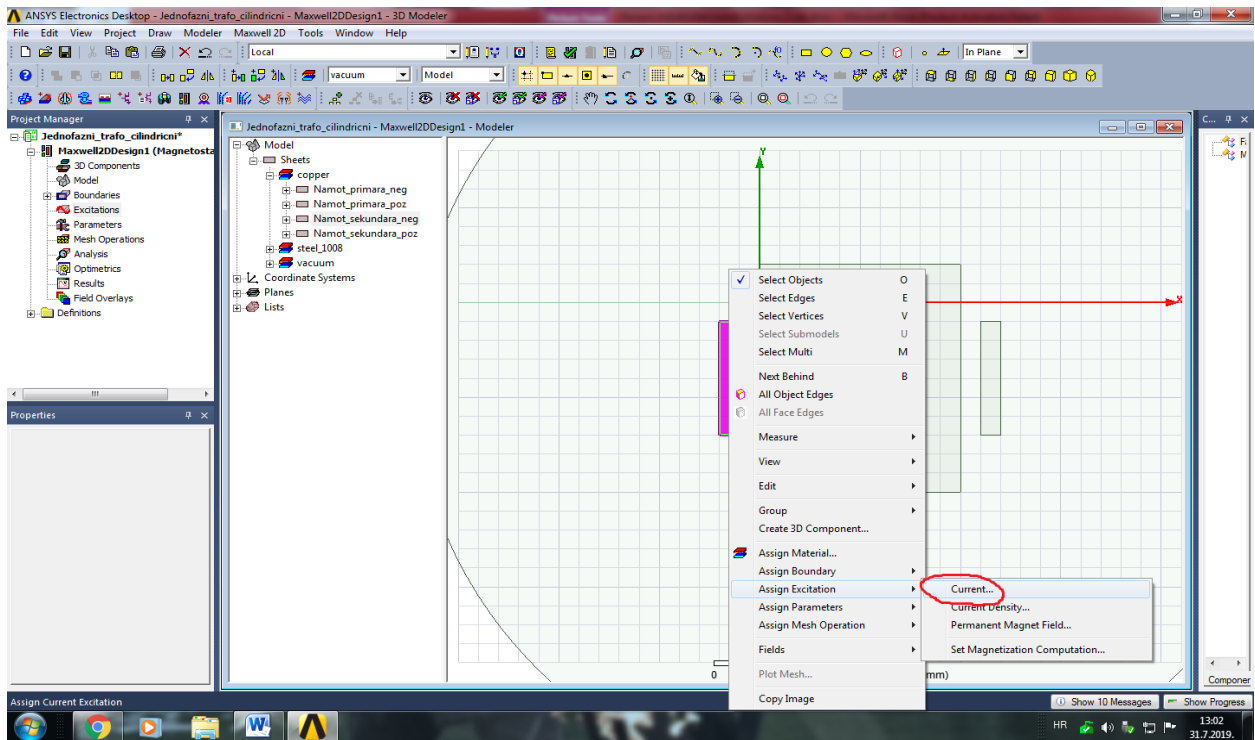
Slika5.11 Dodjela naziva namotima

Sljedeći korak je biranje mjerne jedinice i dizajn modela.

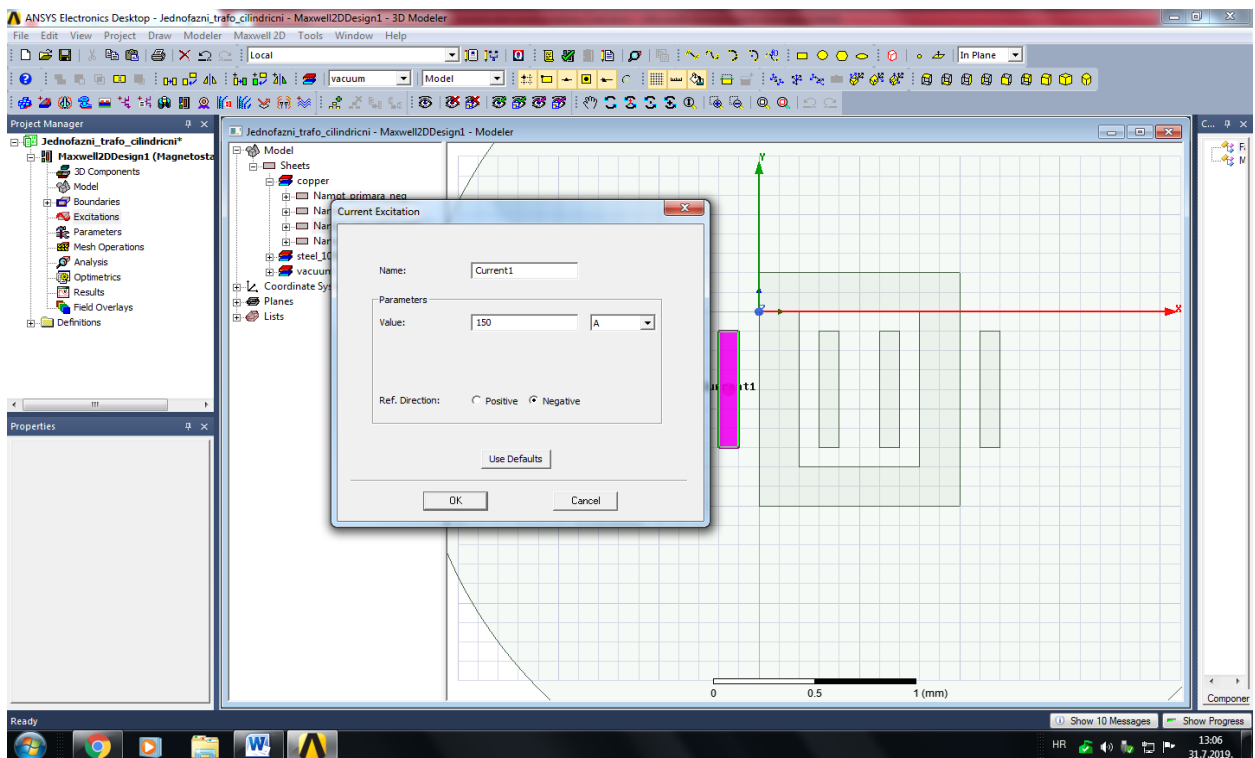


Slika5.12 Dizajn modela

Sada se za svaki namot transformatora određuje smjer i iznos struje. Za ovaj i sljedeće primjere odabrat će se iznos struje od 150 ampera(A).



