

# Estimacija momenta inercije laboratorijskog sustava asinkroni motor - istosmjerni generator

---

Križanić, Sebastijan

Master's thesis / Diplomski rad

2019

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:200:908334>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-11**

*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek](#)



SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I  
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA

Sveučilišni studij elektrotehnike, smjer industrijska elektroenergetika

ESTIMACIJA MOMENTA INERCIJE LABORATORIJSKOG  
SUSTAVA ASINKRONI MOTOR - ISTOSMJERNI  
GENERATOR

Diplomski rad

Sebastijan Križanić

Osijek, 2019.

**FERIT**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA  
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK

Obrazac D1: Obrazac za imenovanje Povjerenstva za obranu diplomskog rada

Osijek, 03.07.2019.

Odboru za završne i diplomske ispite

**Imenovanje Povjerenstva za obranu diplomskog rada**

<b>Ime i prezime studenta:</b>	Sebastijan Križanić
<b>Studij, smjer:</b>	Diplomski sveučilišni studij Elektrotehnika
<b>Mat. br. studenta, godina upisa:</b>	D 921, 03.10.2018.
<b>OIB studenta:</b>	07397345065
<b>Mentor:</b>	Izv. prof. dr. sc. Marinko Barukčić
<b>Sumentor:</b>	Tin Benšić
<b>Sumentor iz tvrtke:</b>	
<b>Predsjednik Povjerenstva:</b>	Prof. dr. sc. Željko Hederić
<b>Član Povjerenstva:</b>	Dr.sc. Vedrana Jerković-Štil
<b>Naslov diplomskog rada:</b>	Estimacija momenta inercije laboratorijskog sustava asinkroni motor - istosmjerni generator
<b>Znanstvena grana rada:</b>	<b>Elektrostrojarstvo (zn. polje elektrotehnika)</b>
<b>Zadatak diplomskog rada:</b>	Kroz diplomski rad potrebno je opisati pojam momenta inercije i mehanicke veze izmedju vise osovinskih elemenata. Ukratko opisati dinamicke modele motora i generatora. Detaljno obrazložiti jednadzbu gibanja. Opisati matematički postupak identifikacije parametara. Opisati sustav za mjerenje elektricnih velicina potrebnih za identifikaciju parametara. Provesti taj postupak kako bi se odredio moment inercije osovinskog sustava motor-generator. Identifikaciju parametara provesti postupkom optimizacije primjenom evolucijski baziranih metoda optimizacije. Pri tome koristiti gotove alate za evolucijske optimizacije dostupne u programima MATLAB, PYTHON... Sumentor: Tin Benšić, mag.ing.el. Rezenzirano: Sebastijan
<b>Prijedlog ocjene pismenog dijela ispita (diplomskog rada):</b>	Izvrstan (5)
<b>Kratko obrazloženje ocjene prema Kriterijima za ocjenjivanje završnih i diplomskih radova:</b>	Primjena znanja stečenih na fakultetu: 3 bod/boda Postignuti rezultati u odnosu na složenost zadatka: 3 bod/boda Jasnoća pismenog izražavanja: 3 bod/boda Razina samostalnosti: 3 razina
<b>Datum prijedloga ocjene mentora:</b>	03.07.2019.
Potpis mentora za predaju konačne verzije rada u Studentsku službu pri završetku studija:	Potpis:
	Datum:

**FERIT**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA  
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK**IZJAVA O ORIGINALNOSTI RADA**

Osijek, 12.07.2019.

**Ime i prezime studenta:**

Sebastijan Križanić

**Studij:**

Diplomski sveučilišni studij Elektrotehnika

**Mat. br. studenta, godina upisa:**

D 921, 03.10.2018.

**Ephorus podudaranje [%]:**

0

Ovom izjavom izjavljujem da je rad pod nazivom: **Estimacija momenta inercije laboratorijskog sustava asinkroni motor - istosmjerni generator**

izrađen pod vodstvom mentora Izv. prof. dr. sc. Marinko Barukčić

i sumentora Tin Benšić

moj vlastiti rad i prema mom najboljem znanju ne sadrži prethodno objavljene ili neobjavljene pisane materijale drugih osoba, osim onih koji su izričito priznati navođenjem literature i drugih izvora informacija. Izjavljujem da je intelektualni sadržaj navedenog rada proizvod mog vlastitog rada, osim u onom dijelu za koji mi je bila potrebna pomoć mentora, sumentora i drugih osoba, a što je izričito navedeno u radu.

Potpis studenta:

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Matematičko modeliranje strojeva</b>	<b>2</b>
2.1	Konstrukcija i princip rada istosmjernih strojeva . . . . .	2
2.2	Pojava komutacije . . . . .	3
2.3	Podjela istosmjernih strojeva prema načinima uzbude . . . . .	4
2.4	Naponske jednadžbe istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom . . . . .	4
2.5	Konstrukcija i princip rada asinkronih strojeva . . . . .	5
2.6	Matematički model asinkronog stroja . . . . .	7
2.6.1	Naponske jednadžbe asinkronog stroja . . . . .	8
2.6.2	Dvoosna teorija električnih strojeva . . . . .	10
2.6.3	Naponske jednadžbe asinkronog stroja u d-q sustavu . . . . .	13
2.7	Mehanika strojeva . . . . .	15
2.7.1	Jednadžba gibanja . . . . .	15
2.7.2	Moment tromosti . . . . .	16
2.7.3	Elektromagnetski moment istosmjernog stroja . . . . .	17
2.7.4	Elektromagnetski moment asinkronog stroja . . . . .	18
2.8	Objedinjeni dinamički matematički model istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom . . . . .	21
2.9	Objedinjeni dinamički matematički model asinkronog stroja . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Simulacijski model istosmjernog i asinkronog stroja</b>	<b>23</b>
3.1	Istosmjerni stroj . . . . .	23
3.2	Asinkroni stroj . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Estimacija momenta tromosti i radnog otpora tereta</b>	<b>30</b>
4.1	Klasične metode određivanja momenta tromosti i radnog otpora tereta . . . . .	30
4.2	Određivanje momenta tromosti estimacijom parametara . . . . .	33
4.3	Optimizacija rojem čestica . . . . .	37
4.3.1	Primjena PSO-a u Matlabu . . . . .	37
4.4	Eksperimentalni dio . . . . .	40
4.5	Ocjena preciznosti estimacije parametara . . . . .	47
4.5.1	Statistička analiza ponovljenih estimacija . . . . .	47
4.5.2	Statistička analiza optimalnih reziduala . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Analiza dobivenih rezultata</b>	<b>52</b>
5.1	Rezultati estimacije momenta tromosti . . . . .	52
5.2	Rezultati estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora . . . . .	64
<b>6</b>	<b>Zaključak</b>	<b>71</b>
	<b>Literatura</b>	<b>73</b>

Popis slika	76
Popis tablica	77
Sažetak	78
Abstract	79
Životopis	80
PRILOG 1	81
PRILOG 2	91
PRILOG 3	108
PRILOG 4	114

# 1. Uvod

Teško je zamisliti postojanje bilo kakvog postrojenja, hibridne automobile te bilo kakav oblik industrije bez električnih strojeva. Električni strojevi, konkretno električni motori, nalaze široku primjenu u svijetu industrije. Od pokretanja transportnih traka, pumpi, sušara, ventilacije pa do modernih hibridnih i potpunih električnih automobila, vlakova, bicikla i slično. Široka i vrlo česta primjena električnih motora dovela je do stvaranja kompletne znanstvene grane koja se bavi istraživanjem električnih motora i pogona. Istraživanje uključuje razvoj novih oblika električnih strojeva te razvoj raznih sustava upravljanja. Razvijanje sustava upravljanja asinkronim motorima dovelo je do sve rjeđe primjene istosmjernih motora u svijetu.

Temelj istraživanju i razvijanju inteligentnih sustava upravljanja električnim strojevima jest dobro poznavanje svih potrebnih parametara. Neki parametri strojeva mogu se direktno mjeriti, dok se kod određenih parametara pojavljuje problem prilikom određivanja. Jedan od tih parametara koji se ne može direktno mjeriti je i moment tromosti električnog motora. Određivanje momenta tromosti pomoću estimacije parametara tema je ovog diplomskog rada. Uz estimaciju momenta tromosti odabrana je i estimacija radnog otpora tereta istosmjernog generatora kako se nebi morala koristiti U-I metoda, te zbog sumnje u netočnu vrijednost prilikom mjerenja digitalnim instrumentom. Klasične metode određivanja momenta tromosti bit će navedene kasnije u radu. Određivanje momenta tromosti metodom estimacije parametara iz dinamičkog odziva predstavlja alternativnu metodu, te je jednostavnija za izvesti od klasičnih metoda određivanja. Kako bi se estimacija parametara mogla izvršiti potrebno je detaljno objasniti i razraditi dinamički matematički model istosmjernog motora i asinkronog motora. Prilikom raspisivanja dinamičkih matematičkih modela posebna pažnja pridodana je mehaničkim vladanjima stroja jer moment tromosti ponajviše utječe na mehaničko ponašanje stroja. Nakon postavljenih dinamičkih matematičkih modela potrebno je izraditi simulacijski model. Simulacijski modeli mogu se izraditi u prostoru stanja ili pomoću blokovskih dijagrama. U ovom diplomskom radu korišten je blokovski dijagram u programu Matlab/Simulink. U idućem poglavlju definiran je problem estimacije parametara, funkcija cilja, kriterij funkcije cilja te odabrani alat za estimaciju parametara, te njegova primjena u programskom paketu Matlab i sam eksperimentalni dio proveden u ovom diplomskom radu. U eksperimentalnom dijelu prikazane su slike iz laboratorija prilikom provođenja mjerenja, te je opisan sam proces mjerenja. Mjerenja su izvedena u laboratoriju za električne strojeve Fakulteta elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek. Prikaz dobivenih rezultata estimacije parametara za moment tromosti i radni otpor istosmjernog generatora nalazi se u zadnjem poglavlju. U zadnjem poglavlju također je prikazana statistička analiza dobivenih rezultata te statistička analiza reziduala mjerenih i izračunatih veličina.

Ovaj rad se u odnosu na druge objavljene radove iz istog područja razlikuje po tome što se određivanje momenta tromosti i radnog otpora tereta vrši metodom estimacije parametara uz odabrani alat optimizacije rojem čestica. Moment tromosti električnog stroja nije jednostavno odrediti bez poznavanja unutarnjih dimenzija stroja.

