

# Utjecaj broja mjerenja na sistematsku pogrešku i mjernu nesigurnost karakteristike nelinearne zavojnice

---

Cerovečki, Marta

Undergraduate thesis / Završni rad

2016

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:200:767561>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-23**

*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**

**FAKULTET ELEKTROTEHIKE, RAČUNARSTVA I  
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA**

**Sveučilišni studij**

**Utjecaj broja mjerenja na sistematsku pogrešku i mjernu  
nesigurnost karakteristike nelinearne zavojnice**

**Završni rad**

**Marta Cerovečki**

**Osijek, 2016**



Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

**ETFOS**

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET OSIJEK



**Obrazac Z1P - Obrazac za ocjenu završnog rada na preddiplomskom studiju**

Osijek, 2016.

Odboru za završne i diplomske ispite

**Prijedlog ocjene završnog rada**

<b>Ime i prezime studenta:</b>	Marta Cerovečki
<b>Studij, smjer:</b>	Preddiplomski studije elektrotehnike, smjer Komunikacije i informatika
<b>Mat. br. studenta, godina upisa:</b>	3772, 2013.
<b>Mentor:</b>	Izv.prof.dr.sc.Kruno Miličević
<b>Sumentor:</b>	Ivan Biondić, asistent
<b>Naslov završnog rada:</b>	Utjecaj broja mjerenja na sistematsku pogrešku i mjernu nesigurnost karakteristike nelinearne zavojnice
<b>Primarna znanstvena grana rada:</b>	Elektrostojarstvo
<b>Sekundarna znanstvena grana (ili polje) rada:</b>	Znanstveno polje elektrotehnike
<b>Predložena ocjena završnog rada:</b>	
<b>Kratko obrazloženje ocjene prema Kriterijima za ocjenjivanje završnih i diplomskih radova:</b>	Primjena znanja stečenih na fakultetu: Postignuti rezultati u odnosu na složenost zadatka: Jasnoća pismenog izražavanja: Razina samostalnosti:

Potpis sumentora:

Potpis mentora:

Dostaviti:

1. Studentska služba

Potpis predsjednika Odbora:

Dostaviti:

1. Studentska služba



Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

**ETFOS**

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET OSJEK



## IZJAVA O ORIGINALNOSTI RADA

Osijek, 2016.

**Ime i prezime studenta:**

Marta Cerovečki

**Studij :**

Preddiplomski studije elektrotehnike, smjer Komunikacije i informatika

**Mat. br. studenta, godina upisa:**

3722, 2013.

Ovom izjavom izjavljujem da je rad pod nazivom:

**Utjecaj broja mjerenja na sistematsku pogrešku i mjernu nesigurnost karakteristike nelinearne zavojnice**

izrađen pod vodstvom mentora

Izv.prof.dr.sc.Kruno Miličević

i sumentora

Ivan Biondić, asistent

moj vlastiti rad i prema mom najboljem znanju ne sadrži prethodno objavljene ili neobjavljene pisane materijale drugih osoba, osim onih koji su izričito priznati navođenjem literature i drugih izvora informacija.

Izjavljujem da je intelektualni sadržaj navedenog rada proizvod mog vlastitog rada, osim u onom dijelu za koji mi je bila potrebna pomoć mentora, sumentora i drugih osoba, a što je izričito navedeno u radu.

Potpis studenta:

# SADRŽAJ

<b>1.UVOD .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Zadatak završnog rada .....</b>	<b>2</b>
<b>2.TEORIJSKI UVOD O MJERNOJ NESIGURNOSTI .....</b>	<b>3</b>
<b>2.1 Standardna nesigurnost A tipa.....</b>	<b>3</b>
<b>2.2 Standardna nesigurnost B tipa.....</b>	<b>5</b>
<b>2.3 Složena standardna nesigurnost.....</b>	<b>7</b>
<b>2.4 Područja pouzdanosti.....</b>	<b>9</b>
<b>2.4.1 Gaussova ili normalna razdioba .....</b>	<b>9</b>
<b>3.MATEMATIČKI MODEL NELINEARNE ZAVOJNICE .....</b>	<b>12</b>
<b>4.REZULTATI .....</b>	<b>15</b>
<b>5.ZAKLJUČAK .....</b>	<b>23</b>
<b>LITERATURA .....</b>	<b>25</b>
<b>SAŽETAK.....</b>	<b>26</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>26</b>
<b>ŽIVOTOPIS .....</b>	<b>28</b>
<b>PRILOZI.....</b>	<b>29</b>

---

## 1. UVOD

Mjerenje predstavlja eksperimentalni proces kojim se određuje prava vrijednost mjerene veličine s određenom točnošću. U samom procesu uspoređuju se mjerene veličine i pripadne jedinice pa je važno da upotrebljavane jedinice u odgovarajućoj mjernoj tehnici budu definirane najvećom mogućom točnošću. Prilikom procesa mjerenja koriste se određene metode i uređaji te su točno definirani uvjeti mjerenja u kojima se pokušava doći do što točnijih rezultata. Međutim i uz primjenu najboljih metoda i uređaja u mjerenju nemoguće je dobiti potpuno točan rezultat. Pojavljuju se veća ili manja odstupanja između izmjerenih veličina i pravih vrijednosti mjerene veličine. Postoji niz razloga zbog kojih može doći do odstupanja mjernog rezultata, a neki od uzroka su nesavršenost mjerne opreme, nesavršenost mjernog postupka, mjernog objekta te mjeritelj i njegova slobodna procjena rezultata mjerenja. Sva ova navedena odstupanja predstavljaju apsolutnu pogrešku mjerenja. Pogreška predstavlja svako odstupanje mjernog rezultata od prave vrijednosti mjerene veličine. Prava vrijednost uglavnom nije poznata pa se stoga pravom vrijednošću smatra ona vrijednost mjerene veličine koja u odnosu na mjerni rezultat ima barem tri puta manju nesigurnost. Tako dobivena prava vrijednost mjernog rezultata naziva se dogovorena prava vrijednost ( $x_p$ ). Razlikuju se tri vrste pogrešaka: grube, slučajne i sistematske pogreške. Grube pogreške su sve one pogreške koje nastaju zbog nepažnje ili neznanja mjeritelja, korištenjem krive metode prilikom mjerenja te naglim promjenama u okolini. Mjerni rezultati s grubim pogreškama se odbacuju. Kada se govori o sustavnim pogreškama misli se na pogreške uzrokovane sistemom mjerenja. Takve pogreške se ponavljaju prilikom ponavljanja mjerenja, a imaju određenu vrijednost i predznak koji se uzimaju u obzir prilikom korekcije rezultata. Slučajne pogreške izazvane su neizbježnim promjenama koje nastaju u mjernom uređaju, objektu ili su posljedica utjecaja okoline. Ovakav tip pogreške mijenja se po vrijednosti i predznaku te dovodi do rasipanja rezultata i čini rezultat „nesigurnim“. Cilj uzastopnih obavljanja mjerenja i izračunavanja pogreške je što pouzdanije odrediti pravu vrijednost mjerene veličine odnosno dati interval unutra kojeg se nalazi tražena vrijednost. Svako iskazivanje rezultata treba sadržavati vrijednost mjerene veličine odnosno najbolju procjenu mjerene veličine, mjernu nesigurnost i odgovarajuću mjernu jedinicu prema izrazu (1-1).

$$M = \{M_i \pm u\}[M] \quad (1-1)$$

---

Svaki rezultat mjerenja koji je dan bez podatka o njegovoj točnosti, beskoristan je. [1] [2]

## **1.1 Zadatak završnog rada**

Zadatak završnog rada je za dane rezultate mjerenja odrediti područje pouzdanosti i pokazati na koji način broj mjerenja utječe na sistematsku pogrešku i mjernu nesigurnost karakteristike nelinearne zavojnice.

---

## 2. TEORIJSKI UVOD O MJERNOJ NESIGURNOSTI

Kako u prirodi ne postoji savršeno mjerenje tako i rezultati mjerenja nisu potpuno pouzdani i točni, te se više ili manje razlikuju od prave vrijednosti mjerene veličine. Stoga na temelju izvedenog mjerenja procjenjujemo mjernu nesigurnost. Prema literaturi [3], mjerna nesigurnost je jedinstven, univerzalan i jednostavan iskaz o kvaliteti mjernog rezultata. Dakle, mjerna nesigurnost predstavlja raspon vrijednosti unutra kojih se očekuje da se nalazi prava vrijednost mjerene veličine.

U praksi postoje različiti izvori nesigurnosti u mjerenju, a neki od njih su: nepotpuna definicija i nesavršeno ostvarenje mjerene veličine, nereprezentativno uzorkovanje, nedovoljno poznavanje djelovanja utjecajnih veličina na mjerni rezultat, mjerna oprema, mjeritelj, razlučivost, vrijednost konstanti i drugih parametara koji se upotrebljavaju pri obradi rezultata, etaloni, aproksimacije, pretpostavke i zanemarivanje nekih stavki ugrađenih u postupak te mnoga druga sistematska odstupanja koja ne možemo odrediti čak niti kada je rezultat ispravljen. Mjerna nesigurnost u praksi se iskazuje standardnom devijacijom. Ukupan mjerna nesigurnost jednaka je geometrijskom zbroju pojedinih komponenti:

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (2-1)$$

odnosno:

$$u = \sqrt{\sum u_i^2} \quad (2-2)$$

Mjerna nesigurnost sastoji se iz više komponenti te se prema metodi procjenjivanja komponenti može razvrstati u dvije skupine: standardna nesigurnost A tipa i standardna nesigurnost B tipa [2].