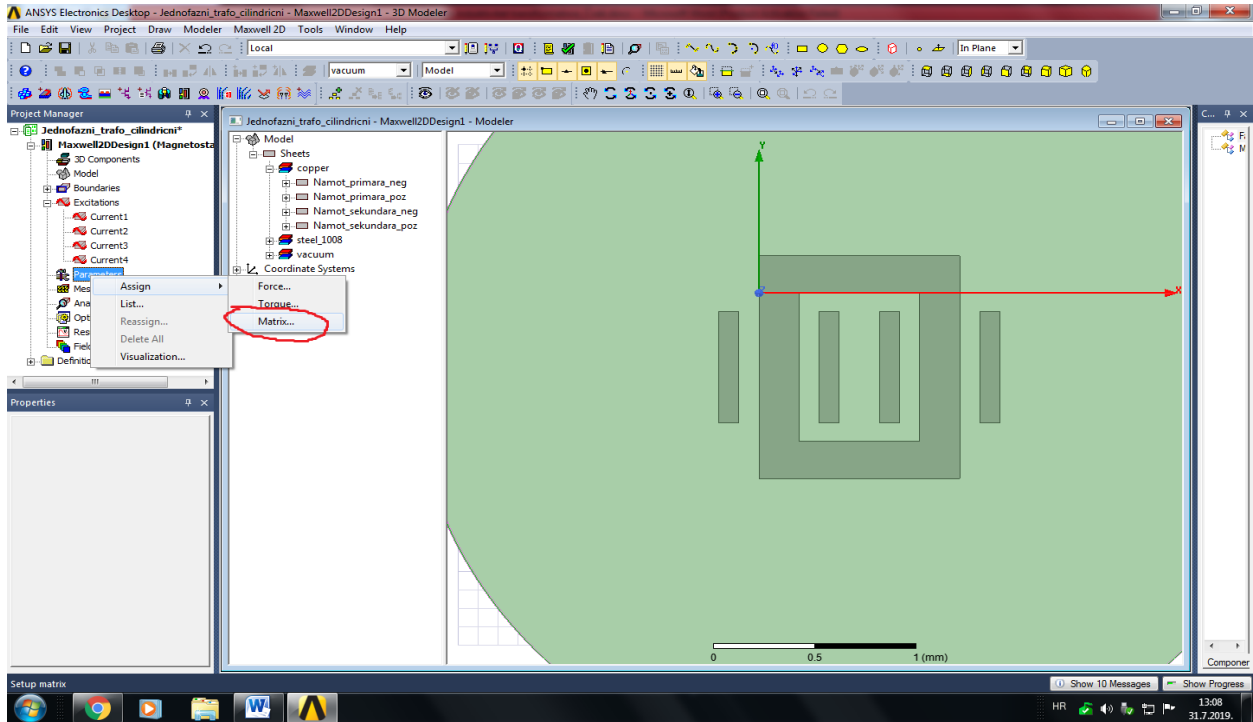
Slika5.13 Postavljanje struje namota



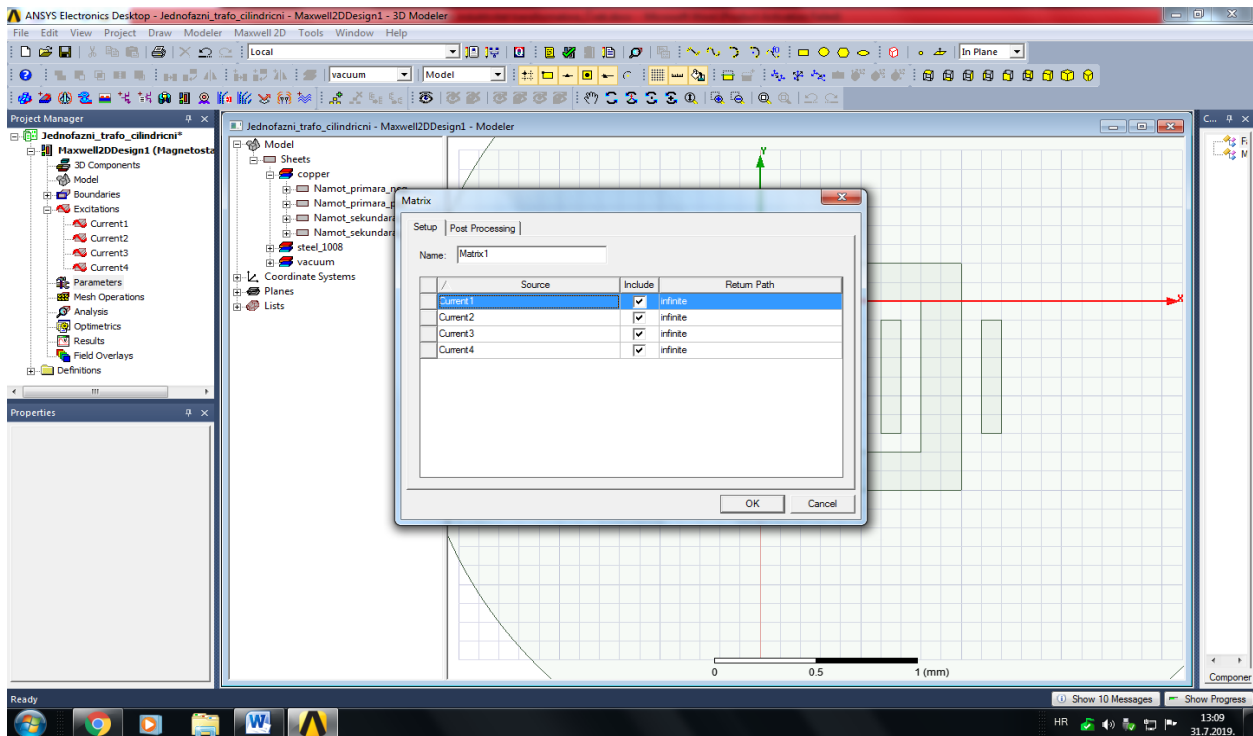
Slika5.14 Određivanje smjera i iznos struje



Kada se odrede svi smjerovi i iznosi svih struja namota sljedeći korak je unošenje struja u matricu.