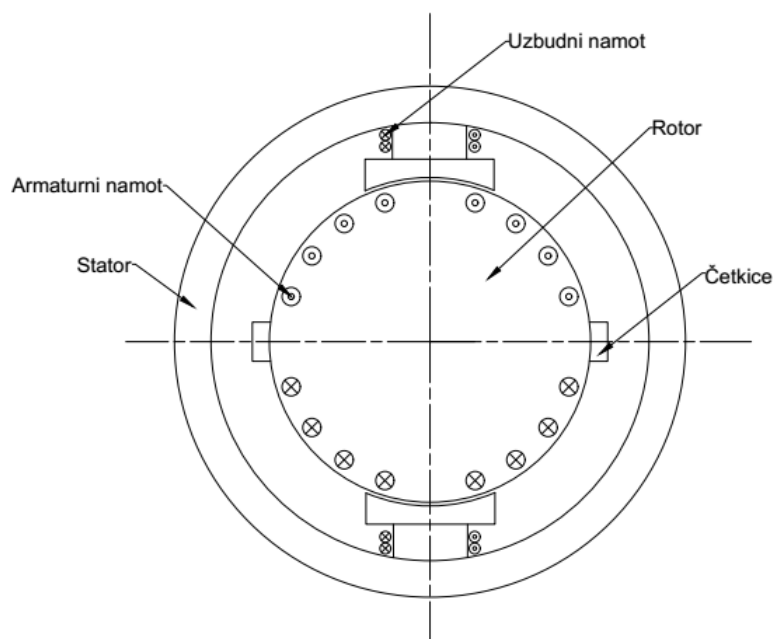
## 2. Matematičko modeliranje strojeva

U ovom poglavlju opisat će se princip rada istosmjernih i asinkronih strojeva te će se detaljno objasniti matematičko modeliranje strojeva. Više o principu rada strojeva i matematičkom modeliranju može se pronaći u literaturama kao što su [1], [2], [3] i [6]

### 2.1. Konstrukcija i princip rada istosmjernih strojeva

U ovom potpoglavlju se opisuje konstrukcija i način rada istosmjernih strojeva, više i preciznije o tome može se pročitati u literaturama [1], [2], [3] i [6].

Istosmjerni strojevi sastoje se od statora koji miruje i rotora koji rotira određenom kružnom brzinom. Na statoru istosmjernog stroja nalazi se uzbudni namot, a na rotoru se nalazi armaturni namot. Protjecanjem struje kroz uzbudni namot stvara se mirujuće magnetsko polje indukcije  $B$ . U mirujućem polju nalazi se rotor koji rotira određenom brzinom. Vodiči rotora presijecaju mirujuće magnetsko polje te se u njima inducira napon, te prilikom rotiranja prolaze ispod sjevernog i južnog pola uzbudnog namota te se zbog toga mijenja smjer induciranog napona u rotorskom namotu, kako je prikazano na slici 2.1. [3]



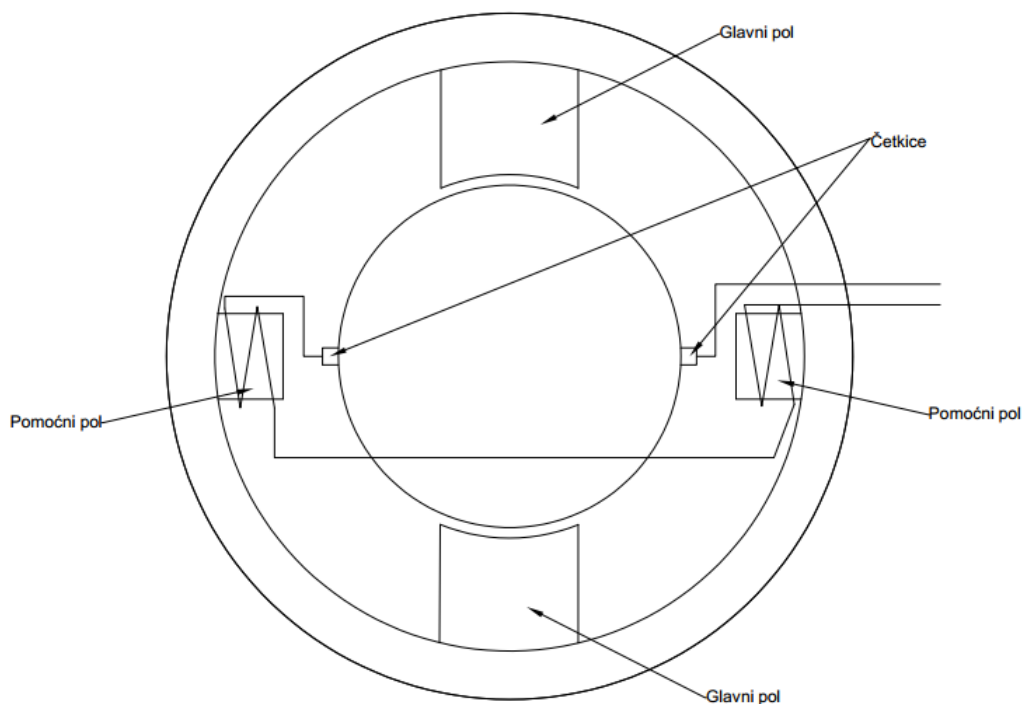
**Slika 2.1:** Osnovna konstrukcija istosmjernog stroja [3]

Zbog promjene smjera induciranog napona u rotoru se zapravo inducira izmjenični napon. Na osovini rotora postavlja se kolektor. Kolektor se sastoji od lamela koje su međusobno izolirane jedna prema drugoj i prema osovini rotora, te se na te lamele spajaju krajevi rotorskog namota. Po kolektoru klizuju četkice koje su najčešće izvedene od grafitu. Na četkice se spajaju vodiči koji se izvode u priključnu kutiju stroja. Uloga četkica detaljnije je opisana kasnije u tekstu. Ukoliko se na armaturni namot spoji trošilo, poteći će struja kroz armaturni namot i trošilo.



## 2.2. Pojava komutacije

Smjer struje u namotima koji se nalaze ispod sjevernog pola uzbude imaju suprotan smjer od struje u namotima koji se nalaze ispod južnog pola uzbude. Svaki vodič kada prelazi od sjevernog do južnog pola mora proći kroz neutralnu zonu. Prolaskom kroz neutralnu zonu mijenja se smjer struje u tom namotu. U tom trenutku ispod četkice nalaze se dvije lamele kolektora koje četkica kratko spaja, a to znači da zapravo kratko spoji namot u kojem se zbog toga promijeni smjer struje. Prema Faradayevom zakonu elektromagnetske indukcije, prilikom promjene struje u namotu pojavljuje se napon samoindukcije koji nastoji zadržati isti smjer i iznos struje kroz armaturni namot. Zbog toga prijelaz struje iz jednog smjera u drugi nije jednak nego je u početku usporen, a pri kraju vrlo strm zbog povećanja prijelaznog otpora pod lamelom koja napušta četkicu [3]. Zbog strme promjene struje dolazi do iskrenja koje oštećuje grafitne četkice i lamele kolektora, te se zbog toga kolektor smatra potrošnim dijelom stroja i potrebno ga je s vremena na vrijeme strojno obraditi ili u potpunosti zamijeniti novim. Ako dolazi do jakog iskrenja radi se o lošoj komutaciji, a kod većih strojeva vrlo je teško postići dobru komutaciju zbog velikih struja armature. Iz tog razloga u stroj se ugrađuju pomoćni polovi koji se na većim strojevima ugrađuju između glavnih polova kako je vidljivo na slici 2.5 prema [3]



**Slika 2.2:** Prikaz položaja i načina spajanja pomoćnih polova [3]

## 2.3. Podjela istosmjernih strojeva prema načinima uzbude

Za rad istosmjernog stroja potrebno je, napajanjem uzbudnog namota, stvoriti mirujuće magnetsko polje. Na statoru stroja se na polove namataju uzbudni namoti s  $N_f$  brojem zavoja. Prema [3], protjecanje uzbudnog namota može se odrediti iz sljedećeg izraza :

$$\Theta_f = i_f N_f \quad (2-1)$$

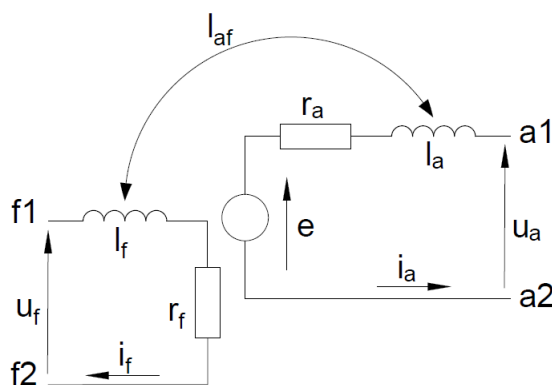
Gdje je :  $\Theta_f$  - protjecanje uzbudnog namota,  $i_f$  - uzbudna struja,  $N_f$  - broj zavoja uzbudnog namota.

Uzbudni namoti istosmjernih strojeva mogu se spajati na sljedeće načine :

- Na neovisni izvor istosmjernog napona (nezavisna uzbuda)
- Paralelno na isti izvor kojim napajamo armaturni krug (poredna uzbuda)
- U seriju s armaturnim krugom (serijska uzbuda)
- Kompaundni motor

## 2.4. Naponske jednadžbe istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom

U ovom potpoglavlju opisuje se modeliranje istosmjernih strojeva prema nekim od glavnih literatura u području dinamike električnih strojeva, [1] [2]. Izvedba matematičkog modela izvršit će se za istosmjerni stroj s nezavisnom uzbudom jer se takav motor nalazi u laboratoriju i na njemu je vršen eksperiment. Matematičko modeliranje istosmjernih strojeva počinje nadomjesnom shemom istosmjernog stroja te analiziranjem sheme pomoću Kirchhoffovih zakona te Faradayevog zakona elektromagnetske indukcije. Na slici 2.3 prikazana je dobro poznata nadomjesna shema istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom. Nadomjesna shema sastoji se od uzbudnog kruga i armaturnog kruga. Uzbudni krug sastoji se od omskog otpora uzbudnog namota  $r_f$  te od induktiviteta uzbudnog namota  $L_f$  kroz koje teče uzbudna struja  $i_f$  koju daje uzbudni napon  $u_f$ . Armaturni krug sastoji se od omskog otpora armaturnog namota  $r_a$ , induktiviteta armaturnog namota  $L_a$  te od omskog otpora četkica koji uzrokuje pad napona na četkicama  $\Delta U_c$ . Otpor četkica je uključen u omski otpor armaturnog namota. [3]