### 2.1. Standardna nesigurnost A tipa

Standardna nesigurnost tipa A određuje se eksperimentalno, statističkom metodom. Mjerenja se ponavljaju pri jednakim uvjetima te se izračunava aritmetička sredina i standardna devijacija.



---

Ukoliko postoji vremenski stalna veličina  $X$  koja se mjeri više puta ( $n$  puta) pri jednakim uvjetima, tada se dobije niz očitavanja  $x_i$  koji se međusobno razlikuju zbog nekontroliranih promjena koje se zbivaju u mjernom uređaju, mjernom objektu ili okolini. Tada je potrebno izračunati aritmetičku sredinu koja predstavlja najbolju aproksimaciju mjerene veličine.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad (2-3)$$

Standardna devijacija pojedinačnih očitavanja (formula 2-4) je mjera rasipanja pojedinačnih očitavanja gdje nam je  $n - 1$  ukupan broj stupnjeva slobode jer je jedan stupanj slobode od njih  $n$  već iskorišten kod računanja aritmetičke sredine. [4] [5]

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2-4)$$

Standardno odstupanje aritmetičke sredine mjera je rasipanja aritmetičke sredine od  $n$  nizova mjerenja i dano je formulom:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2-5)$$

Dakle, mjerna nesigurnost tipa A iskazuje se standardnim odstupanjem aritmetičke sredine što je prikazano sljedećom jednakosti:

---

$$u(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2-6)$$

ili

$$u_A = s_{\bar{x}} \quad (2-7)$$

Budući da se nesigurnost A tipa iskazuje standardnom devijacijom, ponavljanjem mjerenja i računanjem aritmetičke sredine može se smanjiti nesigurnost rezultata uzrokovane slučajnim odstupanjem sa djeliteljem  $\sqrt{n}$  [2]. Broj mjerenja nema smisla beskonačno povećavati jer se pri velikom broju mjerenja odstupanje malo smanjuje [5].

## 2.2. Standardna nesigurnost B tipa

Standardna nesigurnost B tipa koristi se kada se većina komponenti nesigurnosti ne određuje eksperimentalno ili kada je mjerni rezultat proizvod samo jednog mjerenja pa se nesigurnost procjenjuje samo na temelju informacija kojima se raspolaže u danom trenutku. Procjene nesigurnosti B tipa mogu biti temeljene na specifikacijama mjerne opreme, podacima o umjeravanju mjerila, podacima o nesigurnosti uporabljenih konstanti ili nekih drugih podataka preuzetih iz priručnika, podaci o ranije provedenim sličnim mjerenjima, procjeni nesigurnosti ispravka te raznim drugim informacijama [2].

Kod procjene nesigurnosti B tipa treba paziti na koji su način podaci iskazani te ih preračunati u nesigurnost iskazanu standardnim odstupanjem. Uglavnom se mjerna nesigurnost ovog tipa procjenjuje iz graničnih pogrešaka. Svako mjerilo ima svoje specifikacije u kojem su navedene točnosti, tj. granične pogreške. Granične pogreške različito se iskazuju za analogne i digitalne instrumente. Podatak o graničnim pogreškama ( $\pm G$ ) ne daje informaciju o stvarnoj vrijednosti pogreške nego se pomoću ove informacije pretpostavlja da su sve vrijednosti pogreške unutar raspona koji omeđuju granice pogreške jednako vjerojatne te da su izvan tih granica nemoguće. Vjerojatnost da je mjerni rezultat unutar granica  $M-G$  i  $M+G$  prikazana je na sljedeći način:

---

$$P_r(M - G > x > M + G) = \int_{M-G}^{M+G} \frac{1}{2G} dx = 1 \quad (2-8)$$

Tada je standardno odstupanje pojedinih očitavanja koja su jednako vjerojajotna u danom intervalu  $\pm G$  dano formulom:

$$s = \frac{G}{\sqrt{3}} \quad (2-9)$$

te se mjerna nesigurnost iskazuje standardnim odstupanjem prema sljedećem izrazu:

$$u_B = s = \frac{G}{\sqrt{3}} \quad (2-10)$$

Ovim načinom procjenjuje se nesigurnost B tipa kada su dane informacije o graničnim pogreškama mjerila, uporabnim graničnim pogreškama, sigurnim graničnim pogreškama, ali i podaci o histerezi mjerila, razlučivosti, kvantizaciji i zaokruživanju [5].

### 2.3. Složena standardna nesigurnost

Ukoliko je mjerena (izlazna) veličina funkcija više ulaznih veličina koje su međusobno nezavisne ( $x_1, x_2, x_3, \dots$ ), a mjere se izravno i funkcijski su povezane

---


$$Y = F(x_1, x_2, x_3, \dots) \quad (2-11)$$

tada se izlazna veličina ne mjeri izravno. Izlazna veličina (Y) mjeri se posredno, preko ulaznih veličina, a mjerni rezultat dobije se na temelju procjene ulaznih veličina i na temelju odgovarajućeg matematičkog modela funkcijske povezanosti izlaznih i ulaznih veličina.

$$y = F(x_1, x_2, x_3, \dots) \quad (2-12)$$

Potrebno je ispraviti sve ulazne veličine za iznose sistematskih pogrešaka. Nakon svih ispravaka može se procijeniti složena apsolutna nesigurnost mjernog rezultata.

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot u_a(x_i) \right]^2} \quad (2-13)$$

U formuli 2-13  $\partial x_i$  predstavlja koeficijent osjetljivosti koji pokazuje koliko se promjeni mjerni rezultat ovisno o promjeni određene ulazne veličine, dok  $u_a(x_i)$  iskazuje apsolutnu nesigurnost određene ulazne veličine. Navedeni izraz koristi se samo u slučaju kada su ulazne veličine međusobno nezavisne. U slučaju kada su ulazne veličine međusobno zavisne mora se primijeniti potpuni izraz koji je poznat kao zakon porasta (širenja) nesigurnosti. Zakon porasta nesigurnosti temelji se na aproksimaciji dane funkcije F u Taylorov red 1. stupnja.

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot u_a(x_i) \right]^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial F}{\partial x_j} u_{(x_i, x_j)}} \quad (2-14)$$

---

Varijabla  $u_{(x_i, x_j)}$  označava kovarijancu dviju slučajnih varijabli koja je mjera njihove međusobne linearne ovisnosti. Kada ulazne veličine nisu međusobno zavisne, nema korelacije među njima tada je  $2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial F}{\partial x_j} u_{(x_i, x_j)} = 0$ .

Izraz za postotnu mjernu nesigurnost uvijek vrijedi i glasi:

$$u_{\%}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{F} \cdot u_{\%}(x_i) \right]^2} \quad (2-15)$$

Matematički modeli koji sadrže samo množenje, dijeljenje i potenciranje međusobno nezavisnih ulaznih veličina koriste pojednostavljenu postotnu nesigurnost:

$$y = C x_1^{e_1} \cdot x_2^{e_2} \cdot \dots \cdot x_n^{e_n} \quad (2-16)$$

gdje su  $x_1, x_2, x_3 \dots$  međusobno nezavisne ulazne veličine, a  $e_1, e_2, e_3, \dots$  točno poznati eksponenti ulaznih veličina sa zanemarivo malom nesigurnošću. Tada se postotna složena nesigurnost može zapisati kao:

$$u_{\%}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [e_i \cdot u_{\%}(x_i)]^2} \quad (2-17)$$

Ukoliko postoji korelacije među ulaznim veličinama treba procijeniti kovarijancu. Procjenjuje se eksperimentalno kao srednja vrijednost umnoška uparenih odstupanja. Korelacija se može

izbjeći tako da se veličina preko koje neke druge veličine koreliraju uvrsti u funkciju F. Tada ona postaje nova nezavisna ulazna veličina [4].

## 2.4. Područje pouzdanosti

Poznato je da se aritmetička sredina pojedinačnih rezultata ne mora biti jednaka onoj stvarnoj vrijednosti mjerne veličine. Kako bi aritmetička sredina bila što bliža stvarnoj vrijednosti mjerene veličine, treba napraviti velik broj pojedinačnih mjerenja. Često se zbog toga ustanovljuju granice unutar kojih sa sigurnošću  $P$  ( $P$ -odabrana statistička sigurnost) možemo očekivati pravu vrijednost mjerene veličine. Ustanovljene granice nazivaju se granicama pouzdanosti, a područje koje zatvaraju, područjem pouzdanosti.

**Tablica 2.1.** Područja pouzdanosti kada se može procijeniti standardna devijacija  $\sigma$ .

Statistička sigurnost	Područje pouzdanosti	Donja granica pouzdanosti	Gornja granica pouzdanosti
$P = 68,3 \%$	$\bar{x} \pm \sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x} - \sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x} + \sigma/\sqrt{n}$
$P = 95\%$	$\bar{x} \pm 1,96\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x} - 1,96\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x} + 1,96\sigma/\sqrt{n}$
$P = 99 \%$	$\bar{x} \pm 2,58\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x} - 2,58\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x} + 2,58\sigma/\sqrt{n}$
$P = 99,73 \%$	$\bar{x} \pm 3\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x} - 3\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x} + 3\sigma/\sqrt{n}$

Izraz  $\bar{x} \pm \sigma/\sqrt{n}$  definira područje pouzdanosti unutar kojeg se sa sigurnošću  $P$  može očekivati stvarna vrijednost neke mjerene veličine pri čemu su  $\bar{x} - \sigma/\sqrt{n}$  i  $\bar{x} + \sigma/\sqrt{n}$  donja i gornja granica pouzdanosti [1].