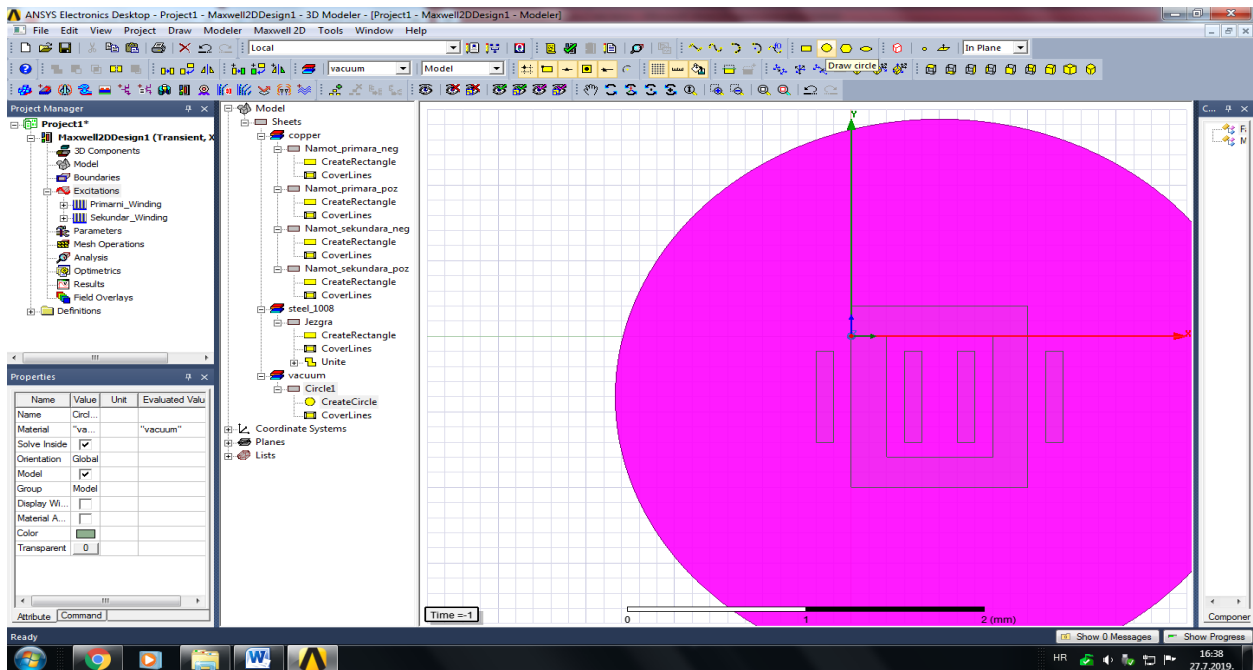


Slika5.15 Unošenje matrice



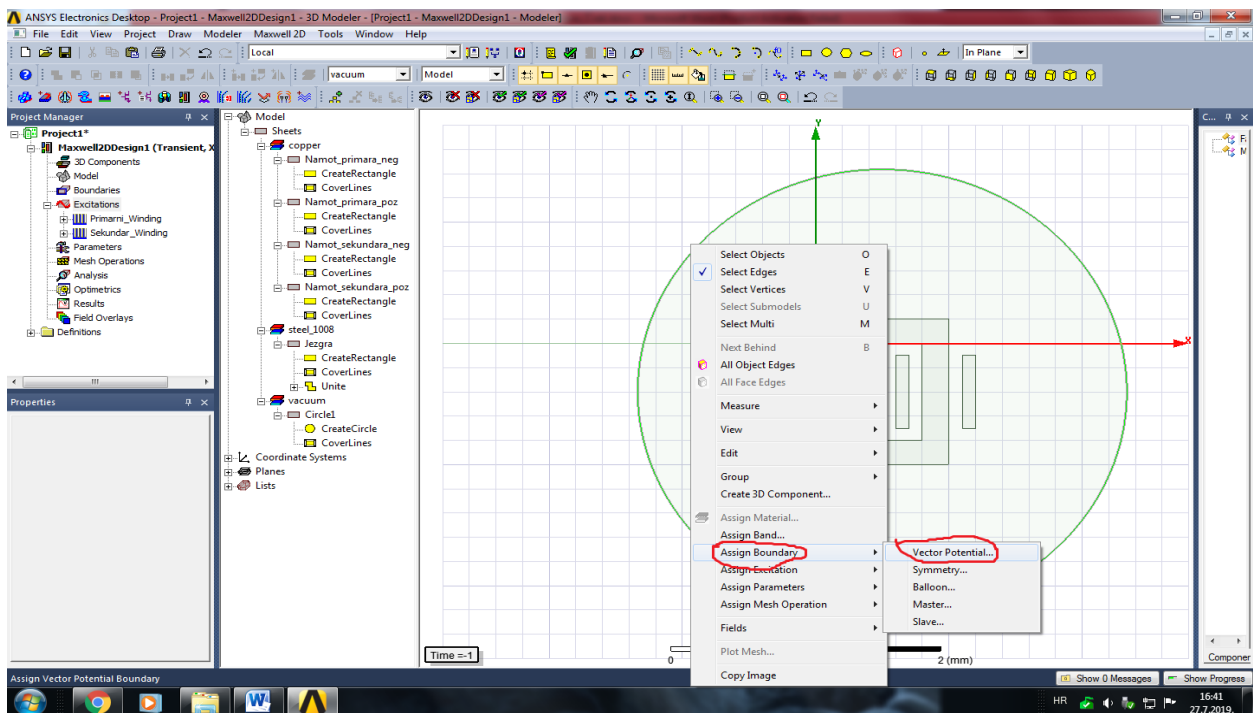
Slika5.16 Potvrđivanje svih struja u matricu

Sljedeći korak jest da se okolo modela nacrtaju objekti koji predstavljaju vakuum.



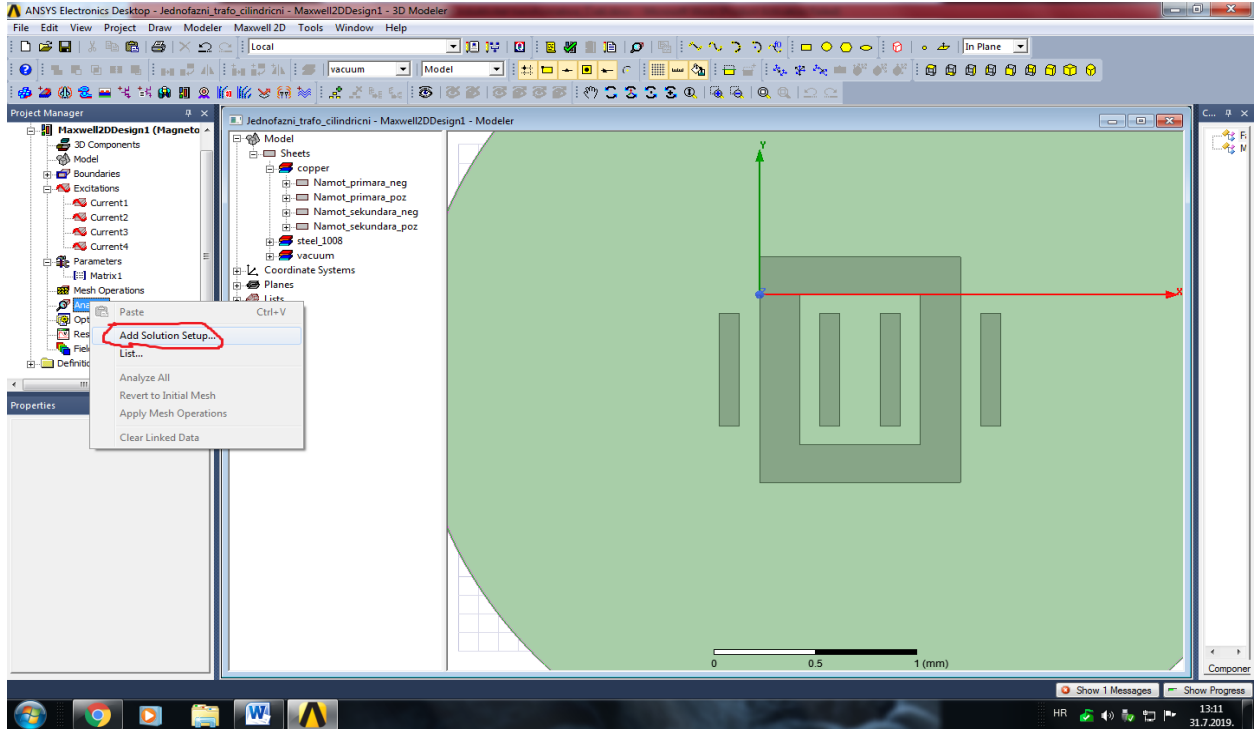
Slika5.17 Crtanje cijelog modela u vakuum

