

# Nadomjesne sheme sinkronih strojeva i transformatora

---

Čalušić, Alen

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:200:881423>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-18**

*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I  
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK**

**Sveučilišni studij**

**NADOMJESNE SCHEME SINKRONIH STROJEVA I  
TRANSFORMATORA**

**Završni rad**

**Alen Čalušić**

**Osijek, 2017**

# SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
1.1. Zadatak završnog rada.....	1
2. SINKRONI STROJEVI.....	2
2.1. Uvod i podjela.....	2
2.2. Armaturni i uzbudni namoti sinkronih generatora .....	4
2.3. Princip rada.....	4
2.4. Model sinkronog generatora.....	5
2.5. Sinkrona reaktancija .....	7
2.6. Primjer .....	10
3. TRANSFORMATORI.....	13
3.1. Uvod i podjela.....	13
3.2. Dvonamotni transformator .....	16
3.3. Tronamotni transformator .....	18
3.3.1. Zakon očuvanja energije.....	19
3.3.2. Odnos impedancija kratkog spoja .....	20
3.4. Autotransformator .....	22
3.5. Primjer .....	24
4. METODA JEDINIČNIH VRIJEDNOSTI.....	26
4.1. Primjer izračuna elektroenergetskog sustava pomoću per-unit metode .....	28
5. ZAKLJUČAK .....	32
LITERATURA.....	33
SAŽETAK.....	34
ABSTRACT .....	35
ŽIVOTOPIS .....	36

# 1. UVOD

U radu dan je teorijski opis sinkronih strojeva (generatora) i energetskog transformatora (dvonamotnog, tronamotnog i autotransformatora). Korištene su sheme, nadomjesne sheme, skice i modeli kako bi se bolje opisalo djelovanje strojeva.

Navedene su formule i načini rješavanja i računanja vrijednosti pojedinih elemenata koji su nam potrebni, sve u odnosu na sheme. Opisane su najčešće korištene nadomjesne sheme sinkronog generatora i dvonamotnog, tronamotnog transformatora i autotransformatora.

Obrađena je relativna per-unit metoda koja pomaže u proračunu elektoenergetskih mreža sa više naponskih razina. Također je riješen i jedan zadatak relativnom per-unit metodom.

## 1.1. Zadatak završnog rada

Zadatak završnog rada zahtjeva da se teorijski opišu sinkroni strojevi i energetski transformatori te prikažu najčešće korištene nadomjesne sheme istih. Obraditi relativnu *per unit* metodu za proračun elektroenergetskih mreža sa više naponskih razina.

## 2. SINKRONI STROJEVI

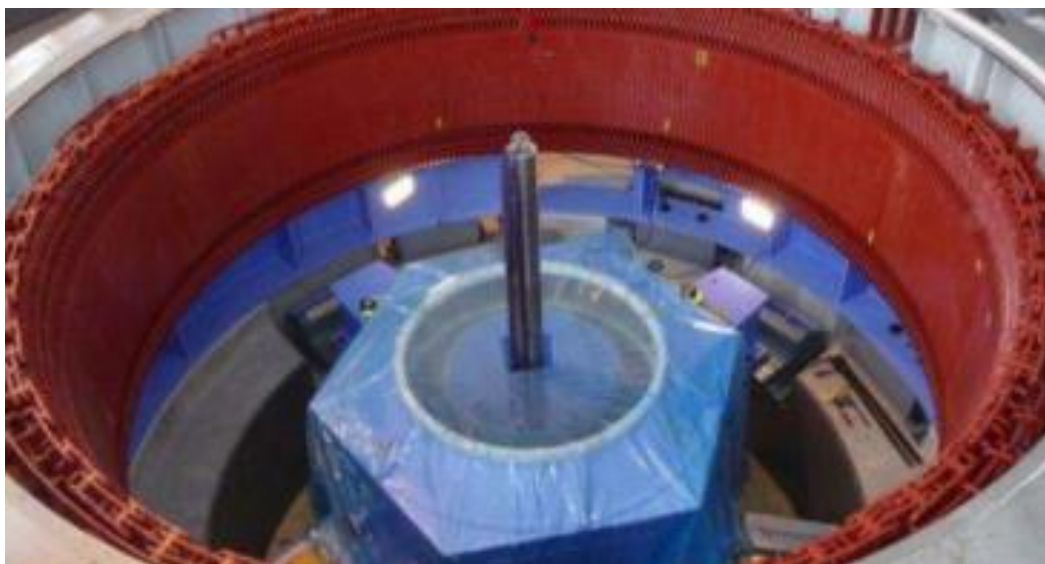
### 2.1. Uvod i podjela

Sinkroni strojevi su rotacijski strojevi koji pretvaraju mehaničku energiju u električnu ili obratno, a rade na principu tako da se rotor u stacionarnom stanju vrti brzinom koja je jednaka brzini vrtnje okretnoga polja u stroju. Sinkroni generatori dijele se s obzirom na stroj koji ih pogoni, brzinu vrtnje, izvedbu rotora, itd.

S obzirom na pogonski stroj postoje turbogeneratori, hidrogeneratori, dieselski generatori, motori i kompenzatori. Trofazni sinkroni generatori pogonjeni parnim, vodnim ili plinskim turbinama obično generiraju velike snage.



Slika 2.1. Turbogenerator termoelektrane Plomin u Hrvatskoj, 1x247 MVA [3]



Slika 2.2. Hidrogenerator hidroelektrane Eldforsen u Švedskoj, 10 MVA [3]



Slika 2.3. Sinkroni generator korišten kod malih hidroelektrana [3]

Podjela prema brzini vrtnje za frekvenciju od 50 Hz dijeli sinkrone strojeve na 3 vrste, a to su brzohodni strojevi koji imaju brzine vrtnje 750, 1000, 1500 ili 3000 o/min, tj. 8, 6, 4 ili 2 pola,

strojevi srednje brzine koji imaju brzinu vrtnje 300 do 600 o/min, 20 do 10 polova i sporohodni strojevi s brzinom vrtnje manjom od 300 o/min, više od 20 polova.

Rotor sinkronog stroja može biti cilindrični ili sa istaknutim polovima. Cilindrični tip rotora, također zvan i kružni, ima jedan raspodjeljen namot i ujednačen zračni raspor. Uzbudni namot kod takvih je smješten u utorima.

## 2.2. Armaturni i uzbudni namoti sinkronih generatora

Na statoru sinkronih generatora nalazi se armaturni namot. Armaturni namoti su dizajnirani za indukciju trofaznih napona te su poslagani tako da razviju jednak broj magnetskih polova kao i polje namota koje se nalazi na rotoru. Iznos induciranog napona na namotima statora jest funkcija jakosti magnetskoga polja, broja namota na statoru i brzine vrtnje rotora. Rotor također sadržava jedan ili više kratko spojenih namota koji se nazivaju prigušni namoti, a pogonjen je drugim, pogonskim strojem pri konstantnoj brzini te se magnetsko polje strujnog kruga dobiva pomoću istosmjerne struje koja se propušta kroz uzbudni namot. Napajanje uzbude dobiva se preko kliznih kolotova i četkica pomoću istosmjernih generatora postavljenim na istim vratilima kao i rotor sinkronog stroja, međutim moderniji sustavi zvani beskontaktni sustavi uzbude dobivaju istosmjernu struju iz rotacijskog imzjeničnog uzbudnika s armaturom na rotoru i rotirajućeg ispravljača. Uzbuda generatora održava napon generatora i kontrolu toka reaktivne snage.