### 2.4.1. Gaussova ili normalna razdioba

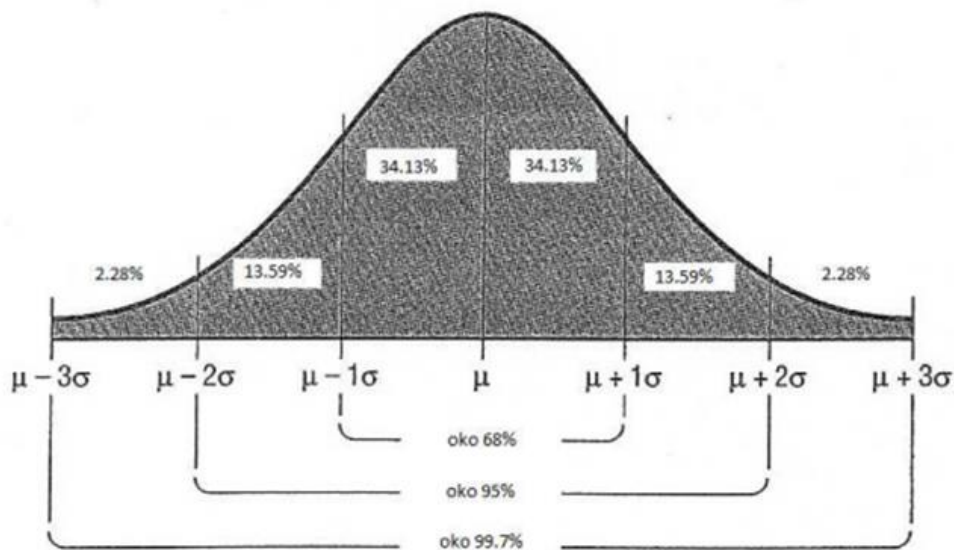
Najčešća, ali i najvažnija razdioba u teoriji i primjeni matematičke statistike je normalna ili Gaussova razdioba. Općenito, Gaussova razdioba je zvonolika, simetrična jednotjemena funkcija kontinuirane slučajne varijable  $x$ . Određena je aritmetičkom sredinom i standardnim odstupanjem.

---

Funkcija gustoće vjerojatnosti dana je izrazom:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (2-18)$$

Kod jednodimenzionalne normalne razdiobe se pojavljuju intervali pouzdanosti koji procjenjuju pouzdanost pronalaska prave vrijednosti unutar određenog intervala. Na slici 2.1. prikazan je graf normalne razdiobe. Iz grafa normalne razdiobe vidi se da pouzdanost pronalaska prave vrijednosti unutar intervala  $\langle \mu - \sigma, \mu + \sigma \rangle$  iznosi 68%, u intervalu  $\langle \mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma \rangle$  iznosi 95% dok za interval  $\langle \mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma \rangle$  iznosi 99,7%.



**Sl. 2.1.** Gaussova ili normalna razdioba

Vjerojatnost da će varijabla  $x$  primiti neku vrijednost između  $x_1$  i  $x_2$  dobiva se integriranjem funkcije  $f(x)$  dane formulom 2-18 u granicama od  $x_1$  do  $x_2$

---

$$P_{(x_1 < x < x_2)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (2-19)$$

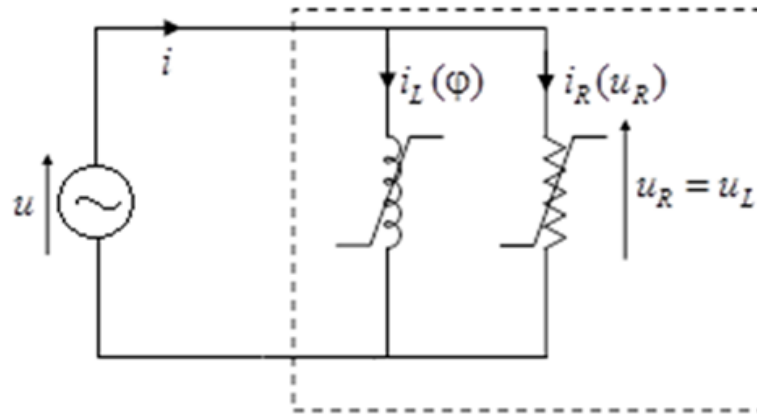
Dani integral zapravo predstavlja površinu ispod krivulje gustoće nad intervalom od  $x_1$  do  $x_2$  prema literaturi [1] i [2].



---

### 3. MATEMATIČKI MODEL NELINEARNE ZAVOJNICE

Nelinearnu zavojnicu moguće je realizirati na dva načina kao namot transformatora sa željeznom jezgrom u praznom hodu te kao namot svitka sa željeznom jezgrom bez zračnog prostora. Model nelinearne zavojnice prikazan je na slici 3.1.. Razmatrani model nelinearne zavojnice sastoji se od paralelnog spoja nelinearnog otpora i nelinearne zavojnice.



Sl.3.1. Model nelinearne zavojnice

Sljedećim nizom jednačbi 3-1 – 3-5 opisan je promatrani model nelinearne zavojnice:

$$u = u_R = u_L \quad (3-1)$$

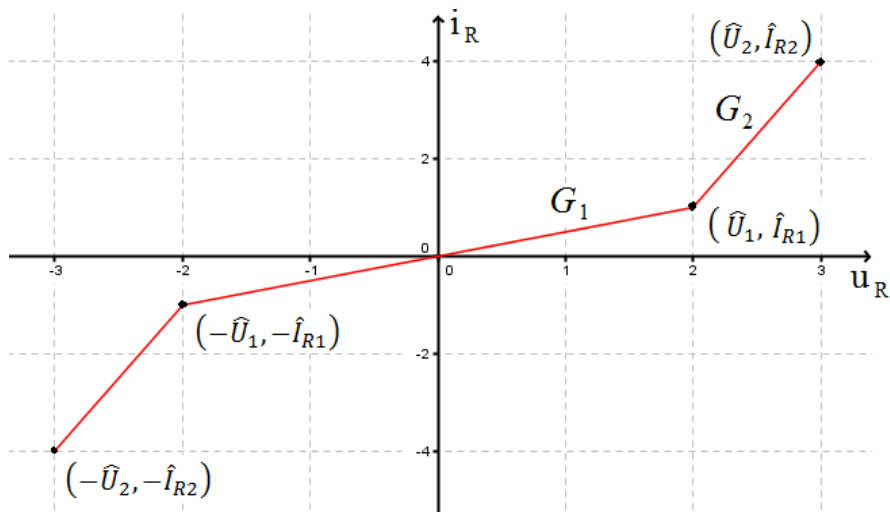
$$i = i_R + i_L \quad (3-2)$$

$$i_R = f_R(u_R) \quad (3-3)$$

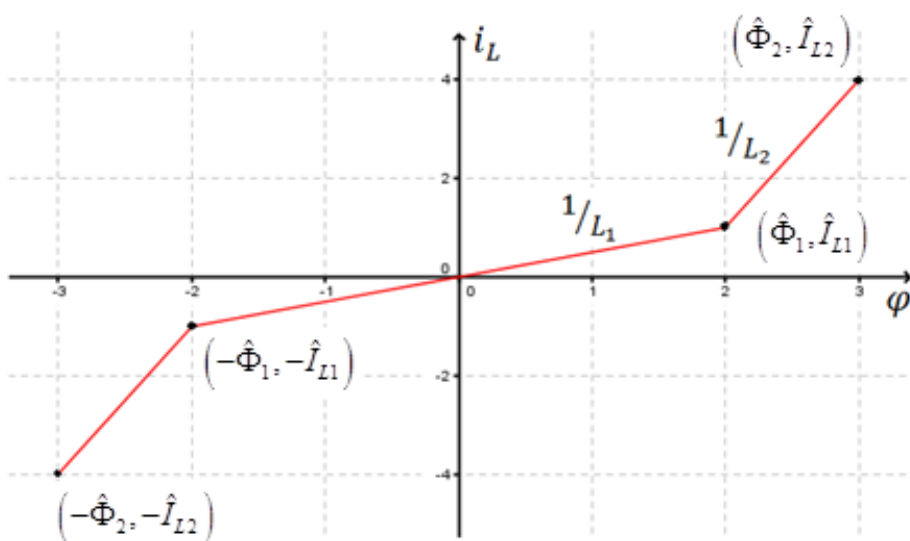
$$i_L = f_L(\varphi) \quad (3-4)$$

$$\varphi = \int u dt \quad (3-5)$$

Funkcijama  $f_R(u_R)$  i  $f_L(\varphi)$  predstavljene su karakteristike otpora i induktiviteta. Za dobivanje pojedinih karakteristika potrebno je izračunati lomne točke na temelju izmjerenih veličina. Trenutna karakteristika, odnosno funkcija otpora određena je vršnim vrijednostima napona  $\hat{U}_k$  i vršnim vrijednostima struje otpora  $\hat{I}_{Rk}$ . Karakteristika induktiviteta određena je vršnom vrijednosti toka  $\hat{\Phi}_k$  i vršnom vrijednosti struje induktiviteta  $\hat{I}_{Lk}$ . Funkcije  $f_R(u_R)$  i  $f_L(\varphi)$  su neparno simetrične i linearne po odsječcima [6].