Slika 2.3: Nadomjesna shema istosmjernog stroja

Matematički model istosmjernog stroja sastoji se od naponske jednadžbe armaturnog i uzbuđenog kruga te momentne jednadžbe. Naponske jednadžbe izvode se iz dobro poznate nadomjesne sheme stroja prikazane na slici 2.3 koristeći Kirchhoffov zakon za napone i Faradayev zakon elektromagnetske indukcije. Za uzbuđni namot uvodi se indeks  $f$  iz engleske riječi *field*, a za armaturni namot indeks  $a$ . [2] [4] [5] Naponske jednadžbe istosmjernog motora prikazane su izrazima (2-2) i (2-3)

$$u_f = i_f R_F + L_f \frac{di_f}{dt} \quad (2-2)$$

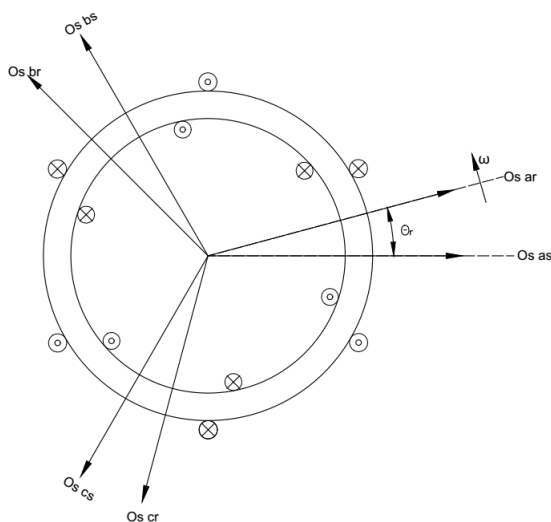
$$u_a = L_{af} i_f \omega + R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} \quad (2-3)$$

U jednadžbi (2-3) izraz  $L_{af} i_f \omega$  predstavlja inducirani napon koji se još naziva protuelektromotorna sila.

## 2.5. Konstrukcija i princip rada asinkronih strojeva

U ovom potpoglavlju opisat će se konstrukcija i princip rada asinkronih motora o čemu se više i preciznije može pročitati u literaturi [1], [2], [3], [6].

Asinkroni strojevi su najkorišteniji tip električnih motora u industriji i ostalim područjima gdje se koriste električni motori. Najčešće se napajaju iz frekvencijskih pretvarača čime se omogućuje precizna regulacija brzine vrtnje motora. Prednost nad istosmjernim strojevima jest to što nemaju četkice i kolektor na rotoru pa ne dolazi do iskrenja i trošenja četkica i kolektora. To je velika prednost jer imaju minimalne troškove održavanja. Kao i svi električni motori sastoj se od rotora i statora. U ovom radu govorit će se o kaveznim asinkronim motorima jer laboratorijski postav koristi kavezni asinkroni motor. Kolutni motori danas se u praksi najčešće koriste u vjetroelektranama i elektranama na biomasu. Na statoru motora nalazi se trofazni namot čije su faze prostorno pomaknute za  $\frac{2\pi}{3}$  radijana. Rotor asinkronog motora sastoji se od štapnih vodiča koji su na krajevima kratko spojeni pomoću kratkospojnih prstenova.



**Slika 2.4:** *Elementarni dvopolni asinkroni stroj [2]*

Elementarni dvopolni asinkroni stroj s rasporedom vodiča rotora i statora prikazan je na slici 2.4. Dovođenjem trofaznog napona na priključnice statorskog namota protječe struja kroz statorske namote te se stvara trofazno okretno magnetsko polje. Okretno polje statora je

simetrično, zbog geometrijske raspodjele namota za  $120^\circ$ . Mehanička rotacija rotora je sporija od električne rotacije statorskog polja što je nužno kako bi se u rotorskim konturama inducirao napon. Inducirani napon u rotoru protjera struju kroz kratkospojene štapne vodiče te zbog pojave električne sile na vodič protjecan strujom u magnetskom polju rotor zavrti.

## 2.6. Matematički model asinkronog stroja

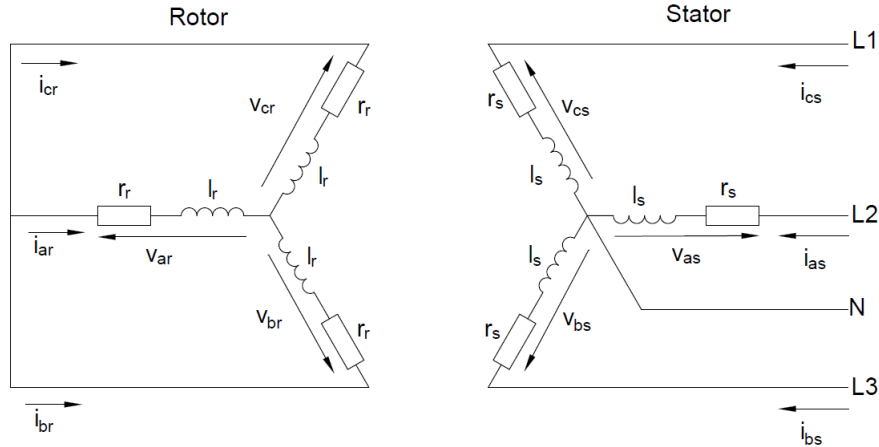
U ovom potpoglavlju bit će opisano modeliranje asinkronih strojeva prema nekim literaturama iz dinamike električnih strojeva, kao što su [1] i [2]. Prema [8], za dinamičko modeliranje asinkronih strojeva potrebno je uvesti sljedeće pretpostavke :

1. Stator stroja je trofazni namot u zvijezda spoju, prostorno pomaknut za  $120^\circ$  sa sinusnom raspodjelom broja zavoja
2. Pretpostavlja se da je magnetsko polje kaveznog rotora okretno magnetsko polje koje se može predstaviti kao polje stvoreno od tri prostorno pomaknuta namota.
3. Zavoji statorskih namota su namotani tako da obuhvaćaju  $\pi$  radijana statora
4. Magnetska polja postoje samo u zračnom rasporu, oko rotora, zbog velike permeabilnosti željeza, konstantnog je iznosa i radijalnog smjera.
5. Zračni raspor je po cijelom obodu stroja jednake duljine.

## 2.6.1 Naponske jednadžbe asinkronog stroja

U ovom potpoglavlju opisuje se izvođenje naponskih jednadžbi asinkronog motora prema [1], [2], [7], [8].

Naponske jednadžbe asinkronog stroja za rotor i stator izvode se iz dobro poznate nadomjesne sheme asinkronog motora koja je određena navedenim pretpostavkama iz prošlog potpoglavlja, a prikazana na slici 2.5. Na nadomjesnoj shemi otpori rotora označeni su oznakom  $r_r$ , otpori statora  $r_s$ , induktiviteti rotora  $l_r$ , induktiviteti statora  $l_s$ . Strelicama su prikazani fazni naponi rotora i statora te fazne struje rotora i statora. Fazni naponi označeni su s  $v$ , a fazne struje s  $i$ .



**Slika 2.5:** Shema trofaznog asinkronog motora s trofaznim kratkospojenim namotom na rotoru [2]

Primjenom Kirchhoffovog zakona za napone dobivaju se naponske jednadžbe za rotorski i statorski krug. Naponske jednadžbe statorskog i rotorskog sustava:

$$v_{as} = r_s i_{as} + \frac{d\psi_{as}}{dt} \quad v_{bs} = r_s i_{bs} + \frac{d\psi_{bs}}{dt} \quad v_{cs} = r_s i_{cs} + \frac{d\psi_{cs}}{dt} \quad (2-4)$$

$$v_{ar} = 0 = r_r i_{ar} + \frac{d\psi_{ar}}{dt} \quad v_{br} = 0 = r_r i_{br} + \frac{d\psi_{br}}{dt} \quad v_{cr} = 0 = r_r i_{cr} + \frac{d\psi_{cr}}{dt} \quad (2-5)$$

Rotorski fazni naponi izjednačeni su s nulom jer se radi o kaveznom asinkronom motoru čiji su štapovi rotora kratko spojeni kratkospojnim prstenovima. Pretpostavka kolutnog rotora koristi se kako bi se rotorski sustav mogao modelirati kao trofazni simetrični sustav. Radi preglednijeg prikaza gore navedenih jednadžbi koristi se matični zapis prikazan jednadžbom (3-3) :

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \\ v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{as} \\ \psi_{bs} \\ \psi_{cs} \\ \psi_{ar} \\ \psi_{br} \\ \psi_{cr} \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

ili skraćeno :

$$\mathbf{v}_{sabc} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{sabc} + \frac{d}{dt} \psi_{sabc} \quad (2-7)$$

$$\mathbf{v}_{\text{rabc}} = \mathbf{R}_r \mathbf{i}_{\text{rabc}} + \frac{d}{dt} \psi_{\text{rabc}} \quad (2-8)$$

Induktivitet je definiran kao funkcijska ovisnost toka i struje kako je prikazano jednadžbom 2-9.

$$L = \frac{\psi}{I} \quad (2-9)$$

Jednadžbu 2-9 može se preoblikovati tako da se izrazi ulančeni tok kao funkcija struje i induktiviteta. Taj se izraz uvrštava u naponske jednadžbe rotorskog i statorskog kruga kako bi se u jednadžbe uveli induktiviteti rotorskih i statorskih namota.

$$\psi = IL \quad (2-10)$$

Ulančeni tokovi rotora i statora mogu se preglednije prikazati pomoću matrice.

$$\begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

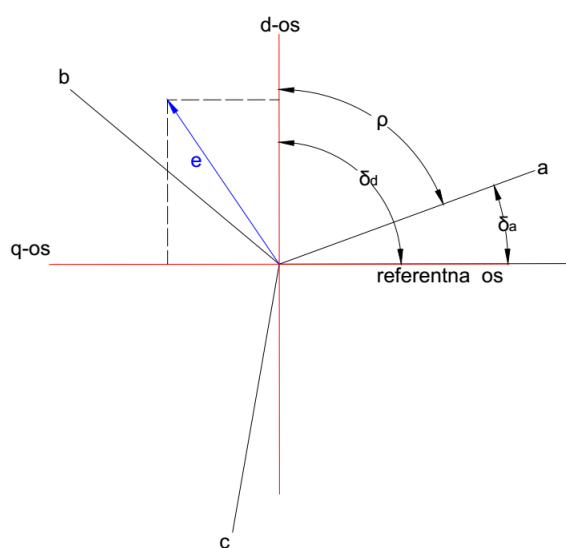
Gdje je :