## 2.3. Princip rada

Električnu i mehaničku energiju računamo slijedećim izrazima:

$$P_{el} = EI = vBI \quad (2-1)$$

$$P_{meh} = Fv = IIBv \quad (2-2)$$

gdje je:

- B – indukcija

- $l$  – duljina vodiča
- $v$  – brzina gibanja vodiča prema silnicama magnetskog polja
- $I$  – struja

Autor literature [2] navodi: „I jedna i druga snaga mogu se dovesti ili odvesti iz stroja ako postoji: *magnetsko polje* indukcije  $B$ , *vodič* koji duljinom  $l$  leži u polju indukcije, mogućnost *relativnog gibanja* vodiča prema silnicama magnetskog polja nekom brzinom  $v$ , *priključci* vodiča na vanjski strujni krug preko kojih se može vodiču dovesti ili od njega odvesti struja  $I$ , *mehanički uređaj* za prijenos sila i momenata od vodiča do osovine, ili obratno.“

Ako kroz vodič teče struja, oko vodiča se stvara magnetsko polje. Namatanjem vodiča povećava se magnetsko polje unutar zavoja, a iznos struje koja stvara polje se ne povećava. Ukupno magnetsko polje u generatoru je rezultat magnetskoga polja koje stvara uzbudna struja te magnetskoga polja koje stvaraju struje armature. Protjecanjem uzbudne struje kroz uzbudni namot na rotoru dobivamo elektromagnet. Rotor se vrti sinkronom brzinom, pa se može reći da se i magnetsko polje također vrti, odnosno, da postoji *okretno magnetsko polje*.

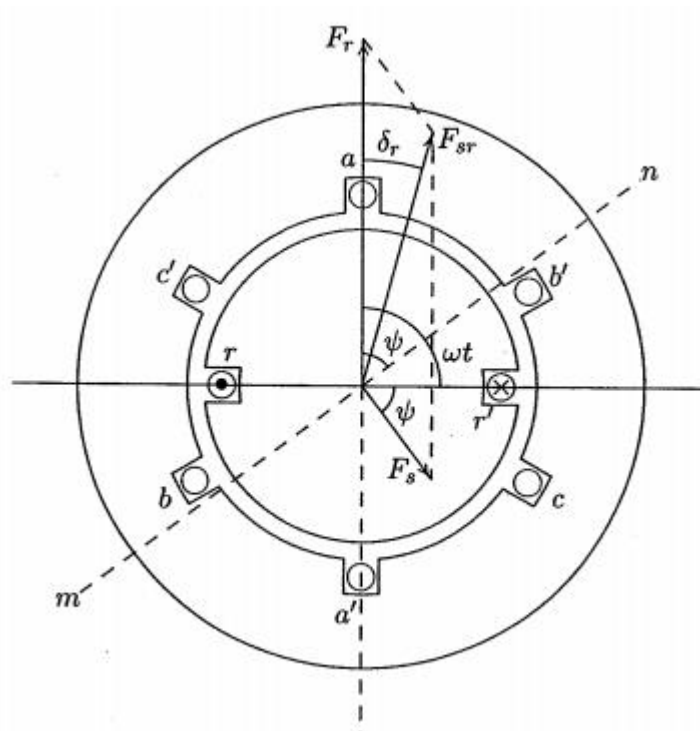
Kako bi magnetsko polje koje stvaraju struje armature također bilo okretno polje konstantne amplitude, osi triju faza namota armature međusobno su pomaknute za 120 stupnjeva. Uz pomoć matematičke analize pokazuje se da ako tri sinusne struje (jednakog iznosa i pomaknute za 120 stupnjeva električkih) teku kroz namote u zračnom rasporu stroja koji su međusobno pomaknuti za 120 stupnjeva, stvoriti će se magnetsko polje konstantnog iznosa. Frekvencija kojom magnetsko polje rotira jednaka je frekvenciji kojom struje teku kroz namote. Konstantni iznos magnetskog toka omogućuje da se stotine MW pretvore, u električnom stroju, iz mehaničke energije u električnu energiju i obratno, bez većih mehaničkih ograničenja. Važno je zapamtiti da konstantni iznos magnetskog toka proizvodi konstantni iznos momenta.

## 2.4. Model sinkronog generatora

Model sinkronog generatora te odgovarajuće relacije i pojmovi preuzeti su, odnosno prevedeni iz literature [1] Hadi Saadar, Power System Analysis.

Osnovni 2-polni trofazni generator je prikazan na slici 2.4. Stator sadrži tri namota označenih sa  $aa'$ ,  $bb'$  i  $cc'$ , koji su međusobno razmaknuti za  $120^\circ$ .





Slika 2.4. Osnovni 2-polni trofazni sinkroni generator [1]

Napon koji se inducira u namotu aa' dobiva se iz Faraday-evog zakona

$$\begin{aligned}
 e_a &= \omega N \Phi \sin \omega t \\
 &= E_{\max} \sin \omega t \\
 &= E_{\max} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{2-3}$$

gdje je

$$E_{\max} = \omega N \Phi = 2\pi f N \Phi \tag{2-4}$$

Pa se tako dobiva relacija da je efektivni napon E jednak

$$E = 4.44 f N \Phi \tag{2-5}$$

U namotajima stvarnog stroja izmjenične struje, armaturni namot svake faze je distribuiran u više broja položaja. Elektromotorne sile inducirane u različitim dijelovima nisu u fazi te je njihova fazorska suma manja od numeričke. Zato postoji faktor smanjenja  $K_n$ , zvanog faktor namota, kojeg je potrebno staviti u relaciju. Za većinu trofaznih namotaja  $K_n$  iznosi između 0.85 i 0.95. Stoga, za distribuirane namote faze, efektivni napon je

$$E = 4.44 K_n f N \Phi \quad (2-6)$$

Magnetsko polje rotora koji se vrti konstantnom brzinom inducira trofazni sinusoidalni napon u armaturi, razmaknutog za  $2\pi/3$  radijana. Frekvencija inducirano armaturnog napona ovisi o brzini kojom se rotor vrti i broju polova stroja. Frekvencija armaturnog napona je dana relacijom

$$f = \frac{p}{2} \frac{n}{60} \quad (2-7)$$

gdje je  $n$  brzina rotora u okretajima po minuti (o/min), a  $p$  broj polova.

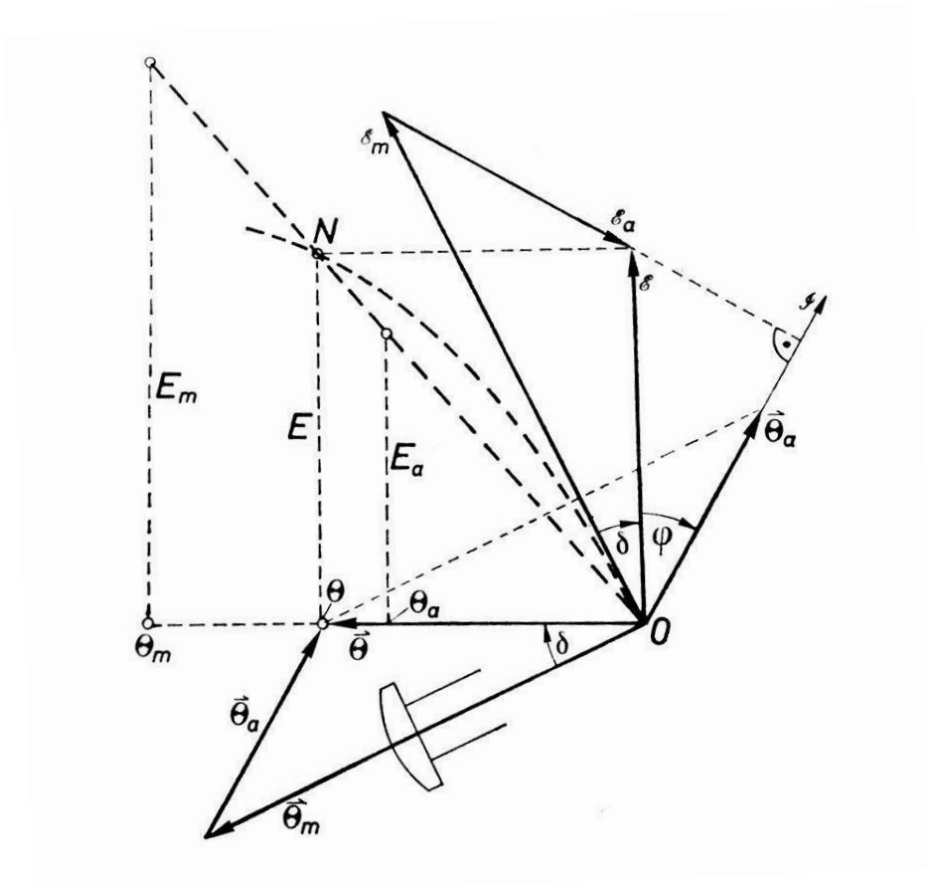
## 2.5. Sinkrona reaktancija

Pojam sinkrone reaktancije te odgovarajuće relacije, sheme i dijagrami preuzeti su iz literatura [2] R. Wolf, osnove električnih strojeva te [1] Hadi Saadar, Power System Analysis.