Sljedeći korak je postavljanje granica.

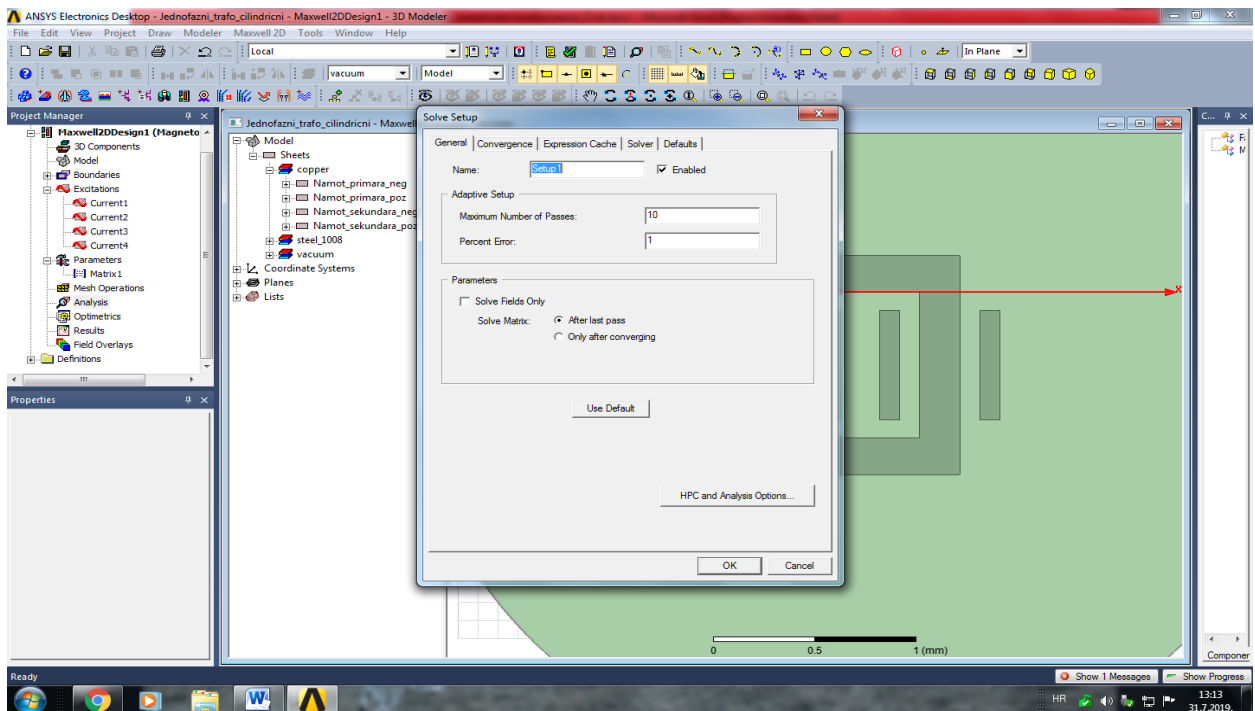


Slika5.18 Određivanje granica modela

Poslije postavljanja granica modela mora se pokrenuti analiza modela kao što je prikazano na slici 5.19.