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{asas} & L_{asbs} & L_{ascs} & L_{asar} & L_{asbr} & L_{asce} \\ L_{bsas} & L_{bsbs} & L_{bscs} & L_{bsar} & L_{bsbr} & L_{bscr} \\ L_{csas} & L_{csbs} & L_{cscs} & L_{csar} & L_{csbr} & L_{cscr} \\ L_{aras} & L_{arbs} & L_{arcs} & L_{arar} & L_{arbr} & L_{arcr} \\ L_{bras} & L_{brbs} & L_{brcs} & L_{brar} & L_{brbr} & L_{brcr} \\ L_{cras} & L_{crbs} & L_{crCs} & L_{crar} & L_{crbr} & L_{crCr} \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

Matrica  $\mathbf{L}_s$  predstavlja samoinduktivitete i međuinduktivitete statorskih namota, a matrica  $\mathbf{L}_r$  samoinduktivitete i međuinduktivitete rotorskih namota. Za preostale dvije matrice srednjeg člana vrijedi  $\mathbf{L}_{sr} = \mathbf{L}_{rs}^T$ , a one predstavljaju međuinduktivitete nastale međudjelovanjem statorskih i rotorskih namota. Vidljivo je da svaka faza motora sadrži jedan samoinduktivitet i pet međuinduktiviteta koji su uzrokovani strujama koje teku kroz preostale faze motora. Samoinduktiviteti svake faze su vremenski nepromijenjivi induktiviteti, a međuinduktiviteti ovise o kutu zakreta rotora, odnosno o relativnom položaju vodiča rotora i statora. Budući da se zakret rotora u svakom trenutku mijenja, može se zaključiti da su međuinduktiviteti stroja vremenski ovisni induktiviteti. Vremenski ovisni induktiviteti uvelike povećavaju složenost matematičkog modela asinkronog stroja u troosnom koordinatnom sustavu pa se iz tog razloga asinkroni strojevi modeliraju u dvoosnom koordinatnom sustavu, što će biti opisano u sljedećem poglavlju.

## 2.6.2 Dvoosna teorija električnih strojeva

Transformacija koordinatnih sustava koristi se kako bi se smanjila složenost diferencijalnih jednadžbi i matematičkog modela stroja. Prilikom transformacije jednog referentnog sustava u drugi moraju se zadržati sva svojstva sustava iz prvobitnog referentnog sustava [2]. Sustavi se transformiraju pomoću prijelaznih funkcija koje povezuju željene referentne sustave. U ovom potpoglavlju bit će opisana dvoosna teorija električnih strojeva prema literaturama [1], [2], [8], [7]. Kod električnih strojeva koristi se dvoosna transformacija (dvoosna teorija električnih strojeva). Dvoosna transformacija je prijelaz iz trofaznog referentnog (abc) sustava u neki od dvoosnih sustava, kao što su : rotorski  $k - l$  sustav ili  $d - q$  sustav. Trofazni referentni sustav rotira brzinom  $\omega_1$ , a dvoosni sustav proizvoljnom brzinom  $\omega_2$ . Dvoosni koordinatni sustav, kao i troosni, ima ishodište u središtu rotora stroja.



**Slika 2.6:** Trofazni abc sustav i dvoosni dq sustav [8]

Za osi a, b i c definiraju se jedinični vektori  $\vec{a}, \vec{b}$  i  $\vec{c}$ . Bilo koji vektor koji se nalazi u ravnini koju čini troosni sustav abc moguće je prikazati kao linearnu kombinaciju jediničnih vektora tog sustava. Ravnina koju tvori dvoosni dq sustav kompleksna je ravnina čija je realna os u smjeru d osi. Kut  $\rho$  je kut između osi a troosnog koordinatnog sustava i osi d dvoosnog koordinatnog sustava. Prema slici 2.6 može se zaključiti da za kut  $\rho$  vrijedi sljedeće :

$$\rho = \delta_d - \delta_a \quad (2-13)$$

Gdje je :  $\delta_a$  - kut koji os a zatvara s referentnom osi, a  $\delta_d$  - kut koji os d zatvara s referentnom osi. Kutevi  $\delta_a$  i  $\delta_d$  mogu se definirati pomoću brzina vrtnje sustava.

$$\omega_1 = \frac{d}{dt} \delta_a \quad (2-14)$$

$$\omega_2 = \frac{d}{dt} \delta_d \quad (2-15)$$



Na slici 2.6 odabran je proizvoljan vektor  $\vec{x}$  za koji će se prikazati transformacija iz troosnog koordinatnog sustava u dvoosni. Prvo će se definirati jedinični vektori  $\vec{a}, \vec{b}$  i  $\vec{c}$  u dq ravnini.

$$\vec{a} = \cos(\rho) - j \sin(\rho) \quad (2-16)$$

$$\vec{b} = \cos\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) - j \sin\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2-17)$$

$$\vec{c} = \cos\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) - j \sin\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2-18)$$

Vektor  $\vec{x}$  može zapisati kao linearna kombinacija gore navedenih jediničnih vektora :

$$\vec{x} = x_a \vec{a} + x_b \vec{b} + x_c \vec{c} \quad (2-19)$$

U jednadžbu (2-19) mogu se uvrstiti izrazi za jedinične vektore troosnog koordinatnog sustava zapisanih u dq ravnini.

$$\vec{x} = x_a (\cos(\rho) - j \sin(\rho)) + x_b (\cos(\rho - \frac{2\pi}{3}) - j \sin(\rho - \frac{2\pi}{3})) + x_c (\cos(\rho + \frac{2\pi}{3}) - j \sin(\rho + \frac{2\pi}{3})) \quad (2-20)$$

Radi boljeg pregleda jednadžbe izlučit će se realni i imaginarni dijelovi u izrazu (2-20), te se potom dobija sljedeći izraz :

$$\vec{x} = x_a \cos(\rho) + x_b \cos\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) + x_c \cos\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) - j \left[ x_a \sin(\rho) + x_b \sin\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) + x_c \sin\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (2-21)$$

Nakon izlučenja imaginarnih i realnih dijelova njihovi koeficijenti mogu se zapisati matricno. Ta matrica naziva se matrica transformacije iz troosnog abc koordinatnog sustava u dvoosni dq koordinatni sustav.

$$\mathbf{x}_{dq} = \mathbf{C} \mathbf{x}_{abc} \quad (2-22)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \cos\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\rho) & -\sin\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

Komponente vektora  $\vec{x}$  u dq sustavu mogu se zapisati matricno na sljedeći način :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \cos\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\rho) & -\sin\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2-24)$$

Gore opisana transformacija vrijedi samo za simetrične trofazne sustave. Kako bi se u potpunosti mogli transformirati nesimetrični sustavi potrebno je uvesti i nultu komponentu u dvoosni d-q sustav. Potpuna matrica transformacije iz troosnog abc sustava u dvoosni dq sustav označava se oznakom  $\mathbf{K}$ . Vrijedi i za nesimetrične sustave, te je prikazana izrazom (2-25). Prema literaturama [2], [1], u troosnom koordinatnom sustavu sve veličine imaju iznos  $\frac{3}{2}$  pa se uvodi konstanta  $\frac{2}{3}$  kako bi veličine imale iznos 1.

$$\mathbf{K} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \cos\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\rho) & -\sin\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

Matrica (2-25) se uvrštava u (2-24) pa se potpuna transformacija prikazuje na sljedeći način :

$$\mathbf{x}_{dq} = \mathbf{K} \mathbf{x}_{abc} \quad (2-26)$$

Za transformaciju iz dvoosnog d-q sustava natrag u troosni abc sustav koristi se inverzna matrica  $\mathbf{K}^{-1}$  pa vrijedi sljedeće :

$$x_{abc} = \mathbf{K}^{-1}x_{dq} \quad (2-27)$$

Inverz matrice transformacije prikazan je izrazom (2-28).

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \rho & -\sin \rho & 1 \\ \cos \rho - \frac{2\pi}{3} & \sin \rho - \frac{2\pi}{3} & 1 \\ \cos \rho + \frac{2\pi}{3} & \sin \rho + \frac{2\pi}{3} & 1 \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

Nulta komponenta u d-q sustavu ne ovisi o kutu između dva sustava, pa za simetrične sustave iznosi 0.

### 2.6.3 Naponske jednadžbe asinkronog stroja u d-q sustavu

Transformacija varijabli asinkronog stroja iz troosnog koordinatnog sustava u dvoosni koordinatni sustav bit će opisana prema sljedećim literaturama : [1], [2], [8], [9].

Kao što je u prethodnom poglavlju navedeno, dvoosna teorija električnih strojeva koristi se kako bi se izbjegla vremenska promjenjivost induktiviteta stroja u ovisnosti o položaju rotora [2]. Za brzinu rotacija d-q sustava odabire se sinkrona brzina asinkronog stroja  $\omega_s$ . Asinkroni stroj modelira se kao dva odvojena sustava - rotor i stator te se transformacija mora provesti i na rotorskom i na statorskom sustavu. Za transformaciju statorskog sustava koristit će se matrica  $\mathbf{K}_s$ , a za transformaciju rotorskog sustava matrica  $\mathbf{K}_r$ . Kut  $\rho$  će se razlikovati za statorski i rotorski sustav. Prilikom transformacije statorskih veličina abc sustav miruje, a pri transformaciji rotorskih veličina rotira. Primjenom matrica transformacije  $\mathbf{K}_s$  i  $\mathbf{K}_r$  na jednadžbe (2-7) i (2-8) dobiva se sljedeće :

$$\mathbf{K}_{s^{-1}}\mathbf{v}_{sdq} = \mathbf{R}_s\mathbf{K}_s^{-1}\mathbf{i}_{sdq} + \frac{d}{dt}(\mathbf{K}_{s^{-1}}\psi_{sdq}) \quad (2-29)$$

$$\mathbf{K}_r^{-1}\mathbf{v}_{rdq} = \mathbf{R}_r\mathbf{K}_r^{-1}\mathbf{i}_{rdq} + \frac{d}{dt}(\mathbf{K}_r^{-1}\psi_{rdq}) \quad (2-30)$$

Kako bi s lijeve strane jednakosti ostala čista matrica  $\mathbf{v}_{sdq}$  i  $\mathbf{v}_{rdq}$  potrebno je jednadžbu statorskog sustava s lijeve strane pomnožiti matricom  $\mathbf{K}_s$  i jednadžbu rotorskog sustava s matricom  $\mathbf{K}_r$ .