Autor literature [2] navodi: „Veličina inducirano napona u stroju određena je ukupnim ili rezultatnim protjecanjem u rasporu, koje dobivamo kao vektorski zbroj protjecanja rotora i protjecanja statora ili uzbudnog protjecanja i protjecanja armature:“

$$\vec{\Theta} = \vec{\Theta}_m + \vec{\Theta}_a \quad (2-8)$$

Fazor inducirano napona bit će okomit na rezultatno protjecanje te mu vrijednost određujemo preko karakteristike praznog hoda ako na apscisi odredimo točku rezultatnog protjecanja  $\Theta$ .



Slika 2.5. Naponski dijagram [2]

Vektori protjecanja čine karakterističan trokut koji je prikazan na slici 2.5. Trokut napona činit će naponi

$$E = E_m + E_a \quad (2-9)$$

za koje vrijedi da su  $E_m$  i  $E_a$  okomiti na vektore protjecanja  $\vec{\Theta}_m$  i  $\vec{\Theta}_a$ , a napon  $E$  okomit na vektor protjecanja  $\vec{\Theta}$ .

Kako su naponi proporcionalni veličinama protjecanja, može se reći da je trokut napona sličan trokutu protjecanja, no zakrenut je za  $\frac{\pi}{2}$  i to u smjeru kazaljki na satu. Jedino napon  $E$  odgovara protjecanju  $\vec{\Theta}$  prema karakteristici praznog hoda. Naponi  $E_m$  i  $E_a$  odgovaraju karakteristici koju se dobiva nakon što se povuče pravac kroz točku  $N$  kao na slici 2.5., koja odgovara ukupnom protjecanju.

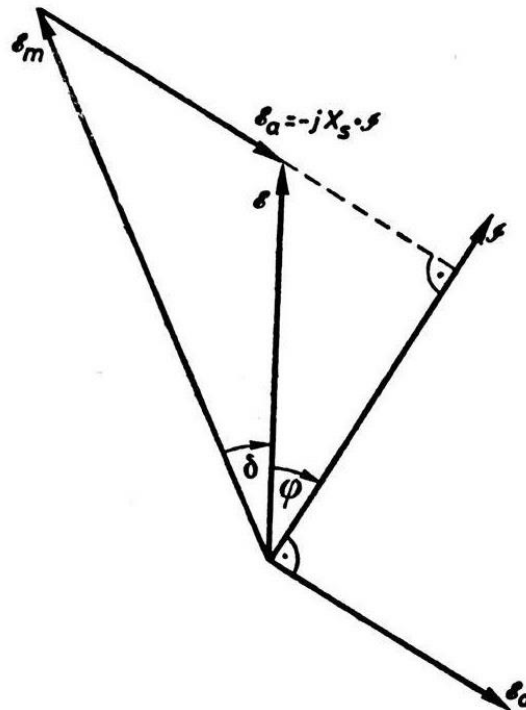
Napon  $E_a$  je proporcionalan struji armature te se njegov fazor može prikazati ovako:

$$E_a = \frac{1}{j} X_s J = -j X_s I \quad (2-10)$$

Ubacivanjem relacije (2-10) u relaciju (2-9) dobiva se nova relacija

$$E = E_m - jX_s I \quad (2-11)$$

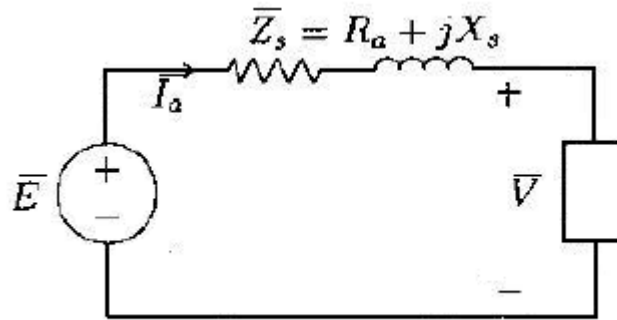
Drugi član relacije  $jX_s I$  je pad napona struje  $I$  u reaktanciji  $X_s$ , pa ga valja oduzeti od napona rotorskog protjecanja  $E_m$  da bi se dobio stvarno inducirani napon  $E$ .



Slika 2.6. Sinkrona reaktancija [2]

Reaktancija  $X_s$  naziva se sinkrona reaktancija te je prikazana na slici 2.6. u sklopu  $E_m$ .

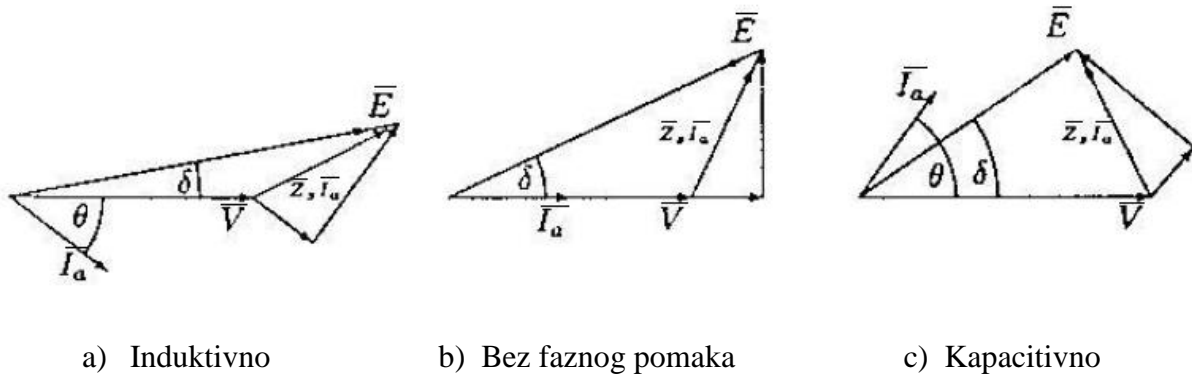
Slijedeća slika 2.7. prikazuje dobivenu nadomjesnu shemu sinkronog stroja,



Slika 2.7. Nadomjesna shema sinkronog stroja [1]

gdje je napon  $\bar{E}$  izvor kojeg podešavamo po volji pomoću uzbudne struje,  $X_s$  reaktancija kroz koju struja armature  $I_a$  teče te napon  $\bar{V}$  koji se dobiva na stezaljkama stroja.

Slika 2.8. prikazuje fazorske dijagrame generatora za različita opterećenja.



Slika 2.8. Fazorski dijagrami generatora za različita opterećenja [1]

## 2.6. Primjer

Zadatak je uzet kao primjer iz literature [1] Hadi Saadar, Power System Analysis, str. 59.

Sinkroni trofazni generator nazivne snage 50-MVA, nazivnog napona 30 kV radi pri frekvenciji 60-Hz te ima sinkronu reaktanciju  $9 \Omega$  po fazi. Generator pri nazivnoj snazi ima faktor snage 0.8 (ind).