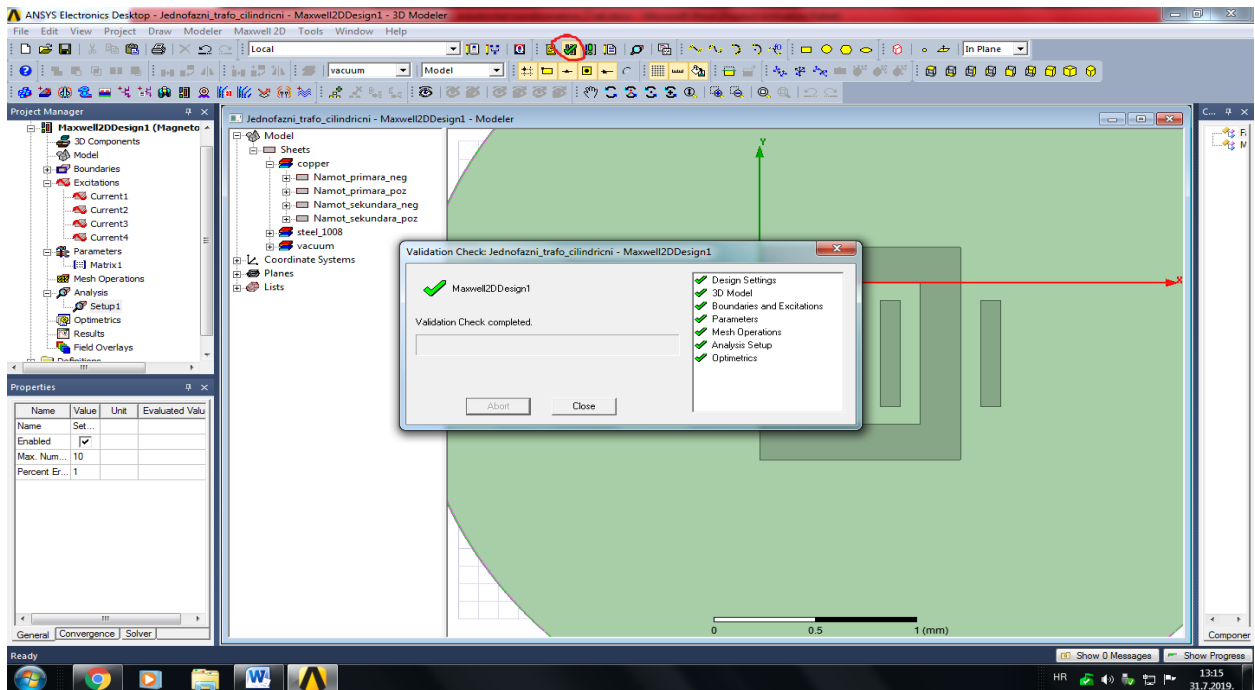


Slika5.19 Analiza modela



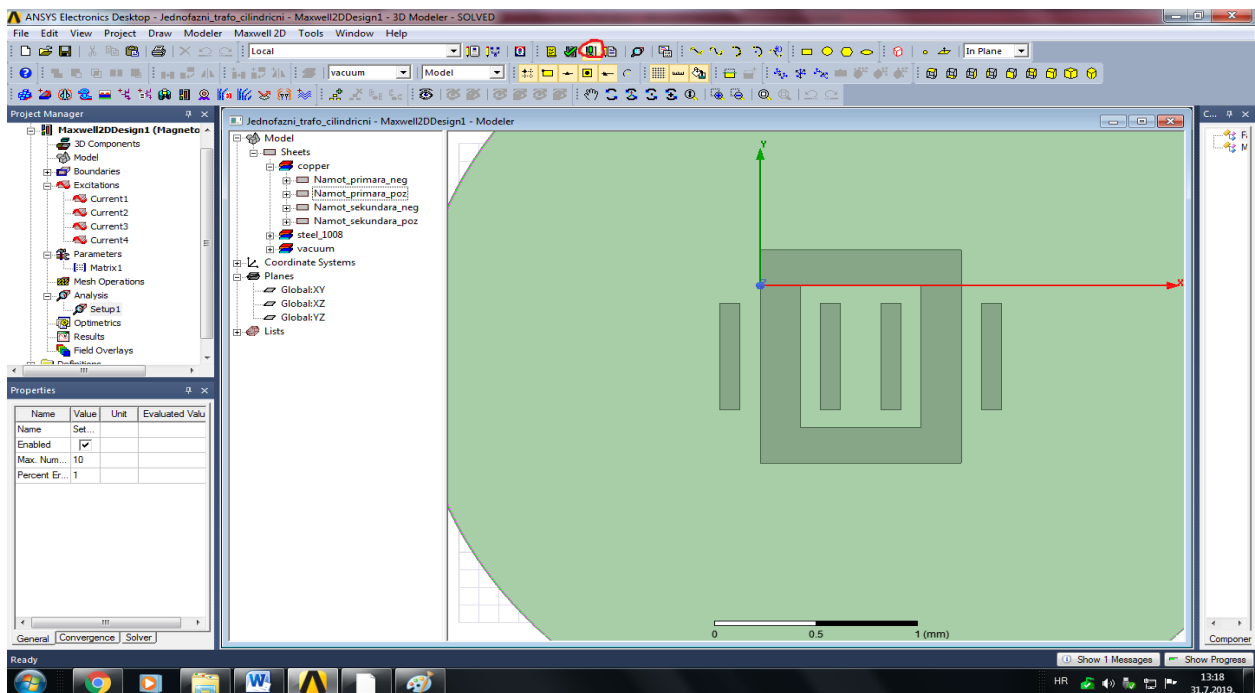
Slika5.20 Postavljanje analize modela

Prije samog pokretanja analize treba se provjeriti valjanost modela kao što je prikazano na slici 5.21.



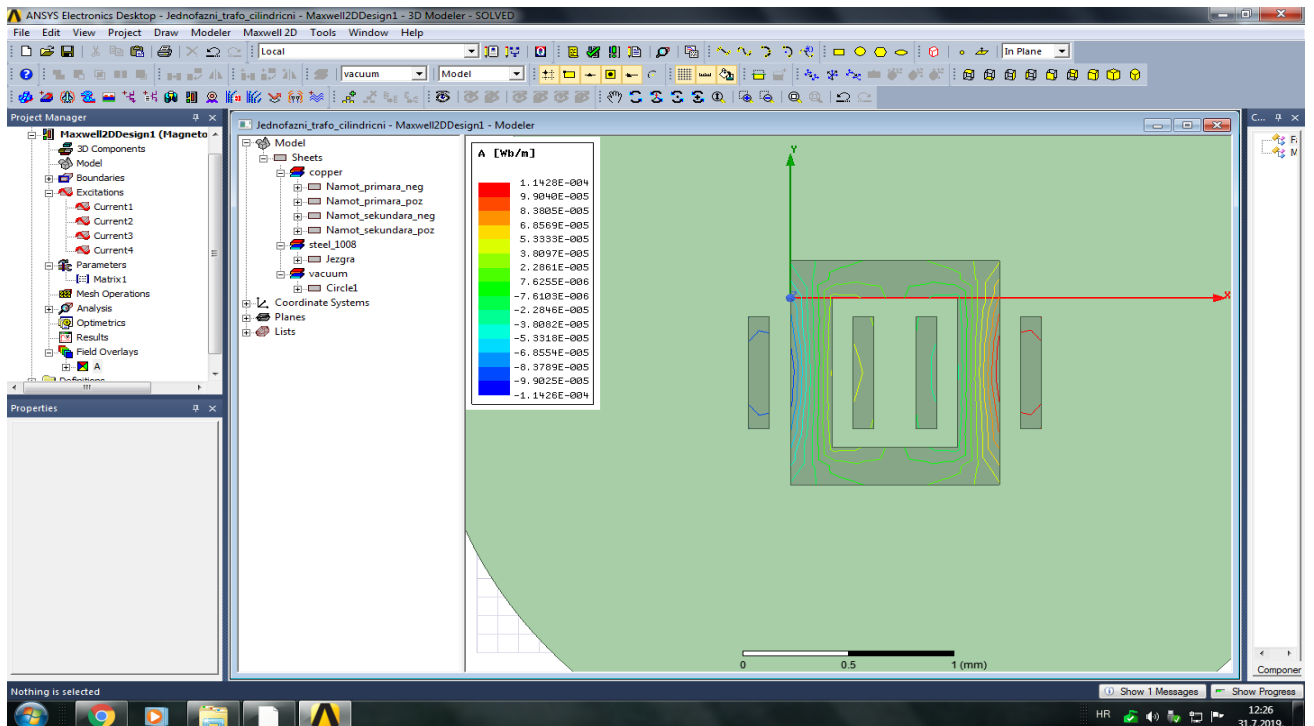
Slika5.22 Provjera valjanosti modela

Sljedeći korak jest samo pokretanje analize.