$$\mathbf{K}_s\mathbf{K}_{s^{-1}}\mathbf{v}_{sdq} = \mathbf{K}_s\mathbf{R}_s\mathbf{K}_{s^{-1}}\mathbf{i}_{sdq} + \mathbf{K}_s\frac{d}{dt}(\mathbf{K}_{s^{-1}}\psi_{sdq}) \quad (2-31)$$

$$\mathbf{K}_r\mathbf{K}_r^{-1}\mathbf{v}_{rdq} = \mathbf{K}_r\mathbf{R}_r\mathbf{K}_r^{-1}\mathbf{i}_{rdq} + \mathbf{K}_r\frac{d}{dt}(\mathbf{K}_r^{-1}\psi_{rdq}) \quad (2-32)$$

S lijeve strane jednadžbe će se matrice  $\mathbf{K}_s$  i  $\mathbf{K}_{s^{-1}}$  međusobno skratiti. Isto vrijedi i za rotorsku jednadžbu. Potrebno je derivirati matrice  $\mathbf{K}_{s^{-1}}$  i  $\mathbf{K}_r^{-1}$  primjenom pravila za složene derivacije. Izraz 2-33 prikazuje primjer deriviranja srednjeg člana matrice  $\mathbf{K}_{s^{-1}}$ .

$$(-\sin(\rho_s - \frac{2\pi}{3}))' = -\frac{d}{dt}\rho_s \cos(\rho_s - \frac{2\pi}{3}) \quad (2-33)$$

Prema primjeru rješavanja složene derivacije prikazanog izrazom (2-33) potrebno je derivirati svaki član matrica  $\mathbf{K}_{s^{-1}}$  i  $\mathbf{K}_r^{-1}$ .

$$\frac{d}{dt}\mathbf{K}_{s^{-1}} = \begin{bmatrix} -\frac{d\rho_s}{dt}\sin(\rho_s) & -\frac{d\rho_s}{dt}\cos(\rho_s) & 0 \\ -\frac{d\rho_s}{dt}\sin(\rho_s - \frac{2\pi}{3}) & -\frac{d\rho_s}{dt}\cos(\rho_s - \frac{2\pi}{3}) & 0 \\ -\frac{d\rho_s}{dt}\sin(\rho_s + \frac{2\pi}{3}) & -\frac{d\rho_s}{dt}\cos(\rho_s + \frac{2\pi}{3}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{K}_r^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{d\rho_r}{dt}\sin(\rho_r) & -\frac{d\rho_r}{dt}\cos(\rho_r) & 0 \\ -\frac{d\rho_r}{dt}\sin(\rho_r - \frac{2\pi}{3}) & -\frac{d\rho_r}{dt}\cos(\rho_r - \frac{2\pi}{3}) & 0 \\ -\frac{d\rho_r}{dt}\sin(\rho_r + \frac{2\pi}{3}) & -\frac{d\rho_r}{dt}\cos(\rho_r + \frac{2\pi}{3}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

Nakon deriviranja potrebno je pomnožiti matrice  $\mathbf{K}_s$  i  $\mathbf{K}_r$  s dobivenim matricama (2-34) i (2-35), pa se dobiva sljedeće :

$$\mathbf{v}_{sdq} = \mathbf{R}_s\mathbf{i}_{sdq} + \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{2}\frac{d\rho_s}{dt} \\ \frac{3}{2}\frac{d\rho_s}{dt} & 0 \end{bmatrix} \psi_{sdq} + \frac{d}{dt}\psi_{sdq} \quad (2-36)$$

$$\mathbf{v}_{rdq} = \mathbf{R}_r\mathbf{i}_{rdq} + \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{2}\frac{d\rho_r}{dt} \\ \frac{3}{2}\frac{d\rho_r}{dt} & 0 \end{bmatrix} \psi_{rdq} + \frac{d}{dt}\psi_{rdq} \quad (2-37)$$

Daljnijm sređivanjem dobivenog umnoška matrica dobiva se matrica  $\mathbf{T}_r$  :

$$\mathbf{T}_r = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

Naponske jednadžbe asinkronog motora poprimaju sljedeći izgled :

$$\mathbf{v}_{sdq} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{sdq} + \frac{d}{dt} \rho_s \mathbf{T}_r \psi_{sdq} + \frac{d}{dt} \psi_{sdq} \quad (2-39)$$

$$\mathbf{v}_{rdq} = \mathbf{R}_r \mathbf{i}_{rdq} + \frac{d}{dt} \rho_r \mathbf{T}_r \psi_{rdq} + \frac{d}{dt} \psi_{rdq} \quad (2-40)$$

Dobro je poznato da se brzina definira kao derivacija kuta u vremenu pa je moguće ubaciti sinkronu brzinu i brzinu rotora u gore dobivene jednadžbe.

$$\mathbf{v}_{sdq} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{sdq} + \omega_s \mathbf{T}_r \psi_{sdq} + \frac{d}{dt} \psi_{sdq} \quad (2-41)$$

$$\mathbf{v}_{rdq} = \mathbf{R}_r \mathbf{i}_{rdq} + \omega_r \mathbf{T}_r \psi_{rdq} + \frac{d}{dt} \psi_{rdq} \quad (2-42)$$

Potrebno je za brzinu vrtnje rotora  $\omega_r$  uvrstiti sljedeći izraz :

$$\omega_r = \omega_s - \omega_{el} \quad (2-43)$$

Sada se može napisati konačni oblik naponskih jednadžbi asinkronog motora u dq sustavu :

$$\mathbf{v}_{sdq} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{sdq} + \omega_s \mathbf{T}_r \psi_{sdq} + \frac{d}{dt} \psi_{sdq} \quad (2-44)$$

$$\mathbf{v}_{rdq} = \mathbf{R}_r \mathbf{i}_{rdq} + (\omega_s - \omega_{el}) \mathbf{T}_r \psi_{rdq} + \frac{d}{dt} \psi_{rdq} \quad (2-45)$$

## 2.7. Mehanika strojeva

U dosadašnjim potpoglavljima govorilo se o električnom vladanju strojeva. U idućim potpoglavljima opisivat će se mehaničko vladanje strojeva. Definirat će se fizikalna jednadžba gibanja prema Newtonovim zakonima, moment tromosti i njegov općeniti izraz te će se izvesti elektromagnetski moment istosmjernog i asinkronog stroja.

### 2.7.1 Jednadžba gibanja

Kako bi se mogla definirati jednadžba gibanja potrebno je poznavati drugi Newtonov zakon. Krenut će se od drugog Newtonovog zakona za translacijsko gibanje koji se definira dobro poznatom jednadžbom (2-46).

$$F = ma \quad (2-46)$$

gdje je  $m$  masa tijela, a  $a$  akceleracija tijela. Akceleracija tijela se definira kao derivacija brzine u vremenu kako je prikazano dobro poznatim izrazom (2-47).

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (2-47)$$

gdje je  $v$  brzina tijela. Kako se u električnim strojevima odvija rotacijsko gibanje potrebno je uvesti vezu između translacijske i kutne brzine prikazanu izrazom (2-48).

$$v = \omega r \quad (2-48)$$

gdje je  $\omega$  kutna brzina. Jednadžbu (2-48) potrebno je uvrstiti u jednadžbu (2-47) te nakon toga u jednadžbu (2-46), pa se dobiva jednadžba (2-49).

$$F = mr \frac{d\omega}{dt} \quad (2-49)$$

Rezultantni moment definira se kao umnožak resultantne sile i kraka, kako je prikazano jednadžbom (2-50).

$$M = Fr \quad (2-50)$$

gdje je  $M$  resultantni moment, a  $r$  krak resultantne sile  $F$ . Iz jednadžbe (2-50) potrebno je izraziti silu  $F$  i uvrstiti u jednadžbu (2-49) pa se dobiva jednadžba (2-51).

$$\frac{M}{r} = mr \frac{d\omega}{dt} \quad (2-51)$$

Jednadžbu (2-51) potrebno je pomnožiti s  $r$  kako bi s lijeve strane jednakosti ostao samo moment sile  $M$ . Množenjem jednadžbe s  $r$  dobiva se jednadžba (2-52).

$$M = mr^2 \frac{d\omega}{dt} \quad (2-52)$$

Član  $mr^2$  u jednadžbi (2-52) predstavlja izraz za moment tromosti koncentrirane mase. Izvod izraza za moment tromosti koncentrirane mase prikazat će se u idućem poglavlju.

## 2.7.2 Moment tromosti

Nakon objašnjena same jednadžbe gibanja prikazat će se izvod općeg izraza za moment tromosti prema literaturi [10].

Moment tromosti je fizikalna veličina koja karakterizira mjeru tromosti tijela prilikom rotacije, a često se naziva rotacijska analogija mase. Tijela s većim momentom tromosti teže je zarotirati ili zaustaviti. Kako bi se definirao moment tromosti potrebno je krenuti od definiranja kinetičke energije. Kinetička energija definira se dobro poznatom jednadžbom (2-53).

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2-53)$$

gdje je  $v$  brzina tijela, a  $m$  masa tijela. Navedena jednadžba vrijedi za translacijsko gibanje u nekom trenutku gdje je brzina tijela skalarna veličina. Za rotacijsko gibanje potrebno je uvesti vezu između kutne i obodne brzine, prikazanu jednadžbom (2-54).

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (2-54)$$

Sada se obodna brzina može zamijeniti rotacijskom brzinom prikazanom izrazom (2-54).

$$E_k = \frac{1}{2}m\vec{v} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (2-55)$$

Daljnijom primjenom matematičkih metoda, o čemu se više može pogledati u literaturi [10], dobiva se izraz (2-56).

$$E_k = \frac{1}{2}\vec{\omega} \cdot m(\vec{r} \times \vec{v}) \quad (2-56)$$

Kako je dobro poznato, izrazom  $m(\vec{r} \times \vec{v})$  definirana je kutna količina gibanja  $\vec{L}$ . Uvrštavanjem oznake kutne količine gibanja u jednadžbu (2-55) dobiva se sljedeća jednadžba.

$$E_k = \frac{1}{2}\vec{\omega} \cdot \vec{L} \quad (2-57)$$

Kutna količina gibanja se, prema literaturi [10], još može definirati jednadžbom (2-58).

$$\vec{L} = \vec{J} \cdot \vec{\omega} \quad (2-58)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (2-58) u jednadžbu (2-57) dobiva se sljedeća jednadžba.

$$E_k = \frac{1}{2}\vec{\omega} \cdot \vec{J} \cdot \vec{\omega} \quad (2-59)$$

Sada će se definirati jedinični vektor  $\vec{n}$  u smjeru kutne brzine  $\vec{\omega}$  takav da vrijedi  $\vec{\omega} = \omega\vec{n}$ . Uvrštavanjem vektora  $\vec{n}$  u jednadžbu (2-59) dobiva se jednadžba (2-60).

$$E_k = \frac{1}{2}\omega^2\vec{n} \cdot \vec{J} \cdot \vec{n} = \frac{1}{2}J\omega^2 \quad (2-60)$$

Jednadžba (2-60) predstavlja opće prihvaćeni izraz za kinetičku energiju kod rotacije krutog tijela, a skalar  $J$  predstavlja moment tromosti oko osi rotacije definiran izrazom (2-61).

$$J = \vec{n} \cdot \vec{J} \cdot \vec{n} = m[r^2 - (\vec{r} \cdot \vec{n})^2] \quad (2-61)$$

Prema jednadžbi (2-61) je vidljivo kako moment tromosti kod rotacije ovisi o osi oko koje rotira kruto tijelo jer je  $r$  udaljenost centra masa krutog tijela od osi rotacije.