- a) Odredite fazni napon  $E$  i kut  $\gamma$

- b) Ako je uzbuda konstantna, okretni moment se smanjuje dok generator ne počne davati snagu od 25 MW. Odredite struju armature te faktor snage.
- c) Ako generator radi na uzbudnom naponu (dobiven iz a) dijela zadatka), koja je maksimalna snaga koju generator može dati prije nego li prestane sinkrono raditi? Također izračunajte struju armature pri ovakvoj snazi.

a)

Trofazna snaga iznosi

$$\bar{S}_{3f} = 50 \angle \cos^{-1} 0.8 = 50 \angle 36.87^\circ = 40 \text{ MW} + j30 \text{ Mvar}$$

Nazivni napon po fazi je

$$\bar{V} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 17.32 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

Nazivna struja tada iznosi

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{S}_{3f}^*}{3\bar{V}^*} = \frac{(50 \angle -36.87^\circ) \cdot 10^3}{3 \cdot 17.32 \angle 0^\circ} = 962.25 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

Sada možemo izračunati napon E, a on iznosi

$$\bar{E} = 17320.5 + (j9)(962.25 \angle -36.87^\circ) = 23558 \angle 17.1^\circ \text{ V},$$

gdje je napon E zapravo zbroj nazivnog napona V i umnoška nazivne struje I<sub>a</sub> i otpora 9 Ω po fazi.

Fazni napon je 23.56 kV, a kut 17.1°.

b)

Kada generator ima snagu 25 MW, tada vrijedi

$$\delta = \sin^{-1} \left( \frac{(25)(9)}{(3)(23.56)(17.32)} \right) = 10.591^\circ$$

Struja armature iznosi

$$\bar{I}_a = \frac{(23.558 \angle 10.591^\circ - 17.32 \angle 0^\circ)}{j9} = 807.485 \angle -53.43^\circ \text{ A}$$

Faktor snage dobijemo iz kuta struje armature na način

$$\cos 53.43^\circ = 0.596 \text{ ind}$$

c)

Maksimalnu snagu generator razvija pri  $\delta = 90^\circ$  te ona iznosi

$$P_{\max(3f)} = 3 \frac{|E||V|}{X_s} = 3 \frac{(23.56)(17.32)}{9} = 136 \text{ MW}$$

Struja armature je

$$\bar{I}_a = \frac{(23.558 \angle 90^\circ - 17.32 \angle 0^\circ)}{j9} = 3248.85 \angle 36.32^\circ \text{ A}$$

Faktor snage dobijemo iz kuta struje armature na način

$$\cos 36.32^\circ = 0.8057 \text{ kap}$$

## **3. TRANSFORMATORI**

### **3.1. Uvod i podjela**

Transformatori su uređaji koji na principu elektromagnetske indukcije pretvaraju izmjenični sustav struja i napona jednih veličina u druge iste frekvencije. Nemaju pokretnih dijelova, već su statički električni strojevi. Obično imaju dva odvojena namota, primarni i sekundarni od kojih prvi prima električnu energiju iz generatora ili električne mreže, induktivno je prenosi na sekundarni namot i predaje priključenom trošilu ili mreži. Mogu se upotrebljavati za povišenje napona i za sniženje, ovisno o potrebi.

Mogu se dijeliti prema broju namotaja (dvonamotni, tronamotni, višenamotni), prema broju faza (jednofazni, trofazni, višefazni) te prema području primjene. Prema području primjene postoje energetske transformatori, mjerni transformatori, autotransformatori te energetske transformatori specijalne namjene. Kod energetskih transformatora cjelokupna snaga se prenosi s primara na sekundar induktivnim putem, a mogu biti distribucijski transformatori (manjih snaga), mrežni transformatori (srednjih i velikih snaga), generatorski transformatori (bloktransformatori) i specijalni transformatori. Mjerni transformatori su za upotrebu u tehnici električnih mjerenja te mogu biti naponski, strujni i kombinirani.





Slika 3.1. Transformatorska stanica (mjerni transformatori) - Osijek, 2017.



Slika 3.2. Mjerni transformatori (strujni) u električnom ormaru - Nova Gradiška, 2017.



Slika 3.3. Trofazni uljni distribucijski transformator [4]

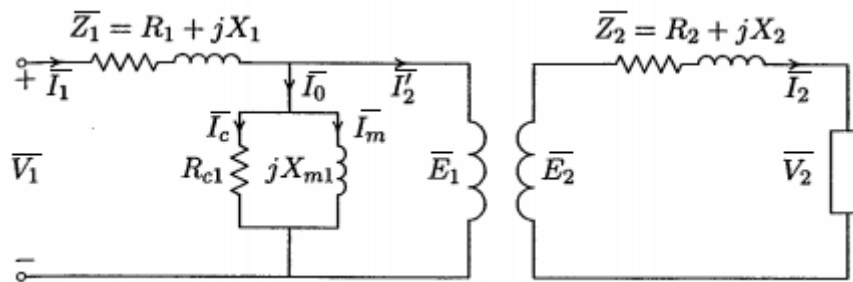


Slika 3.4. Končar ispravljački (specijalni) transformator [4]

### 3.2. Dvonamotni transformator

Sljedeći modeli i sheme transformatora te njihove odgovarajuće relacije i pojmovi preuzeti su, odnosno prevedeni iz literature [1] Hadi Saadar, Power System Analysis.

Nadomjesna shema jednofaznog dvonamotnog transformatora prikazana je na slici 3.5.



Slika 3.5. Shema dvonamotnog idealnog transformatora [1]

Ovo je prikaz idealnog transformatora sa omjerom  $N_1:N_2$  zajedno sa elementima koji prikazuju nesavršenost realnog transformatora. Idealni transformator bi imao namotaje kojima otpor iznosi nula (odnosno ne pružaju otpor) te beskonačnu permeabilnost jezgre.

Kod idealnog transformatora, magnetomotorna sila balansirana je između primara i sekundara. Ako  $\bar{I}_2'$  predstavlja komponentu struje koja neutralizira magnetomotornu silu sekundara, onda vrijedi

$$\bar{I}_2' N_1 = \bar{I}_2 N_2 \quad (3-1)$$

Stoga za idealni transformator vrijede omjeri

$$\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \frac{\bar{I}_2'}{\bar{I}_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (3-2)$$

U realnom transformatoru, permeabilnost jezgre nije beskonačna. Kad je struja koja prolazi kroz sekundar  $\bar{I}_2$  jednaka nuli, struja koja prolazi kroz primar ima konačnu vrijednost. Bez tereta, inducirani napon  $\bar{E}_1$  je skoro pa jednak izvornom  $\bar{V}_1$  te inducirani napon i tok su sinusoidalni. Međutim, zbog nelinearne karakteristike feromagnetske jezgre, struja bez tereta nije sinusoidalna jer sadrži harmonike.

U realnom transformatoru, tok nije zajednički između primarnog i sekundarnog namota. Tok ima tri komponente: zajednički tok, rasipni tok primara i rasipni tok sekundara. Rasipni tok jedne strane ne uključuje i drugu, zato postoje dva rasipna toka, za primar i sekundar, a pad napona koji nastaje zbog tih rasipnih tokova prikazuje se zajedno sa rasipnom reaktancijom  $X_1$  i  $X_2$ .