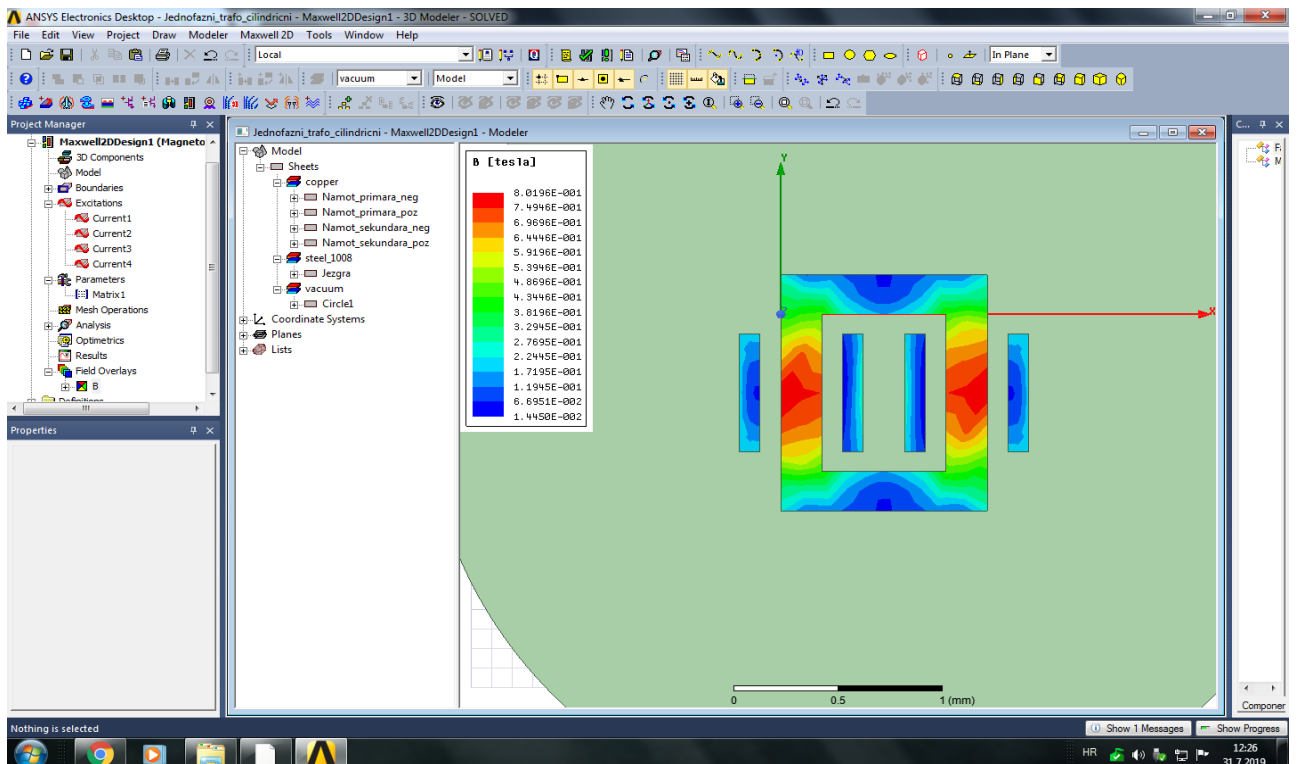


Slika5.23 Pokretanje simulacije

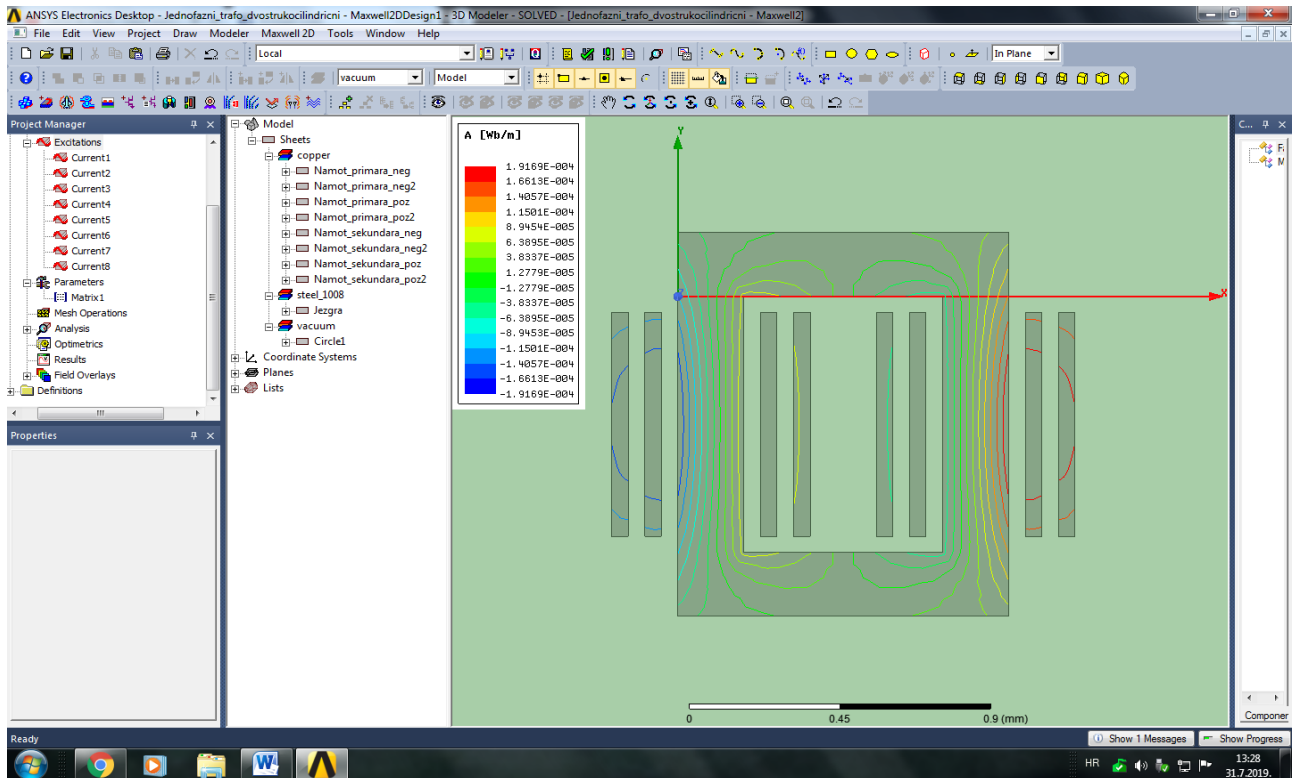
Zatim slijedi biranje simulacije po našoj želji. Simulirati će se gustoća magnetskog polja transformatora te prikaz magnetskih silnica jednofaznog transformatora.