Kako je rotor i osovina električnih strojeva valjkastog oblika, prikazat će se izrazi za momente tromosti šupljeg i punog valjka.

$$J = mr^2 \quad (2-62)$$

Jednadžba (2-62) predstavlja moment tromosti šupljeg valjka ili tankog prstena oko osi rotacije koja prolazi kroz središte tijela.  $m$  je masa tijela a  $r$ , u ovom slučaju, polumjer valjka ili prstena.

$$J = \frac{1}{2}mr^2 \quad (2-63)$$

Jednadžbom (2-63) izražen je moment tromosti punog valjka oko osi rotacije koji prolazi kroz središte tijela.  $m$  je masa tijela, a  $r$  polumjer valjka.

### 2.7.3 Elektromagnetski moment istosmjernog stroja

Prema [2], uzbudni namot uzrokuje mirujuće elektromagnetsko polje, a armatura također, zbog komutacije, uzrokuje mirujuće polje koje je za  $\frac{\pi}{2}$  električnih stupnjeva pomaknuto u odnosu na uzbudno polje. Međudjelovanje tih polja uzrokuje elektromagnetski moment rotora koji se opisuje jednadžbom (2-70). Za određivanje momente jednadžbe istosmjernog motora polazi se od izraza za električnu silu na vodič u magnetskom polju, kako je prikazano jednadžbom (2-64), prema [3], [6]

$$m_e = i(\vec{l} \times \vec{b}) \times \vec{r} \quad (2-64)$$

Iz gore prikazane jednadžbe, ako se zamijene mjesta vektorima  $\vec{l}$  i  $\vec{b}$  dobiva se sljedeći izraz :

$$m_e = i(-\vec{b} \times \vec{l}) \times \vec{r} \quad (2-65)$$

Može se primjetiti da vektorski produkt  $\vec{l} \times \vec{r}$  zapravo čini površinu rotora. Pa se dalje dobiva izraz (2-66)

$$m_e = -i(\vec{i} \times \vec{S}) \quad (2-66)$$

Vektorski produkt raspisuje se pomoću sinusa kuta između dvaju vektora, kako je prikazano izrazom (2-67). Kut između dva navedena vektora je u ovom slučaju  $90^\circ$  pa sinus tog kuta iznosi 1. Uvrštavanjem sinusa kuta od  $90^\circ$  dobiva se izraz (2-68).

$$m_e = -ibS \sin \varphi_{\vec{b}\vec{S}} \quad (2-67)$$

$$m_e = -ibS = -i\psi \quad (2-68)$$

Tok  $\psi$  je tok ulančan s armaturom, a proizveden uzbudnim namotom pa se može zapisati kao umnožak struje uzbude i međuintuktiviteta stroja, matematički prikazano izrazom (2-69).

$$\psi = l_{af}i_f \quad (2-69)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (2-69) u jednadžbu (2-68) dobiva se konačni izraz za elektromagnetski moment istosmjernog motora prikazan izrazom (2-70).

$$m_e = l_{af}i_fi_a \quad (2-70)$$

Mehaničko vladanje istosmjernog stroja može se u potpunosti opisati izrazom (2-71).

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_e - m_t \quad (2-71)$$

Uvrštavanjem elektromagnetskog momenta prikazanog jednadžbom (2-70) u izraz (2-71) dobiva se izraz (2-93).

$$J \frac{d\omega}{dt} = I_{af} i_f i_a - m_t \quad (2-72)$$

$J$  predstavlja moment tromosti motora i izražava se u  $kgm^2$ , a  $m_t$  je okretni moment tereta koji ima suprotan smjer djelovanja od elektromagnetskog momenta motora  $m_e$ .

#### 2.7.4 Elektromagnetski moment asinkronog stroja

Da bi se rad asinkronog stroja mogao u potpunosti opisati potrebno je promatrati stroj s mehaničke strane jer električni strojevi, konkretno motori i generatori, pretvaraju električnu energiju u mehaničku energiju i obrnuto. [3]

Veliki broj uređaja koji se susreću u svijetu elektrotehnike zasnivaju se na elektromehaničkoj pretvorbi energije. Najznačajniji među njima su električni strojevi čija je osnovna svrha pretvorba energije iz električne u mehaničku ili obrnuto. Svaki električni stroj može se promatrati kao elektromehanički sustav. Osnovni elektromehanički sustav sastoji se od jednog električnog sustava i jednog mehaničkog sustava koji su međusobno povezani magnetskim poljem pomoću kojega se ostvaruje njihovo međudjelovanje što omogućuje pretvorbu energije iz jednog oblika u drugi. [1] U ovom potpoglavlju bit će opisana bilanca energije, odnosno raspodjela energije u elektromehaničkom sustavu te će se izvesti jednadžba elektromagnetskog momenta asinkronog stroja prema literaturama [1] i [2].

Prije opisivanja bilance energije potrebno je uvesti određene pretpostavke i zanemarenja. Zanemaruje se elektromagnetsko zračenje i pretpostavlja se da je radna frekvencija promatranog elektromehaničkog sustava dovoljno niska da se može promatrati kao sustav s koncentriranim parametrima. [1] Svaki elektromehanički sustav ima određene gubitke. U električnom sustavu to su gubici zbog otpora vodiča, vrtložnih struja i utjecaja petlje histereze, a u mehaničkom sustavu to su gubici uslijed trenja. Ukupna energija nekog elektromehaničkog sustava raspodjeljuje se na gubitke u električnom sustavu, gubitke zbog rasipanja magnetskog polja te energiju koju električni sustav izmjeni s magnetskim poljem, pa se može napisati sljedeće :

$$W_E = W_{gel} + W_{gr} + W_e \quad (2-73)$$

Gdje je :  $W_E$  - ukupna energija izvora,  $W_{gel}$  - gubici u električnom sustavu,  $W_{gr}$  - gubici zbog rasipanja magnetskog toka i  $W_e$  - energija razmijenjena s magnetskim poljem. Mehanički sustav ima sličnu bilancu energije i za njega se može pisati sljedeće :

$$W_M = W_{gt} + W_a + W_{meh} \quad (2-74)$$

Gdje je :  $W_M$  - ukupna mehanička energija,  $W_{gt}$  - gubici energije koji prelaze u toplinu,  $W_a$  - akumulirana mehanička energija u pokretnim i elastičnim dijelovima sustava i  $W_{meh}$  - energija razmijenjena s magnetskim poljem. U elektromagnetsko polje unosi se energija te se za ukupnu unesenu energiju u elektromagnetsko polje može pisati sljedeće :

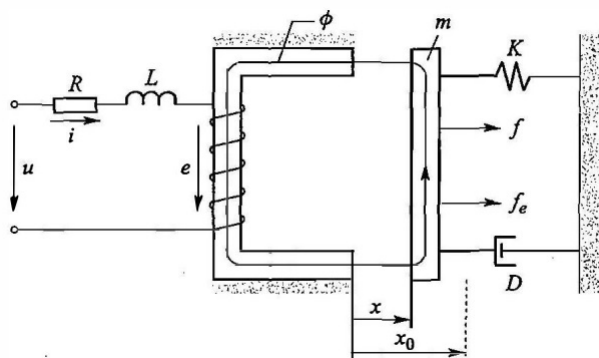
$$W_F = W_{gf} + W_f \quad (2-75)$$

Gdje je :  $W_F$  - ukupna energija koja se unosi u magnetsko polje,  $W_{gf}$  - gubici u magnetskom polju (vrtložne struje, histereza) i  $W_f$  - akumulirana energija u elektromagnetskom polju. Ako se u obzir uzme pretpostavka da je magnetsko polje konzervativno može se za energiju takvog polja pisati sljedeći izraz :

$$W_f = W_e + W_{meh} \quad (2-76)$$



Na slici 2.7 prikazan je elementarni elektromehanički sustav pomoću kojeg će se objasniti raspodjela energije te u konačnici definirati izraz za elektromagnetski moment električnog stroja.



**Slika 2.7:** *Elementarni elektromehanički sustav [1]*

Električni sustav elementarnog elektromehaničkog sustava prikazanog na slici 2.7 može se opisati sljedećim izrazom :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + e \quad (2-77)$$

U izrazu (2-77) simbol  $e$  predstavlja inducirani napon koji je posljedica promjene elektromagnetskog polja. Energija koju izvor preda elektromehaničkom sustavu u određenom vremenu može se prikazati izrazom :

$$W_E = \int_0^t uidt \quad (2-78)$$

Iz izraza (2-77) i (2-78) može se definirati energija koju sustav razmjenjuje s magnetskim poljem u diferencijalu vremena  $dt$ .

$$W_e = \int_0^t eiddt \quad (2-79)$$

Mehanička energija elementarnog elektromehaničkog sustava može se definirati kao djelovanje sile na nekom putu.

$$W_{meh} = - \int_0^x fedx \quad (2-80)$$

Potrebno je uzeti u obzir da pozitivna elektromagnetska sila djeluje u pozitivnom smjeru pomaka  $x$ . Kada elektromagnetska sila i pomak imaju isti predznak prenosi se energija iz magnetskog polja u mehanički sustav, odnosno vrši se pretvorba električne energije u mehaničku energiju. Sada se iz izraza (2-79) i (2-80) može se napisati izraz za magnetsku energiju elementarnog elektromehaničkog sustava prikazanog na slici (2.7).