Da bi se dobila svojstvena karakteristika transformatora, koristi se nadomjesna shema sa referentnom točkom na jednoj strani transformatora. Kirchoffov zakon za napone tvrdi da je napon na drugoj strani jednak

$$\bar{E}_2 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_2 \bar{I}_2 \quad (3-3)$$

Iz relacije (3-2) sastavljene za idealni transformator, primjenjivanjem drugog napona  $\bar{E}_2$  i struje

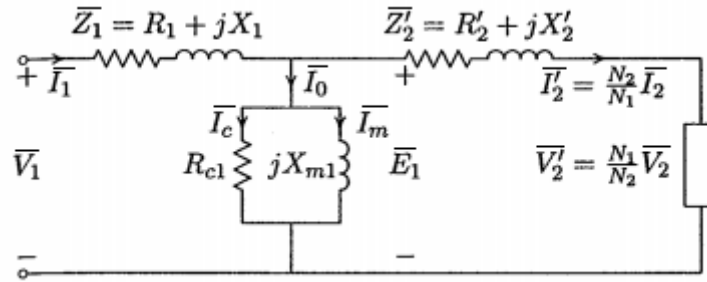
$\bar{I}_2$  prema omjerima  $\bar{E}_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \bar{E}_1$  i  $\bar{I}_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \bar{I}_1'$  dobivamo nove relacije

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \bar{V}_2 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \bar{Z}_2 \bar{I}_2 \\ &= \bar{V}_1' + \bar{Z}_2' \bar{I}_2' \end{aligned} \quad (3-4)$$

i

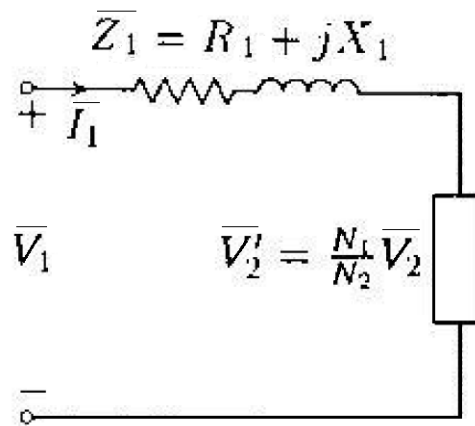
$$\bar{Z}_2' = R_2' + jX_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 + j \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_2 \quad (3-5)$$

Relacije (3-4) i (3-5) su jednadžbe sekundarne strane sa referentnom točkom na primaru te se sada može napraviti nadomjesna shema sa novim parametrima i referentnom točkom na primaru (vidi sliku 3.6).



Slika 3.6. Nadomjesna shema dvonamotnog realnog transformatora (prema primaru) [1]

Pojednostavljena shema tada izgleda kao na sljedećoj slici 3.7.



Slika 3.7. Pojednostavljena shema transformatora (s referentnom točkom na primaru) [1]

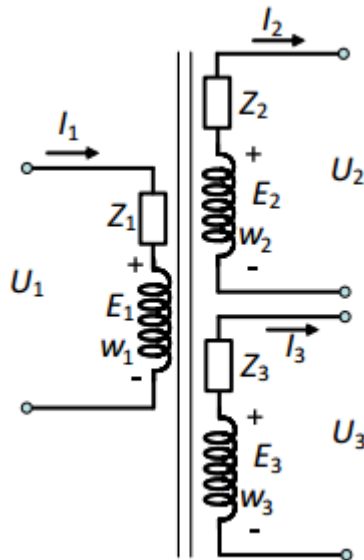
### 3.3. Tronamotni transformator

Tronamotni transformatori su transformatori koji uz primarni i sekundarni namot sadrže i tercijarni, pa su zato dobili takvo ime. Koriste se za povezivanje tri sustava koja imaju drugačije naponske razine, za napajanje pomoćne opreme u trafostanici što radi na naponu koji je niži od napona VN ili SN strane te kao priključak sinkronih ili statičkih kompenzatora u svrhu reguliranja jalove snage i napona u sustavu.

Ako se tercijarni namot spaja u trokut bez priključka vanjskih trošila, naziva se stabilizacijskim namotom i njegova svrha je omogućavanje toka struje trećeg harmonika pomoću kojeg se postiže sinusni valkni oblik induciranog napona, a moguće ga je koristiti i za stabilizaciju neutralne točke ako je transformator nesimetrično opterećen.

### 3.3.1. Zakon očuvanja energije

Slika 3.8. prikazuje shemu tronamotnog transformatora.



Slika 3.8. Shema tronamotnog transformatora

Tercijarni namot ulančuje isti magnetski tok kao i primarni i sekundarni, pa vrijedi da je inducirani napon po zavoju jednak za sve namote.

$$\frac{E_1}{w_1} = \frac{E_2}{w_2} = \frac{E_3}{w_3} \quad (3-6)$$

Sume protjecanja sva tri namota jednake su protjecanju za magnetiziranje jezgre, odnosno vrijedi

$$I_1 w_1 + I_2 w_2 + I_3 w_3 = \Theta_\mu \approx 0 \quad (3-7)$$

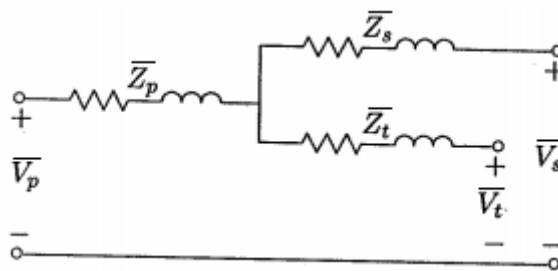
Ubacivanjem relacije (3-6) u relaciju (3-7), sada dobivamo jednadžu

$$I_1 w_1 \frac{E_1}{w_1} + I_2 w_2 \frac{E_2}{w_2} + I_3 w_3 \frac{E_3}{w_3} = I_1 E_1 + I_2 E_2 + I_3 E_3 \approx 0 \quad (3-8)$$

Ova jednađba prikazuje zakon očuvanja energije po kojemu ukupna snaga koja ulazi u transformator iznosi nula u sva tri namota. Različito je pak od dvonamotnih transformatora gdje su nazivne snage primara i sekundara jednake, ali kod tronamotnih transformatora snage se mogu raspodjeliti na vrlo mnogo načina, ovisno o opterećenju tercijarnog i sekundarnog namota.

### 3.3.2. Odnos impedancija kratkog spoja

Slika 3.9. prikazuje shemu tronamotnog transformatora sa naznačenim impedancijama i naponima.



Slika 3.9. Shema tronamotnog transformatora [1]

Oznake  $\bar{Z}_p$ ,  $\bar{Z}_s$  i  $\bar{Z}_t$  redom označuju impedancije primara, sekundara i tercijara. Rade se tri mjerenja na temelju napajanja jednog namota, kratkog spajanja drugog namota i ostavljanja otvorenih stezaljki trećeg namota, kako bi se mjerila impedancija. Pa tako dobivamo tri nove impedancije:  $\bar{Z}_{ps}$ ,  $\bar{Z}_{pt}$  i  $\bar{Z}_{st}$ .

$\bar{Z}_{ps}$  - impedancija mjerena na primaru prilikom kratkog spoja na sekundaru te otvorenih stezaljki na tercijaru.

$\bar{Z}_{pt}$  - impedancija mjerena na primaru prilikom kratkog spoja na tercijaru te otvorenih stezaljki na sekundaru.

$\bar{Z}_{st}$  - impedancija mjerena na sekundaru prilikom kratkog spoja na tercijaru te otvorenih stezaljki na primaru.

Označimo li brojeve namotaja sa N, vrijede relacije

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{ps} &= \bar{Z}_p + \bar{Z}_s \left( \frac{N_p}{N_s} \right)^2 \\ \bar{Z}_{pt} &= \bar{Z}_p + \bar{Z}_t \left( \frac{N_p}{N_t} \right)^2 \\ \bar{Z}_{st} &= \bar{Z}_s + \bar{Z}_t \left( \frac{N_s}{N_t} \right)^2\end{aligned}\tag{3-9}$$

Sada se uvodi bazni napon i za njega se definira

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{ps_b} &= \frac{U_{k,ps\%}}{100} \frac{U_b^2}{S_{n,ps}} & \bar{Z}_{ps_b} &= \bar{Z}_p + \bar{Z}_s \\ \bar{Z}_{pt_b} &= \frac{U_{k,pt\%}}{100} \frac{U_b^2}{S_{n,pt}} & \bar{Z}_{pt_b} &= \bar{Z}_p + \bar{Z}_t \\ \bar{Z}_{st_b} &= \frac{U_{k,st\%}}{100} \frac{U_b^2}{S_{n,st}} & \bar{Z}_{st_b} &= \bar{Z}_s + \bar{Z}_t\end{aligned}\tag{3-10}$$