Sl. 3.2. Karakteristika nelinearnog otpora ( $i_R = f_R(u_R)$ )



Sl.3.3. Karakteristika nelinearnog induktiviteta ( $i_L = f_L(\varphi)$ )

---

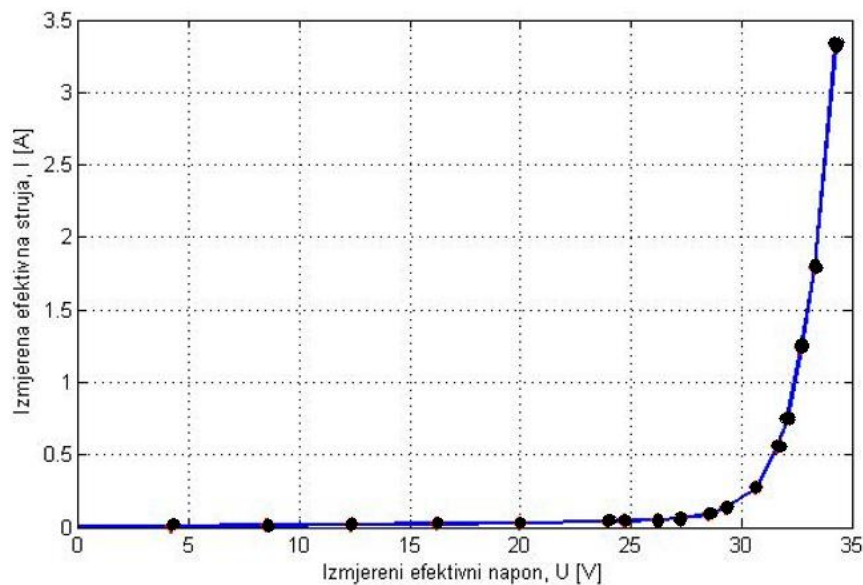
Problemi koji mogu nastati prilikom modeliranja nelinearne zavojnice su zasićenje, histereza i vrtložne struje. Histereza nastaje zbog razlike u količini energije koja se uloži da bi se jezgra magnetizirala i količini energije koja se dobije nazad njenim demagnetiziranjem. Takvi gubici jednaki su gubitku energije koji je predstavljen površinom unutar krivulje histereze. Gubici zbog histereze rastu s povećanjem frekvencije i magnetske indukcije odnosno napona napajanja [7] i [8].

Vrtložne struje nastaju zbog električne vodljivosti magnetske jezgre. Naime, poprečni presjek jezgre promatra se tako da se zamisli beskonačno mnogo kratko spojenih vodljivih petlji koje obuhvaćaju promjenjivi magnetski tok što prolazi jezgrom. U svakoj od tih zatvorenih petlji se inducira napon koji potjera struju. Takve struje zbog svog oblika nazivaju se vrtložnim strujama. Prolaskom kroz jezgru, vrtložne struje je zagrijavaju i stvaraju gubitke. Gubici vrtložnih struja ovise o magnetskoj indukciji i frekvenciji, ali ne ovise o opterećenju transformatora [7].

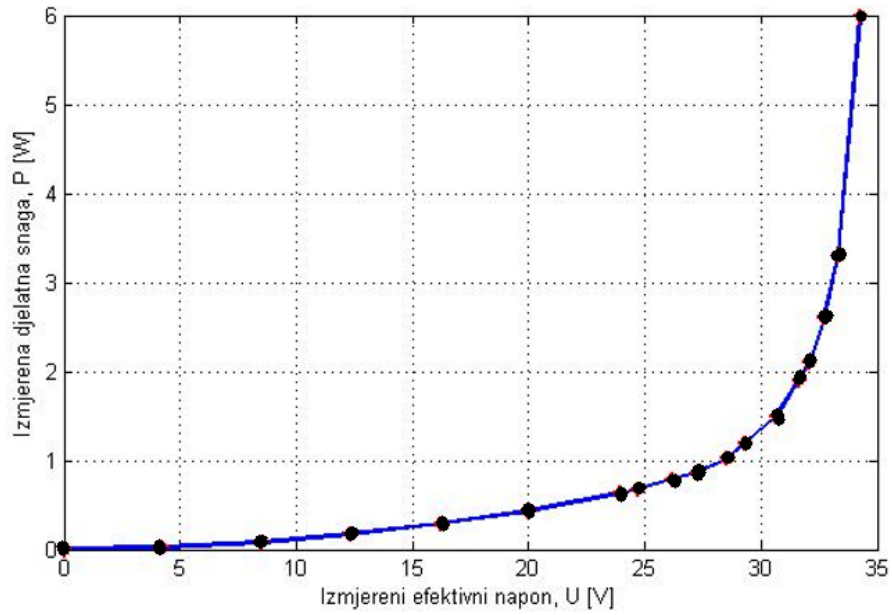
---

## 4. REZULTATI

Kako je već ustanovljeno, ne postoji savršeno mjerenje. Primjenom i najboljih metoda i uređaja nemoguće je dobiti potpuno točan rezultat. Svako mjerenje izloženo je slučajnim ili sustavnim pogreškama pa tako i dobivene karakteristike nakon obrade podataka ne treba shvatiti jednoznačno. Da bi se dobio što točniji rezultat provodi se niz mjerenja. Karakteristike zavojnice dobivaju se mjerenjem efektivne vrijednosti struje kroz zavojnicu  $I$ , gubitka u zavojnici  $P$  te mjerenjem efektivne vrijednosti napona na zavojnici  $U$ . Izmjereni rezultati često se prikazuju grafički, kao zavisnosti izmjerene efektivne vrijednosti struje o naponu kod otpora, odnosno ovisnost izmjerene djelatne snage i efektivne vrijednosti napona kod induktiviteta.



Sl. 4.1. Grafički prikaz ovisnosti  $I = f_1(U)$

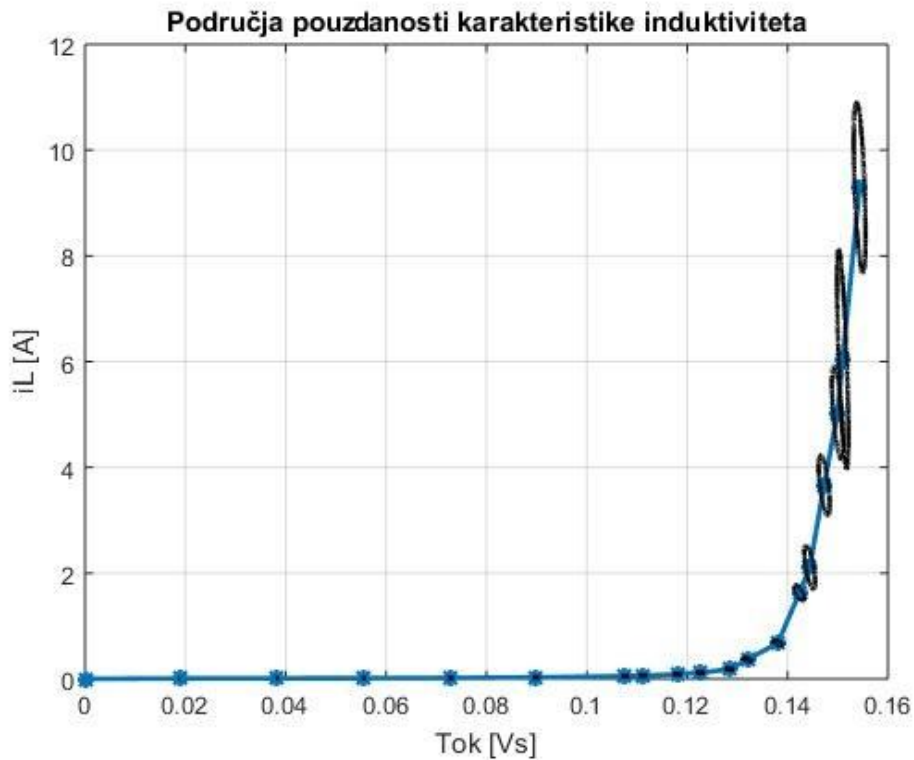


SI. 4.2. Grafički prikaz ovisnosti  $P = f_p(U)$

Karakteristike otpora i induktiviteta prikazane su sljedećim slikama (4.3. i 4.4.). Karakteristike su prikazane s odgovarajućim područjima pouzdanosti lomnih točaka koje su prikazane elipsama. Lomne točke karakteristika nalaze se u središtu danih elipsi.



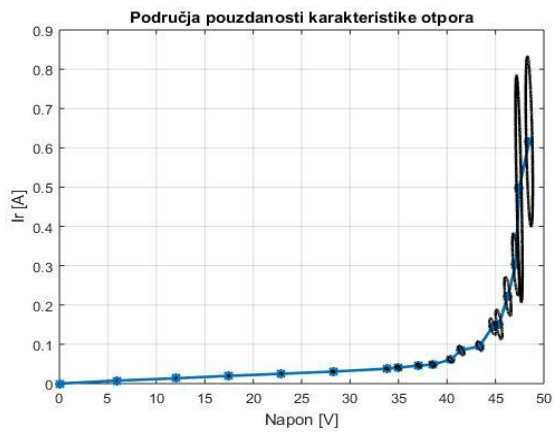
SI. 4.3. Primjer prikaza karakteristike otpora



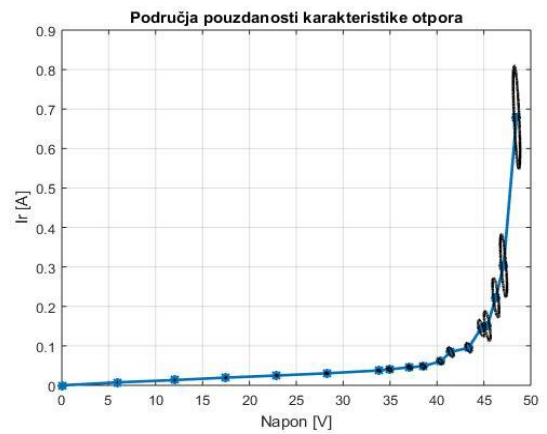
SI. 4.4. Primjer prikaza karakteristike induktiviteta

Ukoliko se promatraju područja pouzdanosti (elipse), može se uočiti kako prvih 12 lomnih točaka imaju značajno manju nesigurnost u odnosu na točke koje se nalaze nakon „koljena“ karakteristike. Iz nagiba navedenih karakteristika može se dobiti informacija o zavisnosti koordinata lomnih točaka. Uočava se ovisnost struje o naponu (kod otpora), što znači da povećanjem napona dolazi do smanjenja struje i obrnuto. Isto tako, kod induktiviteta povećanjem toka dolazi do smanjenja struje.