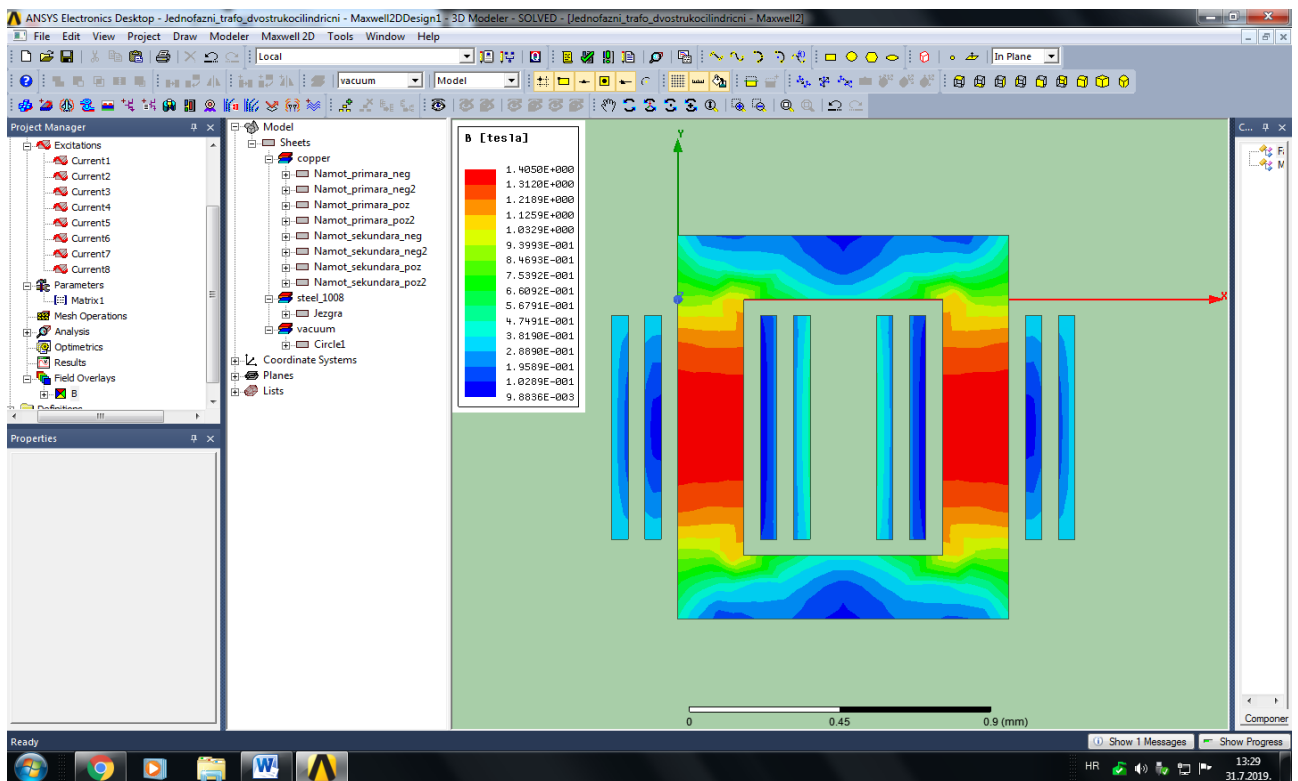
Slika5.24 Prikaz magnetskih silnica jednofaznog transformatora s cilindričnim namotima



Slika5.25 Prikaz gustoće magnetskog polja jednofaznog transformatora s cilindričnim namotima

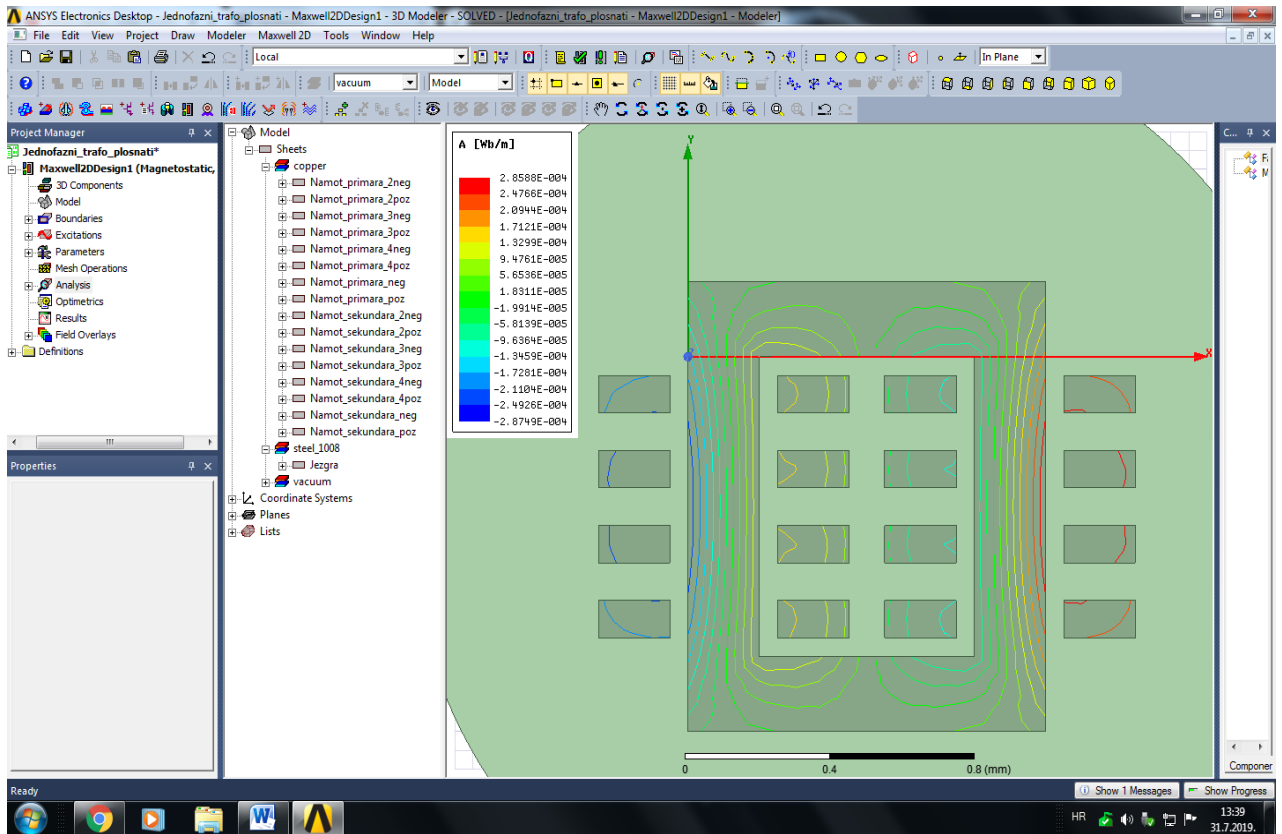


Slika5.26 Prikaz magnetskih silnica jednofaznog transformatora s dvostruko cilindričnim namotima