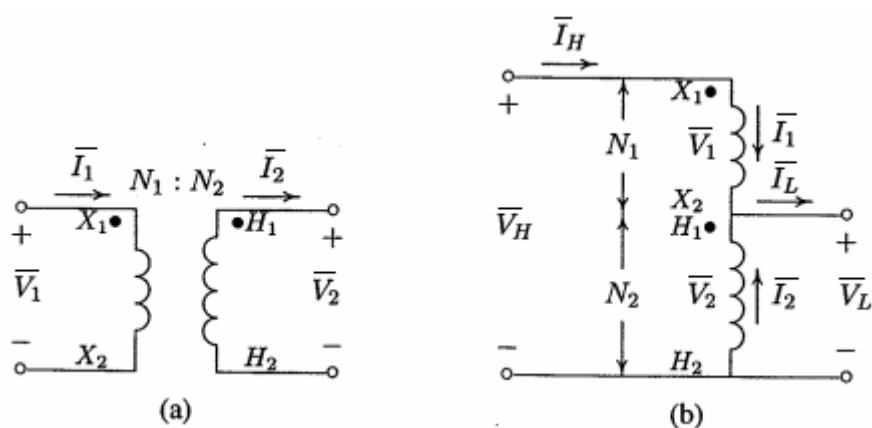
Naposljetku, impedancije kratkog spoja pojedinačnih namota iznose

$$\begin{aligned}\bar{Z}_p &= \frac{1}{2} (\bar{Z}_{ps,b} + \bar{Z}_{pt,b} - \bar{Z}_{st,b}) \\ \bar{Z}_s &= \frac{1}{2} (\bar{Z}_{ps,b} + \bar{Z}_{st,b} - \bar{Z}_{pt,b}) \\ \bar{Z}_t &= \frac{1}{2} (\bar{Z}_{pt,b} + \bar{Z}_{st,b} - \bar{Z}_{ps,b})\end{aligned}\tag{3-11}$$



### 3.4. Autotransformator

Transformatori mogu biti konstruirani tako da su primarni i sekundarni namot spojeni. Takav tip transformatora se zove autotransformator. Tradicionalni dvonamotni transformator se može promjeniti u autotransformator tako da im spojimo primarni i sekundarni namot u seriju. Dvonamotni transformator se pretvara u autotransformator na način prikazan na slici 3.10.



Slika 3.10. a) Dvonamotni transformator i b) Autotransformator nakon spajanja primara i sekundara dvonamotnog transformatora [1]

Spajanjem primarnog i sekundarnog namota u seriju, polariteti se na zavojnicama sada zbrajaju. Namoti od \$X\_1\$ do \$X\_2\$ se nazivaju serijski, a namoti od \$H\_1\$ do \$H\_2\$ zajednički. Autotransformator u ovakvom pogledu može i pojačavati i snižavati napon. Naime, u oba slučaja namotaj \$H\_1H\_2\$ je zajednički primaru kao i sekundaru. Za određivanje nazivne snage autotransformatora, obično se uzimaju iste relacije kao na idealnim transformatorima, koje nam pružaju dovoljno bliske vrijednosti onima stvarnima.

Iz slike 3.10. pod „a“, odnos između napona i struja dvonamotnog transformatora iznosi

$$\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} = \frac{N_1}{N_2} = \alpha \quad (3-12)$$

te

$$\frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} = \frac{N_1}{N_2} = \alpha \quad (3-13)$$

gdje je  $\alpha$  omjer primarnog i sekundarnog namota. Iz slike 3.10. pod „b)“ vidimo da je

$$\bar{V}_H = \bar{V}_2 + \bar{V}_1 \quad (3-14)$$

te zamjenom  $V_1$  iz relacije (3-12) u relaciju (3-14) sada dobivamo

$$\bar{V}_H = \bar{V}_2 + \frac{N_1}{N_2} \bar{V}_2 \quad (3-15)$$

Pošto je  $\bar{V}_2 = \bar{V}_L$ , odnos napona između dvije strane autotransformatora postaje

$$\begin{aligned} \bar{V}_H &= \bar{V}_L + \frac{N_1}{N_2} \bar{V}_L \\ &= (1 + \alpha) \bar{V}_L \end{aligned} \quad (3-16)$$

iliti

$$\frac{\bar{V}_H}{\bar{V}_L} = 1 + \alpha \quad (3-17)$$

Pošto je transformator idealan, magnetomotorna sila koju stvara struja  $\bar{I}_1$  mora biti jednaka onoj koju proizvodi struja  $\bar{I}_2$ . Kao rezultat tome, vrijedi da je

$$N_2(\bar{I}_L - \bar{I}_1) = N_1 \bar{I}_1 \quad (3-18)$$

iliti

$$\bar{I}_L = \frac{N_1 + N_2}{N_2} \bar{I}_1 \quad (3-19)$$

Pošto je struja  $\bar{I}_1$  jednaka struji  $\bar{I}_H$ , novi odnos između dvije strane autotransformatora postaje

$$\frac{\bar{I}_L}{\bar{I}_H} = 1 + \alpha \quad (3-20)$$

Odnos nazivne snage autotransformatora i dvonamotnog transformatora sada iznosi

$$\frac{\bar{S}_{\text{autot.}}}{\bar{S}_{\text{dvon.}}} = \frac{(\bar{V}_1 + \bar{V}_2)\bar{I}_1}{\bar{V}_1\bar{I}_1} = 1 + \frac{N_2}{N_1} = 1 + \frac{1}{\alpha} \quad (3-21)$$

Iz relacije (3-21), vidljivo je da se veći omjer dobiva kao autotransformator sa većim brojem namotaja zajedničke zavojnice ( $N_2$ ). Veći omjer autotransformatora je posljedica toga što se samo snaga dvonamotnog transformatora ( $S_{\text{dvon.}}$ ) transformira od strane elektromagnetske indukcije, dok ostala prolazi od primarnog namota do sekundarnog bez spajanja sa namotajima transformatora. Takva snaga je provedena snaga. U odnosu na dvonamotne transformatore istih svojstava (procjene), autotransformatori su manji, učinkovitiji i imaju manju unutarnju impedanciju.

### 3.5. Primjer

Zadatak je uzet kao primjer iz literature [1] Hadi Saadar, Power System Analysis, str. 79.

Dvonamotni transformator ima sljedeće parametre: nazivni napon 60kVA, prijenosni omjer 240/1200 V, frekvenciju rada 60 Hz. Kada radi kao dvonamotni transformator pri nazivnom opterećenju (faktor snage 0.8), korisnost mu iznosi 0.96. Isti transformator će se koristiti kao autotransformator koji će napon smanjivati sa 1440 na 1200 V.

- Koliko iznosi nazivna snaga (u kVA) transformatora kada radi kao autotransformator?
- Koliko iznosi nova korisnost pri istom faktoru snage 0.8?