$$W_m = \int_0^t eiddt - \int_0^x fedx \quad (2-81)$$

Potrebno je u prvi član jednadžbe (2-81) uvrstiti dobro poznati Faradayev zakon, koji glasi :

$$e = \frac{d\psi}{dt} \quad (2-82)$$

Jednadžba (2-81) tada poprima sljedeći izgled :

$$W_m = \int_0^\psi id\psi - \int_0^x fedx \quad (2-83)$$

Sada se trebaju odabrati nezavisne varijable elektromehaničkog sustava. Za nezavisne varijable odabrat će se  $\psi$  i  $x$ , pa se magnetska energija može prikazati na sljedeći način :

$$W_m(\psi, x) = \int_0^\psi i(\psi, x) d\psi \quad (2-84)$$

Kako je cilj ovog diplomskog rada odrediti moment tromosti osovinskog spoja, potrebno je iz magnetske energije najprije definirati elektromagnetsku silu, te nakon toga dobiti izraz za elektromagnetski moment stroja. Deriviranjem i sređivanjem izraza (2-83) dobiva se sljedeći izraz za elektromagnetsku silu :

$$f_e dx = i d\psi - dW_m \quad (2-85)$$

Nakon uvrštavanja totalnih diferencijala i daljnjeg sređivanja izraza (2-85), a o čemu se detaljnije može pročitati u literaturama [1] i [2], dobiva se sljedeći izraz za elektromagnetsku silu s nezavisnim varijablama  $\psi$  i  $x$ .

$$f_e(\psi, x) = -\frac{\partial W_m(\psi, x)}{\partial x} \quad (2-86)$$

Za potrebe određivanja matematičkog modela rotacijskih strojeva i njihovo analiziranje koristi se, umjesto elektromagnetske sile, elektromagnetski moment. Elektromagnetski moment, kako je dobro poznato iz fizike, definira se kao umnožak sile i kraka. U slučaju rotacijskih strojeva za krak sile uzima se polumjer stroja, tj. polumjer kružnice koja prolazi sredinom zračnog raspora rotacijskog stroja. Također je potrebno umjesto translacijskog pomaka  $x$  uvesti kut zakreta rotora  $\delta_r$  pa se za moment električnog rotacijskog stroja može pisati sljedeći izraz :

$$m_e(\psi, \delta_r) = -\frac{\partial W_m(\psi, \delta_r)}{\partial \delta_r} \quad (2-87)$$

Kako bi se dobio konačan izraz za elektromagnetski moment primjenjiv za asinkrone strojeve s proizvoljnim brojem pari polova potrebno je u jednadžbu (2-87) uvrstiti koeficijent za broj polova  $p$  te izraz (2-84) pa se dobiva sljedeće :

$$m_e = p(\mathbf{i}_{\text{abcs}})^T \frac{\partial}{\partial \delta_r} [\mathbf{L}'_{\text{sr}}] \mathbf{i}'_{\text{abcr}} \quad (2-88)$$

Jednadžba (2-88) napisana je u troosnom abc sustavu te ju je potrebno, koristeći Parkovu transformaciju, transformirati u d-q sustav. Za transformaciju u d-q sustav korištena je inverzna matrica Parkove transformacije (2-28) prilagođena za rotorski i statorski krug. Upotrebom Parkove transformacije dobiva se, prema [2], izraz (2-89).

$$m_e = p[\mathbf{K}_{\text{s}}^{-1} \mathbf{i}_{\text{sdq}}]^T \frac{\partial}{\partial \delta_r} [\mathbf{L}'_{\text{sr}}] (\mathbf{K}_{\text{r}}^{-1}) \mathbf{i}'_{\text{rdq}} \quad (2-89)$$

Daljnijim rješavanjem matematičkih operacija nad izrazom (2-89) te uzimanjem u obzir pretpostavke konstantnog zračnog raspora stroja dobiva se izraz za elektromagnetski moment asinkronog stroja u ovisnosti o d-q strujama rotora i statora kako je prikazano izrazom (2-90).

$$m_e = \frac{3}{2} p L_m (i_{sq} i'_{rd} - i_{sd} i'_{rq}) \quad (2-90)$$

Množenjem međuinduktiviteta  $L_m$  s rotorskim strujama u d-q sustavu, može se prikazati elektromagnetski moment asinkronog stroja u ovisnosti o statorskim strujama i statorskim magnetskim tokovima u d-q sustavu kako je prikazano izrazom (2-91).

$$m_e = \frac{3}{2} p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \quad (2-91)$$

Dobivena jednadžba (2-91) predstavlja elektromagnetski moment asinkronog stroja u d-q sustavu kakav je korišten prilikom izrade simulacijskog modela u ovom diplomskom radu.

## 2.8. Objedinjeni dinamički matematički model istosmjernog stroja s nezavisnom uzбудom

Potpuni matematički model istosmjernog stroja preglednije se prikazuje tako da se naponske jednađbe zapišu u obliku matrice :

$$\begin{bmatrix} u_f \\ u_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_f + l_f s & 0 \\ \omega l_{af} & r_a + l_a s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_a \end{bmatrix} \quad (2-92)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = l_{af} i_f i_a - m_t \quad (2-93)$$

U srednjem članu jednađbe (2-92) uvedena je kompleksna varijabla  $s$  koja se dobije primjenom LaPlaceove transformacije na derivaciju. Na taj način se transformira iz vremenske domene u kompleksnu domenu. Može se primjetiti da je napon uzbuđe  $u_f$  također ulazna varijabla, pa se da zaključiti da gore napisane jednađbe u potpunosti opisuju dinamičko vladanje nezavisno uzbuđenog istosmjernog stroja s promjenjivom uzbuđom.

## 2.9. Objedinjeni dinamički matematički model asinkronog stroja

U prethodnim poglavljima detaljno je pojašnjeno izvođenje naponskih jednadžbi, momentnih jednadžbi i jednadžbi magnetskih tokova asinkronog stroja. U ovom poglavlju bit će objedinjene sve prije navedene jednadžbe koje formiraju matematički model asinkronog stroja sedmog reda. Ovakav matematički model dovoljan je za simuliranje dinamičkog ponašanja asinkronog stroja u pogonu. Naponske jednadžbe bit će prikazane u matricnom obliku u svrhu preglednijeg prikaza.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sdq} \\ \mathbf{v}_{rdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{sdq} \\ \mathbf{i}_{rdq} \end{bmatrix} + \omega_s \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{sdq} \\ 0 \end{bmatrix} + (\omega_s - \omega_{el}) \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\psi}_{rdq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{sdq} \\ \boldsymbol{\psi}_{rdq} \end{bmatrix} \quad (2-94)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{sdq} \\ \boldsymbol{\psi}_{rdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{sdq} & \mathbf{L}_{mdq} \\ \mathbf{L}_{mdq}^T & \mathbf{L}_{rdq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{sdq} \\ \mathbf{i}_{rdq} \end{bmatrix} \quad (2-95)$$

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = M_m - M_e \quad (2-96)$$

$$\omega_{el} = \frac{d\delta_r}{dt} \quad (2-97)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \quad (2-98)$$

Jednadžbe (2-94) do (2-98) koriste se za formiranje blok dijagrama u svrhu simulacija dinamičkog vladanja asinkronog stroja. Osim formiranja blok dijagrama simulacije se mogu vršiti u prostoru stanja. U ovom diplomskom radu za simuliranje dinamičkog vladanja stroja koristit će se programski paket Matlab za generiranje i snimanje odziva u različitim režimima rada osovinskog spoja asinkronog motora i istosmjernog generatora.

### 3. Simulacijski model istosmjernog i asinkronog stroja

Korišteni programski paket za potrebne simulacije ovog diplomskog rada je Matlab/Simulink. Simulacijski blok dijagram izvodi se iz dinamičkog matematičkog modela istosmjernog i asinkronog stroja. U iduća dva potpoglavlja bit će prikazan simulacijski model istosmjernog i asinkronog stroja te njihovo međusobno mehaničko povezivanje.

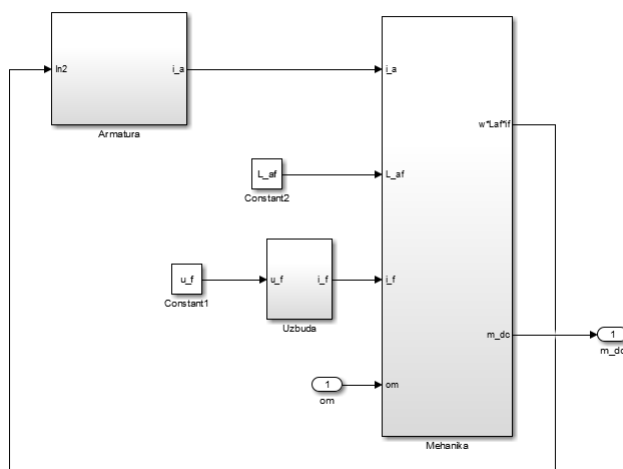
#### 3.1. Istosmjerni stroj

Dinamički matematički model istosmjernog stroja definiran je i izveden u drugom poglavlju ovog diplomskog rada. Radi jednostavnijeg čitanja i praćenja diplomskog rada ponovno će se navesti jednadžbe istosmjernog stroja.

$$\begin{bmatrix} u_f \\ u_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_f + l_f s & 0 \\ \omega l_{af} & r_a + l_a s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_a \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = l_{af} i_f i_a - m_t \quad (3-2)$$

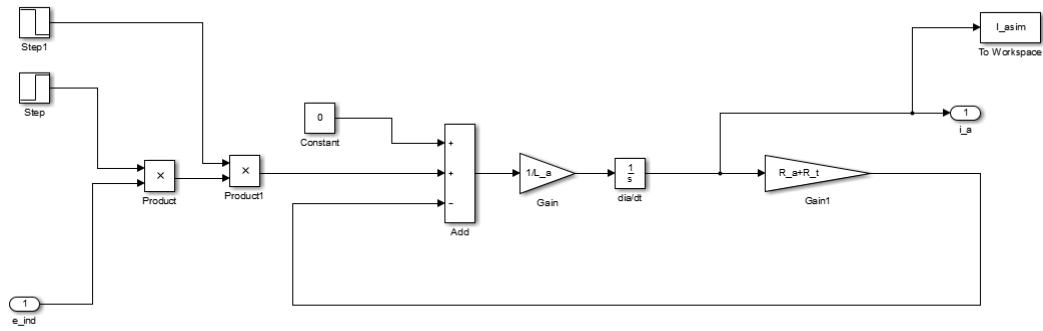
Programski paket Simulink ima opciju korištenja podgrupa pri izradi blokovskih dijagrama pa se model može ljepše složiti. Izrađeni model istosmjernog stroja sadrži tri podgrupe kako je prikazano slikom 3.1.