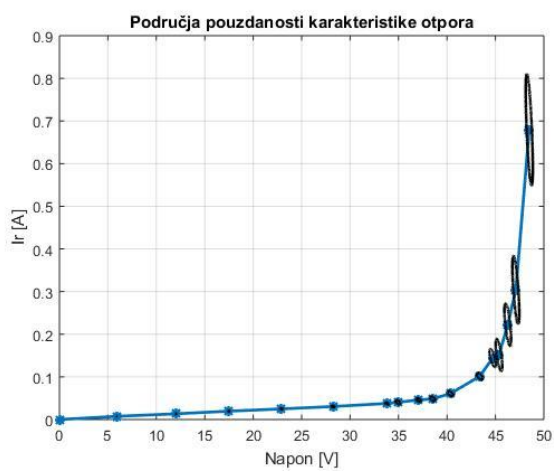
Na temelju izmjerenih vrijednosti i odgovarajućeg programa koji računa područje pouzdanosti (prilog) može se procijeniti mjerna nesigurnost karakteristike otpora i induktiviteta. Setom sljedećih slika prikazani su rezultati provedenog postupka u Matlab-u. Elipsama su naznačena područje čija je pouzdanost 68% .



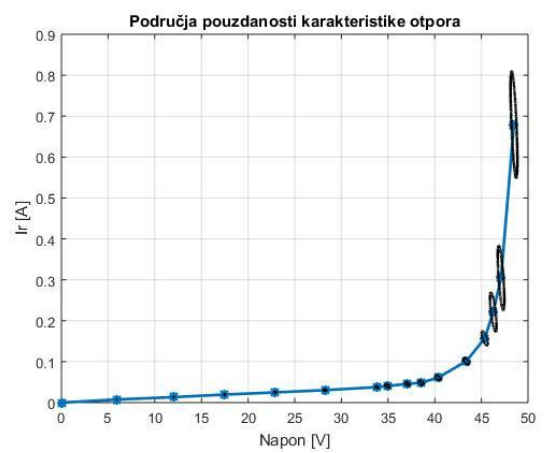
a.)



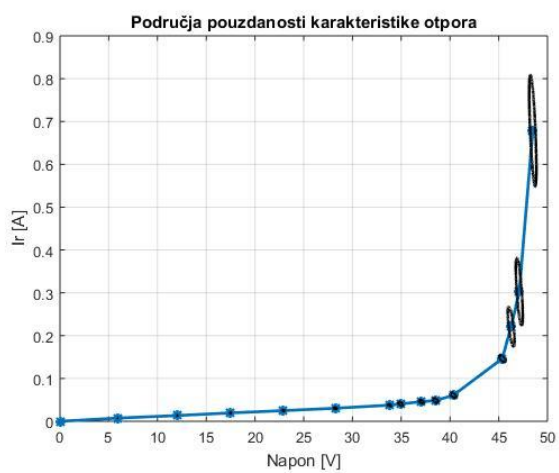
b.)



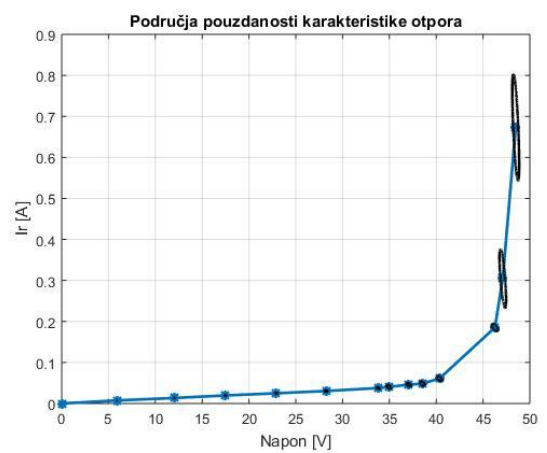
c.)



d.)

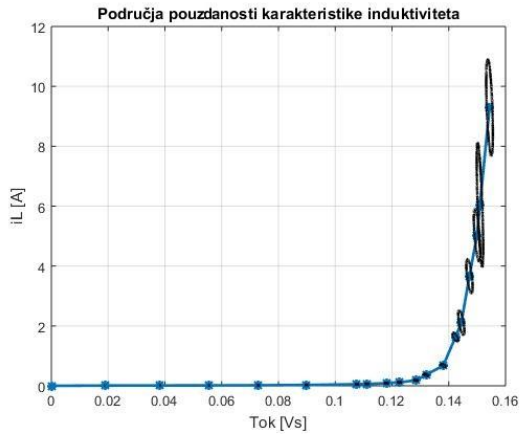


e.)

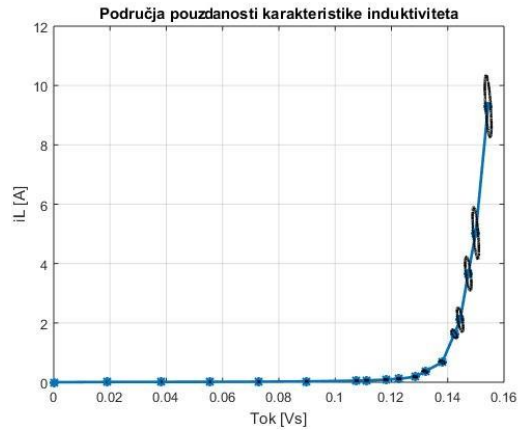


f.)

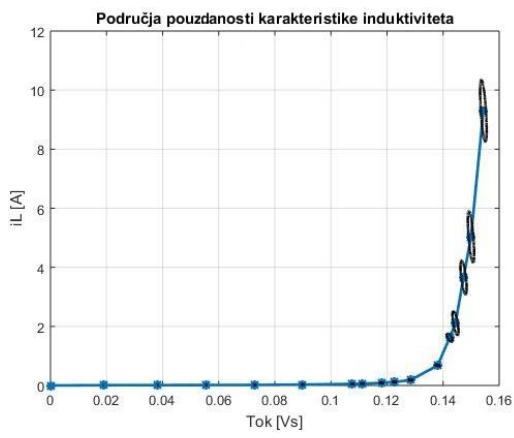
Sl. 4.5. Set slika područja pouzdanosti karakteristike otpora



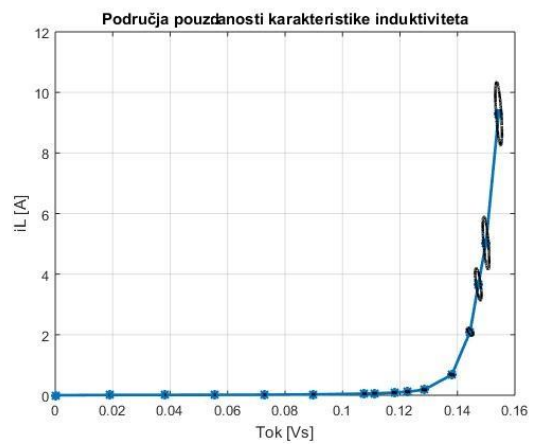
a.)



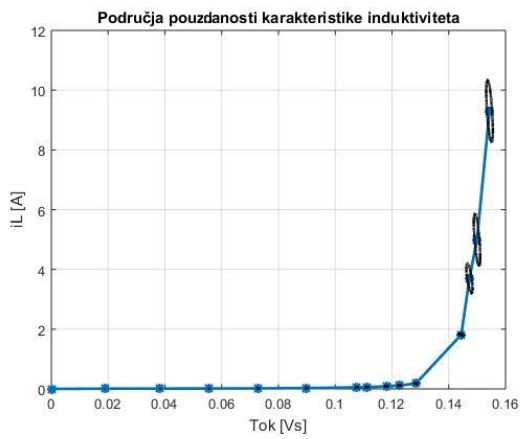
b.)



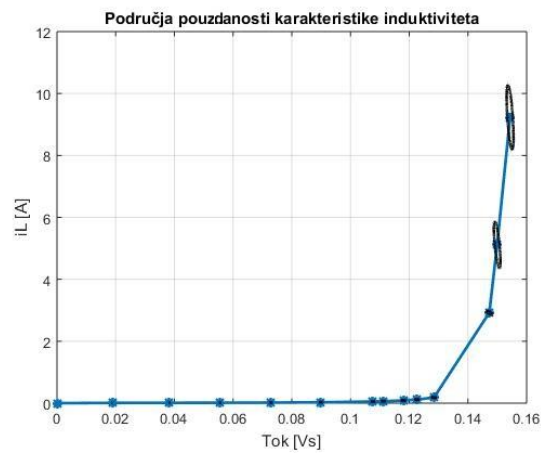
c.)



d.)



e.)



f.)