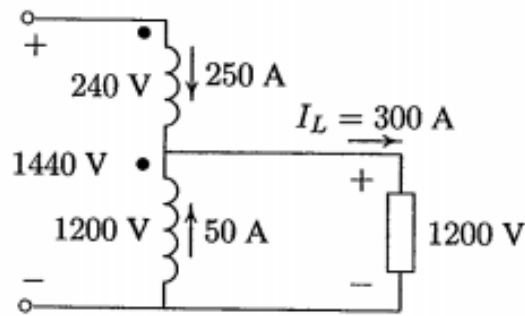
Najprije je potrebno izračunati struje koje prolaze kroz zavojnice kako bi se mogla skicirati shema. One iznose:

$$I_1 = \frac{60000}{240} = 250 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{60000}{1200} = 50 \text{ A}$$

$$I_L = 250 + 50 = 300 \text{ A}$$

Sada je moguće nacrtati skicu s vrijednostima, a ona izgleda ovako:



Slika 3.11. Skica autotransformatora zadatka 3.5. [1]

a)

Zavojnice provode nazivne struje, pa je nazivna snaga autotransformatora:

$$S = 1200 \cdot 300 = 360 \text{ kVA}$$

Sada se može odrediti omjer snaga autotransformatora:

$$\frac{S_{\text{autot.}}}{S_{\text{dvon.}}} = \frac{360}{60} = 6$$

b)

Kada transformator djeluje kao dvonamotni transformator pod opterećenjem, gubici se mogu lako izračunati pošto također znamo i faktor snage. Pa stoga gubici iznose

$$\frac{60 \cdot 0.8}{60 \cdot 0.8 + P_g} = 0.96$$

$$P_g = \frac{48 \cdot (1 - 0.96)}{0.96} = 2 \text{ kW}$$

Pošto su zavojnice na istim nazivnim naponima i strujama kao i kod dvonamotnog transformatora, gubici u bakru i jezgri kod autotransformatora su jednaki kao i kod dvonamotnog transformatora. Stoga, korisnost opterećenog autotransformatora iznosi

$$\eta = \frac{360 \cdot 0.8}{360 \cdot 0.8 + 2} \cdot 100\% = 99.31\% \quad \eta = \frac{360 \cdot 0.8}{360 \cdot 0.8 + 2} \cdot 100\% = 99.31\%$$

## 4. METODA JEDINIČNIH VRIJEDNOSTI

Rješenje povezanog elektroenergetskog sustava koje sadrži više različitih razina napona zahtjeva glomaznu transformaciju svih impedancija na jednu razinu napona. Sve veličine će zadržati svoju prvobitnu fizikalnu dimenziju pošto se reduciranje vršilo pomoću bezdimenzionalnog broja ( $U_{Bi}/U_{Bk}$ ), ili pak pomoću njegovog bezdimenzionalnog kvadrata. U ovakvoj metodi, razlike između razine napona nestaju, a elektroenergetska mreža koja sadrži generatore, transformatore i vodove (drugih razina napona) se svodi na metodu jednostavnih impedancija. Jedinična vrijednost se definira kao:

$$\text{Jedinična vrijednost} = \frac{\text{Stvarna vrijednost}}{\text{Bazna vrijednost}} \quad (4-1)$$

Na primjer:

$$\bar{S}_{pu} = \frac{\bar{S}}{S_B}, \bar{V}_{pu} = \frac{\bar{V}}{V_B}, \bar{I}_{pu} = \frac{\bar{I}}{I_B}, \bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{Z}}{Z_B}, \quad (4-2)$$

gdje su brojnici (stvarne vrijednosti) fazorske vrijednosti ili kompleksne vrijednosti, a nazivnici (osnovne vrijednosti) uvijek realni brojevi, a kvocjenti su jedinične vrijednosti (per-unit vrijednosti). Namjanje su potrebne četiri osnovne vrijednosti da se kompletno odredi *per-unit* sistem: snaga, napon, struja i impedancija. Obično se odabiru trofazna osnovna vrijednost snage  $S_B$  i osnovna vrijednost napona  $V_B$ . Osnovna vrijednost struje i osnovna vrijednost impedancije tada ovise o snazi  $S_B$  i naponu  $V_B$  te moraju poštivati zakone mreže. Dobivaju se na ovaj način:

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}V_B} \quad (4-3)$$

i

$$Z_B = \frac{V_B / \sqrt{3}}{I_B} \quad (4-4)$$

Zamjenom  $I_B$  iz (4-3) u (4-4) sada dobivamo novu relaciju:

$$Z_B = \frac{(V_B)^2}{S_B} \quad (4-5)$$

Fazne i linijske vrijednosti prikazane u *per-unitu* su iste, a zakoni mreže i dalje vrijede:

$$\bar{S}_{pu} = \bar{V}_{pu} \bar{I}_{pu}^* \quad (4-6)$$

i

$$\bar{V}_{pu} = \bar{Z}_{pu} \bar{I}_{pu} \quad (4-7)$$

Snaga opterećenja sa svojim nazivnim naponom se također može prikazati pomoću *per-unit* impedancije.  $S_{L(3\emptyset)}$  je kompleksna snaga opterećenja, a struja opterećenja po fazi na faznom naponu  $V_P$  je zadana kao:

$$\bar{S}_{L(3\emptyset)} = 3\bar{V}_P \bar{I}_P^* \quad (4-8)$$

Ako prikažemo struju  $I_P$  kao kvocijent napona  $V_P$  i impedancije  $Z_P$ , tada zamjenom  $I_P$  u relaciji (4-8) i izlučivanjem impedancije  $Z_P$  dobivamo novu relaciju koja glasi:

$$\bar{Z}_P = \frac{3|\bar{V}_P|^2}{\bar{S}_{L(3\emptyset)}^*} \quad (4-9)$$

U konačnici iz relacije (4-5) sada dobivamo relaciju impedancije opterećenja u *per-unitu* koja glasi:



Nakon toga valja odabrati bazni napon. Na primjer, bazni napon bit će  $U_{2B} = 138$  kV. Ostale bazne napone dobivamo iz omjera transformatora, pa tako vrijedi:  $U_{1B} = 13.8$  kV i  $U_{3B} = 69$  kV. Relacije 1, 2 i 3 uz bazne napone odnose se na dio mreže u kojem se nalaze.

Kako smo odredili bazne napone za dijelove mreže, sada je moguć izračun baznih impedancija za sve dijelove pomoću relacije (4-5), kojima također možemo odrediti i per-unit vrijednosti. Dakle bazne impedancije su:

$$Z_{3B} = \frac{(69 \cdot 10^3)^2}{12 \cdot 10^6} = 396.75 \, \Omega \Rightarrow Z_L = \frac{250}{396.75} = 0.63 \, \text{p.u.}$$

$$Z_{2B} = \frac{(138 \cdot 10^3)^2}{12 \cdot 10^6} = 1587 \, \Omega \Rightarrow \bar{Z}_V = \frac{8 + j92}{1587} = 5.04 \cdot 10^{-3} (1 + j11.5) \, \text{p.u.}$$

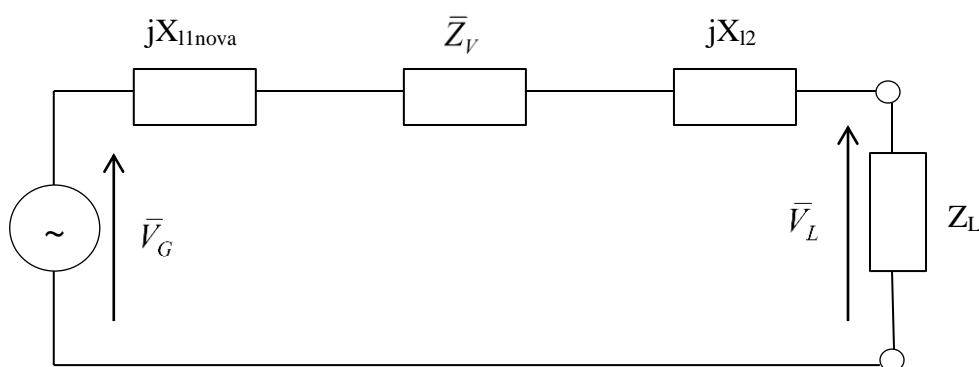
Potrebno je izračunati nove reaktancije u odnosu na nove bazne veličine kako bi nadalje mogli izračunati ukupnu impedanciju. Reaktancije slijede:

$$X_{11nova} = 0.09 \left( \frac{13.2}{13.8} \right)^2 \left( \frac{12}{8} \right) = 0.124 \, \text{p.u.}$$

$$X_{12} = 0.1 \, \text{p.u.}$$

Napomena: reaktancija  $X_{12}$  se ne mijenja jer su bazne vrijednosti iste.