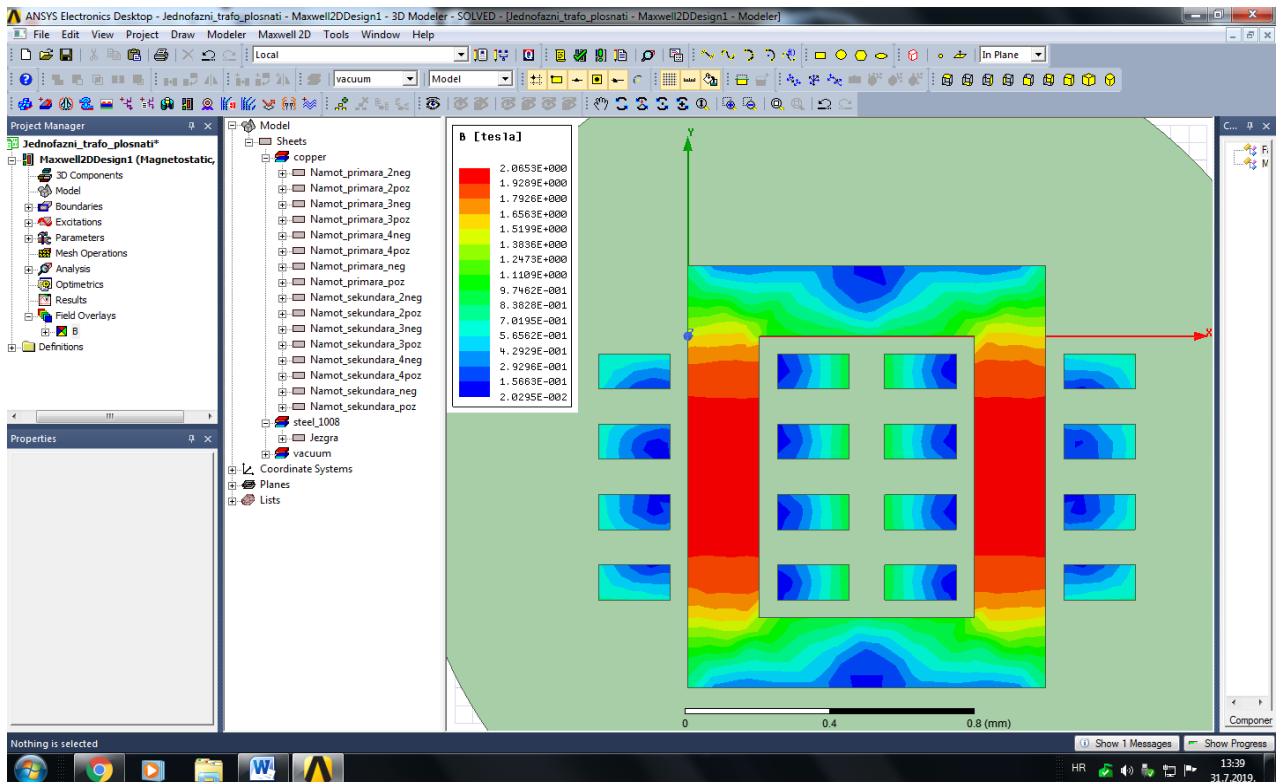


Slika5.27 Prikaz gustoće magnetskog polja jednofaznog transformatora s dvostruko cilindričnim namotima

## 5. ANALIZA RASIPNOG INDUKTIVITETA TRANSFORMATORA



Slika5.28 Prikaz magnetskih silnica jednofaznog transformatora s plosnatim namotima



Slika5.29 Prikaz gustoće magnetskog polja jednofaznog transformatora s plosnatim namotima

**ZAKLJUČAK**

Rasipni induktivitet je element mreže kojime je modelirano magnetsko polje koje ne sudjeluje u prijenosu energije između namota transformatora. Rasipni induktivitet se na razini modela transformatora modelira magnetsko polje uzrokovano strujama primara i sekundara, a koje nije ulančano sa zavojima drugih namota.

Rasipni induktivitet po svojoj prirodi nije niti poželjan niti nepoželjan, u nekim primjenama nastoji se postići što je mogući veći njegov iznos, a u drugim što manji. Uobičajeno se odabiru transformatori kojima je napon kratkog spoja između 5 i 15 %

Iz grafičkih prikaza rezultata simulacija u Ansysu programa zorno je vidljiv rasipni magnetski tok transformatora. Program omogućava brzo i jednostavno modeliranje magnetskog polja razolikih izvedbi transformatora. Također za različite strujno naponske prilike (opterećenja). Korisnik je u mogućnosti na različite načine prilagođavati grafičke prikaze.

Najbolji primjer kada želimo da rasipni magnetski tok bude najveći jest kod transformatora za elektrolučno zavarivanje kako bi se struja kratkog spoja ograničila na iznos koji je potreban za normalno gorenje električnog luka.

Ovaj završni rad jasno opisuje temelje zakone elektromagnetizma i širu sliku rasipnog induktiviteta. Rasipni magnetski induktivitet transformatora ovisno o primjeni se mora tretirati s velikom pažnjom. Ansys program pruža korisnicima velike mogućnosti izrade modela, grafičkih prikaza, dijagramskih prikaza itd. Pomoću ovih zakona elektomagnetizma čovječanstvo je naučilo primjeniti i ostavirati najveći izum elektroenergetski sustav.



**LITERATURA**

- [1] POWER MAGNETIC DEVICES\_S. D. SUDHOFF\_John Wiley & Sons\_2014
- [2] Haznadar, Zijad; Štih, Željko. Elektromagnetizam, 1. dio, Zagreb: Školska knjiga, 1997.
- [3] Cindro, Nikola. Fizika 2: elektricitet i magnetizam, Zagreb: Školska knjiga, 1985.
- [4] Prezentacija s predavanja/magnetski materijali, url: (15. 05. 2019)  
[https://www.pfst.unist.hr/~ivujovic/stare\\_stranice/ppt/pred12.ppt](https://www.pfst.unist.hr/~ivujovic/stare_stranice/ppt/pred12.ppt)
- [5] ET predavanje/magnetizam III, url: (21. 05. 2019)  
[https://www.fpz.unizg.hr/elektrotehnika/admin/upload/magnetizam\\_iii.pdf](https://www.fpz.unizg.hr/elektrotehnika/admin/upload/magnetizam_iii.pdf)
- [6] Završni rad/analiza magnetskih krugova korištenjem ANSYS-a, url: (22. 05. 2019)  
<https://repozitorij.etfos.hr/islandora/object/etfos:1698/preview>
- [7] Dolenc, Anton. Transformatori I. i II. dio, Zagreb: Sveučilišna naklada, 1991.
- [8] Mahmutćehajić, Rusmir. Modeliranje transformatora, Osijek: Sveučilišna naklada, 1987.
- [9] Enciklopedija/transformatori, url: (17.05. 2019)  
<http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=62032>
- [10] Završni rad/naponski mjerni transformatori, url: (19. 05. 2019)  
<https://zir.nsk.hr/islandora/object/unin:1134/preview>
- [11] Završni rad/Transformator Maxwell Tutorial, url: (23. 07. 2019)  
<https://repozitorij.etfos.hr/islandora/object/etfos%3A821/datastream/PDF/view>