Sl. 4.6. Set slika područja pouzdanosti karakteristike induktiviteta



---

Iz navedenog seta slika (4.5. i 4.6.) jasno se može uočiti promjena karakteristiku u odnosu na broj lomnih točaka. Uz navedene slike, dane su i tablice u kojima su prikazane mjerne nesigurnosti otpora (tablica 4.1.) i mjerne nesigurnosti induktiviteta (tablica 4.2.). U tablice su unesene sve lomne točke pod nazivom „Broj mjerenja“. Kako bi se lakše pratilo o kojim točkama je riječ u nastavku teksta govorit će se o prvobitnom broju navedene točke. Tako su na slikama 4.5. pod a.) kod karakteristike otpora i 4.6. pod a.) kod induktiviteta prikazane svih 18 lomnih točaka karakteristike. Ukoliko usporedimo područja pouzdanosti za točke dane prije i poslije tzv. „koljena“ može se uočiti kako se značajno povećava nesigurnost točaka nakon „koljena“ karakteristike. Predzadnja točka, odnosno oko 17. lomne točke (nultu točku, odnosno ishodište nismo uzimali u obzir), područje pouzdanosti ima puno veću elipsu što ukazuje na nepravilnost, odnosno na veće rasipanje podataka. Uklanjanjem navedene točke i ponovnim pokretanjem programa, dobivene su sljedeće dvije slike (4.5. pod b.) i 4.6. b.) na kojima uočavamo kako 11. točka karakteristike „strši“, odnosno ne prati karakteristiku. Uklanjanjem navedene lomne točke dobiven je sljedeći par slika za otpor i induktivitet (slika 4.5. i 4.6. pod c.)). Daljnjom analizom dobivenih karakteristika pod c.) uočeno je kako su točke 13 i 14 preblizu jedna drugoj, elipse im se dodiruju, a i točka 14 ne prati glatko karakteristiku, odnosno „strši“. Točka 14 je uklonjena, te je dobivena nova karakteristika prikazana na slikama pod slovom d.). Uklonjene su još dvije lomne točke te je time dobivena konačna karakteristika pod slovom f.). Uspoređivanjem prve karakteristike otpora slika 4.5. pod a.), a paralelno time i induktiviteta, sa zadnjom snimljenom slikom 4.5. pod f.), može se uočiti kako se smanjenjem broja lomnih točaka karakteristika izobličila. Jasno se može uočiti promjena karakteristiku u odnosu na broj lomnih točaka. Karakteristika gubi svoju „glatkoću“ i ima oštre nagibe između točaka. Isto tako uočava se način na koji se ponašaju područja pouzdanosti oko lomnih točaka prije i poslije „koljena“ karakteristika. Tako ako se npr. usporede područja pouzdanosti na karakteristici otpora i induktiviteta za točke koje se nalaze prije i poslije „koljena“ uočava se značajno povećanje nesigurnosti točaka poslije „koljena“. U tablicama se nalaze brojčane vrijednosti mjerne nesigurnosti otpora i induktiviteta za svaki od navedenih slučajeva. Analizirajući tablice odnosno vrijednosti dobivene u tablicama uočavamo da uklanjanjem, npr. 17. lomne točke, smanjuje se mjerna nesigurnost svih točaka nakon nje. Isto tako možemo uočiti kako je smanjenje nesigurnosti najveće kod prve sljedeće točke (u ovom slučaju 18.). Dakle, kada smo kod otpora izbacili 17. lomnu točku, vrijednosti kod 18. lomne točke se smanjila s  $1,44E-01$  na  $8,72E-02$ . Paralelno tome, ista stvar vrijedi i kod induktiviteta. Nesigurnost svih točki koje se nalaze prije izbačenih lomnih točki ostale su nepromijenjene. Smanjenjem broja mjerenja, odnosno kako se smanjio broj lomnih točaka

---

tako se smanjila nesigurnost karakteristike, ali samim time se i smanjila glatkoća karakteristike.

Promijene koje su se dogodile s karakteristikom najbolje se vide iz priloženih slika, dok se promjena vrijednosti mjerne nesigurnosti najbolje može uočiti iz tablica (4.1. i 4.2.).

**Tablica 4.1.** Prikaz vrijednosti mjerne nesigurnosti otpora

Broj mjerjenja	Ref. vrijednos a.) $\hat{I}_{Rk}$	Slučaj b.) $\hat{I}_{Rk}$	Slučaj c.) $\hat{I}_{Rk}$	Slučaj d.) $\hat{I}_{Rk}$	Slučaj e.) $\hat{I}_{Rk}$	Slučaj f.) $\hat{I}_{Rk}$
1.	8,32E-05	8,32E-05	8,32E-05	8,32E-05	8,32E-05	8,32E-05
2.	2,11E-04	2,11E-04	2,11E-04	2,11E-04	2,11E-04	2,11E-04
3.	4,09E-04	4,09E-04	4,09E-04	4,09E-04	4,09E-04	4,09E-04
4.	6,31E-04	6,31E-04	6,31E-04	6,31E-04	6,31E-04	6,31E-04
5.	8,90E-04	8,90E-04	8,90E-04	8,90E-04	8,90E-04	8,90E-04
6.	1,18E-03	1,18E-03	1,18E-03	1,18E-03	1,18E-03	1,18E-03
7.	3,23E-03	3,23E-03	3,23E-03	3,23E-03	3,23E-03	3,23E-03
8.	2,88E-03	2,88E-03	2,88E-03	2,88E-03	2,88E-03	2,88E-03
9.	3,62E-03	3,62E-03	3,62E-03	3,62E-03	3,62E-03	3,62E-03
10.	4,19E-03	4,19E-03	4,19E-03	4,19E-03	4,19E-03	4,19E-03
11.	8,49E-03	8,49E-03	#####	#####	#####	#####
12.	8,14E-03	8,14E-03	5,45E-03	5,45E-03	#####	#####
13.	1,42E-02	1,42E-02	1,44E-02	1,44E-02	5,57E-03	5,57E-03
14.	2,58E-02	2,58E-02	2,57E-02	#####	#####	#####
15.	3,33E-02	3,33E-02	3,33E-02	2,11E-02	1,96E-02	#####
16.	5,32E-02	5,32E-02	5,32E-02	5,04E-02	5,06E-02	1,93E-02
17.	1,92E-01	#####	#####	#####	#####	#####
18.	1,44E-01	8,72E-02	8,72E-02	8,70E-02	8,70E-02	8,11E-02

**Tablica 4.2.** Prikaz vrijednosti mjerne nesigurnosti induktiviteta

Broj mjerjenja	Ref. vrijednos a.) $\hat{I}_{Lk}$	Slučaj b.) $\hat{I}_{Lk}$	Slučaj c.) $\hat{I}_{Lk}$	Slučaj d.) $\hat{I}_{Lk}$	Slučaj e.) $\hat{I}_{Lk}$	Slučaj f.) $\hat{I}_{Lk}$
1.	1,03E-04	1,03E-04	1,03E-04	1,03E-04	1,03E-04	1,03E-04
2.	2,82E-04	2,82E-04	2,82E-04	2,82E-04	2,82E-04	2,82E-04
3.	6,28E-04	6,28E-04	6,28E-04	6,28E-04	6,28E-04	6,28E-04
4.	9,49E-04	9,49E-04	9,49E-04	9,49E-04	9,49E-04	9,49E-04
5.	1,09E-03	1,09E-03	1,09E-03	1,09E-03	1,09E-03	1,09E-03
6.	1,08E-03	1,08E-03	1,08E-03	1,08E-03	1,08E-03	1,08E-03
7.	3,01E-03	3,01E-03	3,01E-03	3,01E-03	3,01E-03	3,01E-03
8.	2,96E-03	2,96E-03	2,96E-03	2,96E-03	2,96E-03	2,96E-03
9.	5,16E-03	5,16E-03	5,16E-03	5,16E-03	5,16E-03	5,16E-03
10.	7,61E-03	7,61E-03	7,61E-03	7,61E-03	7,61E-03	7,61E-03
11.	2,42E-02	2,42E-02	#####	#####	#####	#####
12.	3,34E-02	3,34E-02	1,81E-02	1,81E-02	#####	#####
13.	1,02E-01	1,02E-01	1,01E-01	1,01E-01	2,53E-02	2,53E-02
14.	2,79E-01	2,79E-01	2,79E-01	#####	#####	#####
15.	3,85E-01	3,85E-01	3,85E-01	2,12E-01	1,96E-01	#####
16.	5,82E-01	5,82E-01	5,82E-01	5,48E-01	5,53E-01	1,79E-01
17.	1,38	#####	#####	#####	#####	#####
18.	1,08	6,99E-01	6,99E-01	6,98E-01	6,97E-01	6,35E-01

---

## 5. ZAKLJUČAK

U uvodnom poglavlju definirano je mjerenje kao postupak te su navedeni neki od uzroka zbog kojih dolazi do odstupanja izmjerenih vrijednosti od prave vrijednosti mjerene veličine. Isto tako, definirano je što znači prava vrijednost mjerene veličine. Navedene su vrste pogrešaka do kojih može doći pri mjerenju jer su one te koje utječu na mjerni rezultat i čine ga nesigurnim. Cilj ponavljanja svakog mjerenja i izračunavanja pogreške je dobiti što pouzdaniji rezultat, odnosno odrediti interval vrijednosti unutar kojeg se nalazi prava vrijednost mjerene veličine. Za kraj je definiran način iskazivanja rezultata i naveden glavni zadatak završnog rada.