Kako imamo nove vrijednosti impedancija i reaktancija (u p.u.), nadomjesna shema sustava izgledat će kao na slijedećoj slici (Slika 4.2.):



Slika 4.2. Nadomjesna shema sustava



Kako bi se dalje mogla odrediti struja  $\bar{I}_{p.u.}$ , treba izračunati napon na izvoru  $\bar{V}_G$  te ukupnu impedanciju  $\bar{Z}_U$ , a ona predstavlja serijski spoj impedancija oba transformatora i voda. Dakle, slijedi:

$$\bar{Z}_U = Z_L + \bar{Z}_V + jX_{l1nova} + jX_{l2} = 0.635 + j0.282 = 0.695 \angle 23.94^\circ$$

$$|\bar{V}_G| = \frac{13.5}{13.8} = 0.98 \angle 0^\circ \text{ p.u.}$$

Sada je moguće odrediti struju  $\bar{I}_{p.u.}$  iz relacije (4-7), a ona iznosi

$$\bar{I}_{p.u.} = \frac{0.98}{\bar{Z}_U} = \frac{0.98}{0.695 \angle 23.94^\circ} = 1.41 \angle -23.94^\circ \text{ p.u.}$$

Iz iste relacije (4-7) sada je moguće dobiti napon na kraju voda (na teretu), koji je umnožak impedancije tereta i struje  $\bar{I}_{p.u.}$  koju smo sada izračunali. On iznosi

$$\bar{U}_{L,p.u.} = 0.63 \bar{I}_{p.u.} = 0.888 \angle -23.94^\circ \text{ p.u.}$$

Snagu je moguće dobiti iz relacija (4-6) te ona iznosi

$$\bar{S}_{p.u.} = 0.888 \angle -23.94^\circ \cdot 1.41 \angle 23.94^\circ = 1.25 \text{ p.u.}$$

Sada kada imamo sve vrijednosti izražene u p.u., možemo odrediti stvarne vrijednosti struja, napona i snaga. Pa tako iz relacije (4-2) možemo odrediti snagu  $\bar{S}_L$  na teretu koja iznosi

$$\bar{S}_{p.u.} = \frac{\bar{S}_L}{S_B} \Rightarrow \bar{S}_L = \bar{S}_{p.u.} \cdot S_B = 1.25 \cdot 12 = 15 \text{ MVA}$$

a radna snaga je tada:

$$P_L = S_L \cos \varphi = 12.75 \text{ MW}$$

Napon na teretu iznosi

$$\bar{V}_L = 0.888 \angle -23.94^\circ \cdot \frac{69}{\sqrt{3}} = 35.38 \angle -23.94^\circ \text{ kV}$$

a struje možemo izračunati nakon što odredimo njihove bazne vrijednosti. Slijede bazne vrijednosti struja iz relacije (4-3):

$$I_{1B} = \frac{S_B}{\sqrt{3}U_{1B}} = \frac{12 \cdot 10^6}{13.8 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 502 \text{ A}$$

$$I_{2B} = \frac{12 \cdot 10^6}{138 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 50.2 \text{ A}$$

$$I_{3B} = \frac{12 \cdot 10^6}{69 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 100.4 \text{ A}$$

Stvarne vrijednosti struja:

$$\bar{I}_{pu} = \frac{\bar{I}}{I_B} \Rightarrow \bar{I}_1 = \bar{I}_{pu} I_{1B} = 1.41 \angle -23.94^\circ \cdot 502 = 707.82 \angle -23.94^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = 1.41 \angle -23.94^\circ \cdot 50.2 = 70.782 \angle -23.94^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_3 = 1.41 \angle -23.94^\circ \cdot 100.4 = 141.56 \angle -23.94^\circ \text{ A}$$

## 5. ZAKLJUČAK

U ovom radu pojašnjeni su sinkroni strojevi s naglaskom na sinkronim generatorima te dvonamotni, tronamotni transformatori i autotransformatori. Navedene su njihove sheme za lakši pregled i formule radi pronalaženja preostalih vrijednosti.

U uvodnom dijelu sinkronih strojeva objašnjeno je što su, kako se dijele, što im je funkcija, kako izgledaju i sl. Također su priložene slike za svaki od navedenih. Podjelom se završava uvodni dio sinkronih strojeva jer je zadano u radu razraditi sinkrone generatore. U nastavku su objašnjeni namoti takvih generatora i za što koji služi. Nadalje je prikazan način rada i funkcija sinkronog generatora. Modelom sinkronog generatora pojašnjeni su unutrašnji izgled i metode računanja pojedinih vrijednosti elemenata. U uvodnom dijelu transformatora navedene su definicije i podjele istih. U ovom radu razrađeni su energetske transformatori, odnosno dvonamotni, tronamotni transformatori i autotransformatori. Za svaki pojedinačno dan je opis funkcije, izgleda, formula i shema. Naposljetku prikazana je per-unit metoda, što ona predstavlja i kako se koristi u računima.

Nadomjesne sheme služe kao pomoć za rješavanje problema u zadatku. Pomoću njih se bolje vide elementi spoja, oni zadani i oni traženi. Rad je namjenjen razradi tih shema radi pojašnjavanja i obrazložavanja korištenja istih.

## LITERATURA

- [1] Hadi Saadar, Power System Analysis, The McGraw-Hill Companies. Inc, Sjedinjene Američke Države, 1999. ISBN 0-07-012235-0
- [2] Radenko Wolf, Osnove električnih strojeva, Školska knjiga, Zagreb, 1995. ISBN 953-0-30609-1
- [3] Končar- Generatori i motori d.d. - katalozi, dostupni na: [www.koncar-gim.hr](http://www.koncar-gim.hr) (vrijeme pristupa: 19.9.2017.)
- [4] Končar – Distributivni i specijalni transformatori d.d. - katalozi, dostupni na: [www.koncar-dst.hr](http://www.koncar-dst.hr) (vrijeme pristupa: 19.9.2017.)

## SAŽETAK

Glavni cilj završnoga rada je odrediti nadomjesne sheme sinkronih strojeva te transformatora i obraditi per-unit metodu.

Navedene su formule i načini rješavanja i računanja vrijednosti pojedinih elemenata koji su nam potrebni, sve u odnosu na sheme. Na temelju faznih dijagrama te modela opisane su najčešće korištene nadomjesne sheme sinkronog generatora i dvonamotnog, tronamotnog transformatora i autotransformatora. Uz njih, obrađena je metoda jediničnih vrijednosti (per-unit metoda) koja pomaže u proračunu elektroenergetskih mreža s više naponskih razina.

Dobivene nadomjesne sheme služe kao pomoć za rješavanje problema u zadatku. Pomoću njih se bolje vide elementi spoja, oni zadani i oni traženi. Rad je namjenjen razradi tih shema radi pojašnjavanja i obrazložavanja korištenja istih.

Ključne riječi: Nadomjesne sheme, transformatori, sinkroni strojevi, per-unit metoda

## **ABSTRACT**

The aim of this paper is to determine the equivalent circuit of synchronous machines and transformers and to explain per-unit method.

Formulas and ways of solving and calculating the value of the individual elements, in correlation with equivalent circuits, are shown in the paper. Based on the phase diagrams and models, the most commonly used equivalent circuits of the synchronous generator and dual winding, triple winding transformer and autotransformer are described. Along with them, the per-unit method is shown which helps in the calculation of higher-voltage power grids.

Equivalent circuits are used to help solve the problem in the task. They can help in seeing the elements of the circuit, the given ones and the ones that must be calculated. The paper is intended to elaborate these schemes to clarify and explain their use.

**Keywords:** equivalent circuits, transformers, synchronous machines, per-unit method

## **ŽIVOTOPIS**

Alen Čalušić je rođen 21. svibnja 1994. godine u gradu Waiblingen, Njemačka. U Novoj Gradiški je pohađao Osnovnu školu Mate Lovraka, nakon koje je upisao Gimnaziju Nova Gradiška, općeg smjera. Akademske godine 2013/14 upisuje se na Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija u Osijeku kao redovan student.

potpis: \_\_\_\_\_