U drugom poglavlju detaljno je opisana mjerna nesigurnost. Navedene su sve teorijski važne stavke za izračunavanje mjerne nesigurnosti. Mjerna nesigurnost sastoji se iz više komponenti te se prema metodi procjenjivanja komponenti mogu razvrstati u dvije skupine: standardna nesigurnost A tipa i standardna nesigurnost B tipa. Za svaki od tipova navedeni su slučajevi u kojima se koristi baš taj tip i prikazane su formule kojim se određuju. Prikazana je tablica područja pouzdanosti za dane postotke statističke sigurnosti te je definirana Gaussova ili normalna razdioba, kao jedna od najčešćih, ali i najvažnijih razdioba u primjeni matematičke statistike.

U trećem je poglavlju opisan (jednadžbama i slikom) matematički model nelinearne zavojnice te su razmotreni problemi do kojih može doći pri modeliranju nelinearne zavojnice. Razmatrani model nelinearne zavojnice sastoji se od paralelnog spoja nelinearnog otpora i nelinearne zavojnice. Prikazane su karakteristike otpora i induktiviteta. Trenutna karakteristika, odnosno funkcija otpora određena je vršnim vrijednostima napona i vršnim vrijednostima struje otpora, dok je karakteristika induktiviteta određena vršnom vrijednosti toka i vršnom vrijednosti struje induktiviteta.

U četvrtom poglavlju primijenjene su dosad navedene teorijske karakteristike o mjernoj nesigurnosti i području pouzdanosti. Na temelju izmjerenih vrijednosti i odgovarajućeg programa koji računa područje pouzdanosti procijenjena je mjerna nesigurnost karakteristike otpora i induktiviteta. Setom navedenih slika prikazani su konkretni rezultati provedenog postupka u Matlab-u. Karakteristike otpora i induktiviteta su prikazane s odgovarajućim područjima pouzdanosti lomnih točaka koje su prikazane elipsama. Lomne točke

---

karakteristika nalaze se u središtu danih elipsi. Jasno se može uočiti promjena karakteristika u odnosu na broj lomnih točaka. Isto tako uočava se način na koji se ponašaju područja pouzdanosti oko lomnih točaka prije i poslije „koljena“ karakteristika. Tako ako se npr. usporede područja pouzdanosti na karakteristici otpora i induktiviteta za točke koje se nalaze prije i poslije „koljena“ uočava se značajno povećanje nesigurnosti točaka poslije „koljena“. Uočava se da se smanjenjem broj lomnih točaka karakteristike smanjuje i mjerna nesigurnost, što se najbolje može vidjeti iz priloženih tablica.

---

## LITERATURA

- [1] V. Bego, „*Mjerenja u elektrotehnici*“, Graphis, Zagreb, 2003
- [2] V. Duk, Osnove mjerenja-skripta s predavanja
- [3] DRŽAVNI ZAVOD ZA MJERITELJSTVO, GUM 1995 s manjim ispravicima,  
Vrednovanje mjernih podataka – Upute za iskazivanje mjerne nesigurnosti,  
Prijevod 1. izdanja iz 2008.  
Dostupno na: [http://www.dzm.hr/download/repository/mjerna\\_nesigurnost.pdf](http://www.dzm.hr/download/repository/mjerna_nesigurnost.pdf)
- [4] Z. Godec, D. Dorić, Osnove mjerenja-laboratorijske vježbe, Grafika d.o.o Osijek, 2007
- [5] Z. Godec, „*Iskazivanje mjernog rezultata*“, Graphis, Zagreb, 1995
- [6] I. Biondić, „*Mjerna nesigurnost karakteristike nelinearne zavojnice*“,  
Diplomski rad, Osijek, 2014.
- [7] D. Vučetić, „*Brodski električni uređaji*“, 2012.,  
Dostupno na : [http://www.pfri.uniri.hr/~vucetic/BEU\\_BS\\_2012.pdf](http://www.pfri.uniri.hr/~vucetic/BEU_BS_2012.pdf)
- [8] Leksikografski zavod Miroslav Krleža, Hrvatska enciklopedija, „*Histereza*“, 2013.  
Dostupno na: <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=25742>

---

## SAŽETAK

Mjerna nesigurnost je jedinstven, univerzalan i jednostavan iskaz o kvaliteti mjernog rezultata, odnosno mjerna nesigurnost predstavlja raspon vrijednosti unutra kojih se očekuje da se nalazi prava vrijednost mjerene veličine. Da bi se odredila mjerna nesigurnost, potrebno je obaviti niz mjerenja. Za određivanje mjerne nesigurnosti karakteristike nelinearne zavojnice potrebno je izmjeriti tri parametra: napon, struju i snagu. Prilikom mjerenja važno je obratiti pažnju na utjecajne veličine i pogreške prilikom samog procesa mjerenja. Na temelju dobivenih parametara izračunavaju se lomne točke i područja pouzdanosti lomnih točaka.

Nakon analize podataka uočeno je na koji se način ponaša karakteristika s obzirom na broj provedenih mjerenja, odnosno broj lomnih točaka. Kako se broj točaka karakteristike smanjivao, tako je ona gubila svoj prvobitan oblik. Smanjenjem broja mjerenja, odnosno kako se smanjio broj lomnih točaka tako se smanjila nesigurnost karakteristike, ali samim time se i smanjila glatkoća karakteristike.

**Ključne riječi:** mjerna nesigurnost, karakteristika otpara i induktiviteta, modeliranje nelinearne zavojnice, sistematske pogreške

### **The influence of the number of measurements on systematic measurement error and uncertainty characteristics of non-linear coils**

## ABSTRACT

Measurement uncertainty is unique, universal and simple statement of quality of measurement result, respectively measurement uncertainty shows the range of value in which the accurate of measured size is supposed to be found. It takes number of measuring to determine measurement uncertainty. To determine measurement uncertainty of nonlinear coil it is needed to measure three parameters, voltage, current and power. During the measurement it is important to pay attention on influencing factors and mistakes during the process. Based upon the obtained results fracture points are being calculated and the field reliability of fracture points.

After data analysis it is observed how the characteristic behaves considering the number of measurement, respectively number of fracture points. With the decrease of number of measurement, respectively the number of fracture points decreased and the smoothness of the characteristic, and with that the measurement uncertainty went up.

---

**Key words:** measurement uncertainty, resistor and inductivity characteristic, nonlinear coil modelling, systematic errors



---

## **ŽIVOTOPIS**

Marta Cerovečki rođena je 15.11.1994. u Osijeku. Živi u Viljevu gdje je završila osnovnu školu „Ante Starčevića“. Zatim upisuje Opću gimnaziju u Srednjoj školi Donji Miholjac u Donjem Miholjcu. Nakon završene srednje škole odlučuje upisati Fakultet elektrotehnike, računarstava i informacijskih tehnologija u Osijeku. Upisuje preddiplomski studij elektrotehnike, a na drugoj godini bira smjer komunikacije i informatika.

---

(potpis)

---

## PRILOZI

### 1. Područja pouzdanosti

```
% function s = myfun()
pouzdanost=0.68;
[Uvr,Ir,tok_vr,IL_vrsno] = magnetiziranje_prosireno(VAR0z);
Cy = MatricaKovarijanci(VAR0z);

% crtanje područja pouzdanosti u-iR karakteristike
figure(1);
plot(Uvr,Ir,'*-', 'linewidth',2);
hold on;grid on;
for i=1:min (size(Cy))/4

    Cy_u_iR=[Cy(i,i) Cy(i,i+min (size(Cy))/4); Cy(i+min (size(Cy))/4,i)
Cy(i+min (size(Cy))/4,i+min (size(Cy))/4)];
    elipsa(Uvr,Ir,Cy_u_iR,i,pouzdanost);

end
title('Područja pouzdanosti karakteristike otpora');
xlabel('Napon [V]');
ylabel('Ir [A]');

% crtanje područja pouzdanosti fi-iL karakteristike
figure(2);
plot(tok_vr,IL_vrsno,'*-', 'linewidth',2);
hold on;grid on;
for i=1:min (size(Cy))/4

    Cy_fi_iL=[Cy(i+min (size(Cy))/2,i+min (size(Cy))/2) Cy(i+min
(size(Cy))/2,i+3*min (size(Cy))/4); Cy(i+3*min (size(Cy))/4,i+min
(size(Cy))/2) Cy(i+3*min (size(Cy))/4,i+3*min (size(Cy))/4)];
    elipsa(tok_vr,IL_vrsno,Cy_fi_iL,i,pouzdanost);

end
title('Područja pouzdanosti karakteristike induktiviteta');
xlabel('Tok [Vs]');
ylabel('iL [A]');
```

### 2. Matrica kovarijanci

```
% izračun matrice kovarijanci
function [Cy] = MatricaKovarijanci(x)
% x=VAR0z;
% Parametri odnormiravaja
Uref=29.81;% V
Iref=29.81*2*pi*50*20*(10^(-6));% A
Pref=Uref*Iref;% W
omega=2*pi*50;% Hz
dnorm=[Uref Iref Pref];
A=x*diag(dnorm); % odnormirane varijable
[n,m]=size(x);
```

---

```

[dIR] = AnalitickeDerivacije_R(x);% izracun osjetljivosti (parcijalne
derivacije)
[dIL] = AnalitickeDerivacije_Ind(x);% izracun osjetljivosti (parcijalne
derivacije)
osjetljivost_uiR _karakat=[eye(min(size(dIR))), eye(min(size(dIR))),
eye(min(size(dIR)))]; dIR];
osjetljivost_fiil _karakat=[eye(min(size(dIL))), eye(min(size(dIL))),
eye(min(size(dIL)))]; dIL];
jaccobi=[sqrt(2)*eye(min(size(dIR))) zeros(min(size(dIR)),min(size(dIR)))
zeros(min(size(dIR)),min(size(dIR))); dIR; sqrt
(2)/omega*eye(min(size(dIR))) zeros(min(size(dIR)),min(size(dIR)))
zeros(min(size(dIR)),min(size(dIR))); dIL];
for pu=1:1% petlja za napon
    for ps=1:1% petlja struje
        for pp=1:1% petlja snage

            postotak=diag([0.005*pu 0.005*ps 0.01*pp]);% promijena postotka
granične pogreške za U,I,P
            NesigMjerenja=A*postotak;% NesigMjerenja- varijabla u kojoj su
pohranjene mjerne nesigurnosti pojedinih mjerenja

Apro=diag([NesigMjerenja(:,1);NesigMjerenja(:,2);NesigMjerenja(:,3)]);
Cx=diag
([NesigMjerenja(:,1);NesigMjerenja(:,2);NesigMjerenja(:,3)]).^2;% Matrica
kovarijanci ulaznih varijabli
Cy=jaccobi*Cx*jaccobi.';

            MatKovIR=osjetljivost_uiR
_ _karakat*(Apro.^2)*osjetljivost_uiR _karakat.';
            MatKovIL=osjetljivost_fiil
_ _karakat*(Apro.^2)*osjetljivost_fiil _karakat.';

        end
    end
end

```

### 3. Magnetiziranje prošireno

---

```

function [Uvr,Ir,tok_vr,IL_vrsno,G,L,iL_rms,x1] =
magnetiziranje_prosireno(x)
[m,n]=size(x);% dimenzije matrice u kojoj su pohranjeni mjereni podaci
% x - u toj varijabli se nalaze mjerene efektivne vrijednosti
% napona (prvi stupac) i struje (drugi stupac), te djelatne snage (treći
% stupac)
T=0.02;% period napona
w=2*pi/T;

% Parametri odnormiravaja
Uref=29.81;% V
Iref=29.81*2*pi*50*20*(10^(-6));% A
Pref=Uref*Iref;% W
omega=2*pi*50;% Hz

```

```

U(1)=0;% efektivna vrijednost napona
I(1)=0;% efektivna vrijednost struje
P(1)=0;
Ir(1)=0;% vrsna vrijednost struje otpora
for i=1:m % uvođenje jednostavnijih (odnormiranih) varijabli
    U(i+1)=Uref*x(i,1); % svi indeksi su pomaknuti za jedan u odnosu na
VAR0z
    I(i+1)=Iref*x(i,2);
    P(i+1)=Pref*x(i,3);
end

%-----
% IZRACUN u-i KARAKTERISTIKE
%-----

G(2)=P (2)/U(2)^2;% Izracun prvog nagiba
Ir(2)=G(2)*U(2)*sqrt(2);% Vršna vrijednost struje otpora
% prvi nagib ima indeks 2, odnosno i-ti nagib ima indeks i+1

for k=3:m+1% izracun preostalih Gi-ova

    S=0;
    for i=2:k-1% Petlja za izracun sume
        gg(i)=asin(U (i)/U(k));% gornja granica integracije
        dg(i)=asin(U (i-1)/U(k));% donja granica
        A(i)=1/(2*w)*(gg(i)-dg(i)-(sin(2*gg(i))-sin(2*dg(i)))/2);
        B(i)=- (cos(gg(i))-cos(dg(i)))/w;

        S=S+U(k)*(2*G(i)*(U(k)*A(i)-U(i-1)*B(i))+sqrt(2)*Ir(i-1)*B(i));

    end

    gg(k)=asin(U (k)/U(k));
    dg(k)=asin(U (k-1)/U(k));
    A(k)=1/(2*w)*(gg(k)-dg(k)-(sin(2*gg(k))-sin(2*dg(k)))/2);
    B(k)=- (cos(gg(k))-cos(dg(k)))/w;

    G(k)=(T*P (k)/(4*U(k))-S/U(k)-sqrt(2)*Ir(k-1)*B(k))/(2*(U(k)*A(k)-U(k-
1)*B(k)));% Izracun nagiba Gk

    Ir(k)=Ir(k-1)+G(k)*(U(k)-U(k-1))*sqrt(2);% Vrsna

end

Uvr=U.*sqrt(2);

%-----
% IZRACUN TOK-STRUJA KARAKTERISTIKE
%-----

% Izracun prve NEnulte vrijednosti od L, tj. L(2)
iR_rms(2)=G(2)*U(2);
iL_rms(2)=sqrt(I (2)^2-iR_rms (2)^2);
L(2)=U (2)/(w*iL_rms(2));

```

```

IL_vrsno(2)=U(2)*sqrt (2)/(L(2)*w);
x1(2)=1/(w*L(2));
for k=3:m+1

    Z(k)=0;% pomoćna zavijabla za izracun sume
    for i=2:k % odredivanje efektivne vrijednosti struje iR
        gg(i)=asin(U (i)/U(k));% gornja granica integracije
        dg(i)=asin(U (i-1)/U(k));% donja granica
        A(i)=1/(2*w)*(gg(i)-dg(i)-(sin(2*gg(i))-sin(2*dg(i)))/2);
        B(i)=-(cos(gg(i))-cos(dg(i)))/w;
        E(i)=(gg(i)-dg(i))/w;
        % rekurzivno racunanje sume Z(k)
        Z(k)=Z(k)+4/T*(G (i)^2*U (k)^2*A(i)-
2*sqrt(2)*G(i)*U(k)*(G(i)*sqrt(2)*U(i-1)-Ir(i-1))*B(i)+(G (i)^2*U (i-
1)^2-2*sqrt(2)*G(i)*Ir(i-1)*U(i-1)+Ir (i-1)^2)*E(i));
    end

    iR_rms(k)=sqrt(Z(k));
    iL_rms(k)=sqrt(I (k)^2-iR_rms (k)^2);

    Z1(k)=0;
    for i=2:k-1% petlja za izracun sume Z1(k)
        dgac(i)=acos(U (i)/U(k));% Donja granica s Acos
        ggac(i)=acos(U (i-1)/U(k));% Gornja granica s Acos
        C(i)=(ggac(i)-dgac(i)+1/2*(sin(2*ggac(i))-sin(2*dgac(i))))/(2*w);
        D(i)=(sin(ggac(i))-sin(dgac(i)))/w;
        F(i)=(ggac(i)-dgac(i))/w;
        IL(i)=iL_rms(i);
        Z1(k)=Z1(k)+2*C(i)*(U (k)/(w*L(i)))^2-2*sqrt(2)*D(i)*U
(k)/(w*L(i))*(sqrt(2)*U (i-1)/(w*L(i))-IL_vrsno(i-1))+F(i)*(2*(U (i-
1)/(w*L(i)))^2+IL_vrsno (i-1)^2-2*sqrt(2)*IL_vrsno(i-1)*U (i-1)/(w*L(i)));
    end

    i=k;
    dgac(i)=acos(U (i)/U(k));% Donja granica s Acos
    ggac(i)=acos(U (i-1)/U(k));% Gornja granica s Acos
    C(i)=(ggac(i)-dgac(i)+1/2*(sin(2*ggac(i))-sin(2*dgac(i))))/(2*w);
    D(i)=(sin(ggac(i))-sin(dgac(i)))/w;
    F(i)=(ggac(i)-dgac(i))/w;
    IL(i)=iL_rms(i);

    a=2*U (k)^2*C(k)-4*U(k)*U(k-1)*D(k)+2*U (k-1)^2*F(k);
    b=2*sqrt(2)*IL_vrsno(k-1)*(U(k)*D(k)-U(k-1)*F(k));
    c=IL_vrsno (k-1)^2*F(k)+Z1(k)-T*IL (k)^2/4;
    x1(k)=(-b-sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);% x je pomocna varijabla i vrijedi
x(k)=1/(w*L(k))
    x2(k)=(-b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
    L(k)=1/(w*x2(k));

    IL_vrsno(k)=IL_vrsno(k-1)+(U(k)-U(k-1))*sqrt (2)/(w*L(k));

end
tok_vr=sqrt (2).*U./w;

```

---

#### 4. Elipsa

```
function elipsa(mi_x,mi_y,Cy,i,pouzdanost)

[V,D] = eig([Cy(2,2) -Cy(1,2);-Cy(1,2) Cy(1,1)]);

a=-2*[Cy(2,2) -Cy(1,2);-Cy(1,2) Cy(1,1)]*[mi_x(i+1);mi_y(i+1)];
b=[V(:,1).';V(:,2).']*a;
gama=b(1)^2/(4*D(1,1))+b(2)^2/(4*D(2,2))-Cy(2,2)*mi_x
(i+1)^2+2*Cy(1,2)*mi_x(i+1)*mi_y(i+1)-Cy(1,1)*mi_y
(i+1)^2+chi2inv(pouzdanost,2)*det(Cy);
z1=-999/1000*sqrt(gama/D(1,1)):sqrt
(gama/D(1,1))/1000:999/1000*sqrt(gama/D(1,1));
z2p=sqrt((gama-D(1,1).*z1.^2)/D(2,2));
z2n=-z2p;

y1=z1-b(1)/(2*D(1,1));
y2p=z2p-b(2)/(2*D(2,2));
y2n=z2n-b(2)/(2*D(2,2));

x1p=y1.*V(1,1)+y2p.*V(1,2);
x2p=y1.*V(2,1)+y2p.*V(2,2);
plot(x1p,x2p,'k','linewidth',2);

x1n=y1.*V(1,1)+y2n.*V(1,2);
x2n=y1.*V(2,1)+y2n.*V(2,2);
plot([x1p(1) x1n x1p(end)], [x2p(1) x2n x2p(end)], 'k', 'linewidth', 2);
```

Ostali kodovi potrebni za izradu rada priloženi su na CD-u.