Slika 3.1: Podgrupe modela istosmjernog stroja

Navedene podgrupe vidljive su na slici 3.1. Posebno je izrađena podgrupa za armaturnu naponsku jednadžbu, uzбудnu naponsku jednadžbu i mehaniku stroja. Kako bi se najlakše, iz matematičkog modela, dobio simulacijski blok dijagram potrebno je sve derivacije prebaciti na lijevu stranu jednakosti. Slika 3.2 prikazuje podgrupu armature istosmjernog stroja. U ovom diplomskom radu se, kako je već navedeno ranije, istosmjerni stroj koristio kao istosmjerni generator pa je potrebno transformirati armaturnu naponsku jednadžbu tako da odgovara generatorskom režimu rada. Ulazni napon armature postavljen je na vrijednost 0 te se kao ulazna varijabla koristila inducirana elektromotorna sila  $e_{ind}$ .

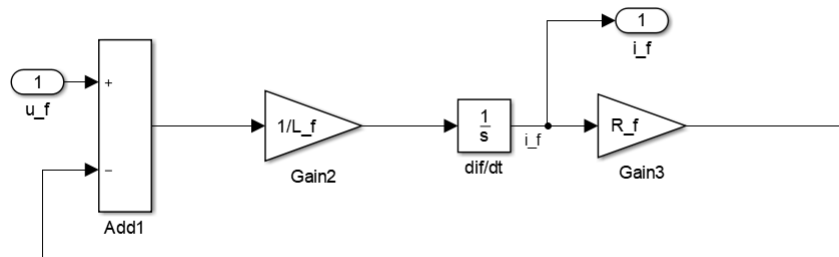
Blokovi *Step* i *Step1* korišteni su za uklop i isklop otpora tereta u strujni krug armature u određenim trenutcima.



Slika 3.2: Podgrupa armature istosmjernog stroja

Naponska jednadžba armature transformirana je tako da inducirana elektromotorna sila u sumator ulazi s pozitivnim predznakom, što je suprotno od motorskog režima rada gdje inducirana elektromotorna sila ulazi u sumator s negativnim predznakom te se naziva protuelektromotorna sila. Izlazna varijabla ove podgrupe je struja armature  $i_a$  koja se prosljeđuje u podgrupu mehanike istosmjernog stroja.

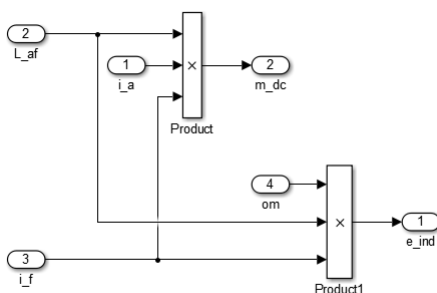
Na slici 3.3 prikazana je podgrupa u kojoj je modeliran uzbudni krug nezavisno uzbuđenog istosmjernog stroja.



Slika 3.3: Podgrupa uzbuđe istosmjernog stroja

Ulazna varijabla navedene podgrupe je napon uzbuđe  $u_f$ , a izlazna varijabla je struja uzbuđe  $i_f$ . Dobivena struja uzbuđe prosljeđuje se dalje u podgrupu mehanike istosmjernog stroja.

Slika 3.4 prikazuje podgrupu mehaničkog dijela istosmjernog stroja.



**Slika 3.4:** Podgrupa mehanike istosmjernog stroja

Ulazne varijable u podgrupu mehanike istosmjernog stroja su, kako je već navedeno, struja uzbude  $i_f$ , struja armature  $i_a$  te međuinduktivitet stroja  $L_{af}$ . Kako se u ovom diplomskom radu koristio osovinski spoj istosmjernog generatora i asinkronog motora, u kojem je asinkroni motor korišten kao pogonski stroj, za ulaznu varijablu mehanike stroja se također mora postaviti i brzina vrtnje koja je prosljeđena od pogonskog stroja (asinkronog motora). Izlazne varijable ove podgrupe su inducirana elektromotorna sila  $e_{ind}$  koja se prosljeđuje u podgrupu armature te elektromagnetski moment istosmjernog stroja  $m_{dc}$  koji se prosljeđuje u podgrupu mehanike asinkronog stroja kao moment tereta.

## 3.2. Asinkroni stroj

Dinamički matematički model izveden je i definiran u trećem poglavlju ovog diplomskog rada, ali radi jednostavnijeg čitanja i praćenja diplomskog rada ponovo će se prikazati matematički model asinkronog stroja sedmog reda.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sdq} \\ \mathbf{v}_{rdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{sdq} \\ \mathbf{i}_{rdq} \end{bmatrix} + \omega_s \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{sdq} \\ 0 \end{bmatrix} + (\omega_s - \omega_{el}) \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\psi}_{rdq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{sdq} \\ \boldsymbol{\psi}_{rdq} \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

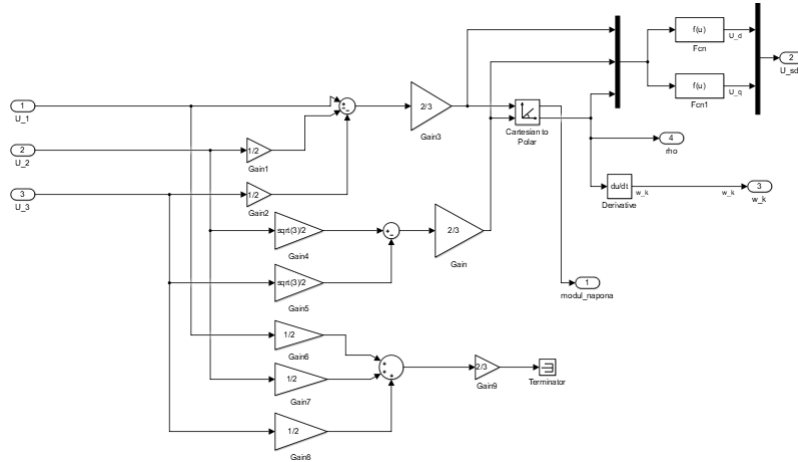
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{sdq} \\ \boldsymbol{\psi}_{rdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{sdq} & \mathbf{L}_{mdq} \\ \mathbf{L}_{mdq}^T & \mathbf{L}_{rdq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{sdq} \\ \mathbf{i}_{rdq} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = M_m - M_e \quad (3-5)$$

$$\omega_{el} = \frac{d\delta_r}{dt} \quad (3-6)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \quad (3-7)$$

Matematički model asinkronog stroja složeniji je od modela istosmjernog stroja, pa će i simulacijski model sadržavati više podgrupa. Za ulazne varijable asinkronog stroja korišteno je trofazno napajanje. Trofazne napone prvo je potrebno transformirati, koristeći Clarkovu transformaciju, u alfa-beta koordinatni sustav kako bi se dobio modul napona i kut  $\rho$ . Navedena transformacija u programskom paketu Simulink prikazana je 3.5.



Slika 3.5: Podgrupa transformacije trofaznog napona

*Gain* blokovi sadrže koeficijente matrice Clarkove transformacije. Budući da izmjereni trofazni napon nije potpuno simetričan, potrebno je koristiti potpunu Clarkovu transformaciju u kojoj se dobivaju tri člana :  $U_\alpha$ ,  $U_\beta$  i  $U_\gamma$ . Treći član  $U_\gamma$  može se zanemariti jer je njegova vrijednost u odnosu na druga dva člana vrlo mala. Blok *Cartesian to Polar* pretvara uobičajeni zapis kompleksnog broja  $a + jb$  u polarni zapis kompleksnog broja  $Ae^{j\rho}$ , pri čemu je  $A$  modul kompleksnog broja, a  $\rho$  kut kompleksnog broja. Kut  $\rho$  tokom simulacije mijenja svoju vrijednost od  $-\pi$  do  $\pi$  te u trenutku kada dosegne kut  $\pi$  ima trenutni skok na kut  $-\pi$ . Derivacija kuta  $\rho$  daje brzinu vrtnje d-q sustava kako je prikazano jednadžbom (3-8).

$$\omega_k = \frac{d\rho}{dt} \quad (3-8)$$



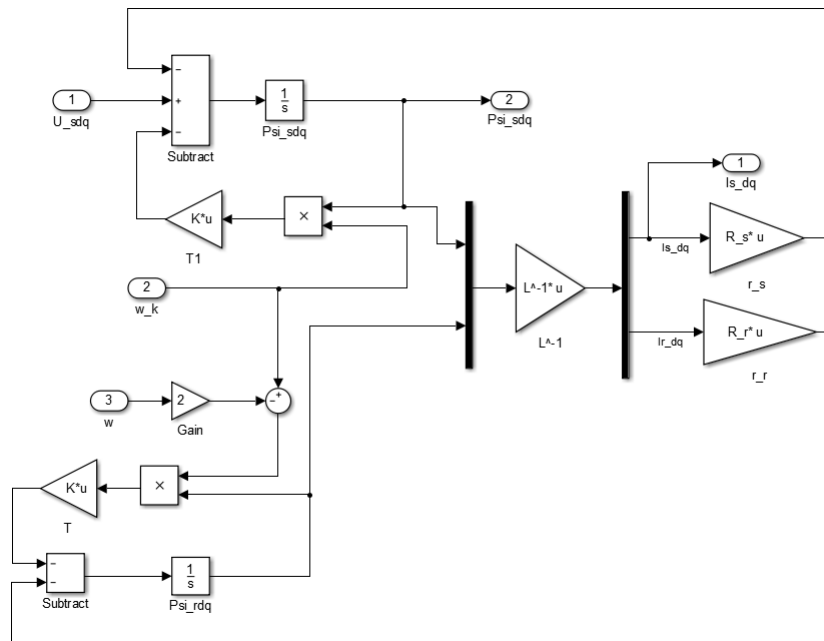
Problem nastaje prilikom derivacije kuta u trenutku skoka sa  $\pi$  na  $-\pi$  jer derivacija teži u beskonačnost te se za brzinu rotacije d-q sustava dalje u modelu koristila sinkrona brzina  $\omega_s = 2\pi 50 \text{ s}^{-1}$ .

Nakon provedene Clarkove transformacije potrebno je provesti Parkovu transformaciju i dobivene napone u  $\alpha - \beta$  sustavu pretvoriti u d-q sustav. Dobiveni kut  $\rho$  koristi se kao kut d-q sustava. Blokovi *Fcn* i *Fcn1* sadrže funkcije za transformaciju napona iz  $\alpha - \beta$  sustava u d-q sustav kako je prikazano jednadžbama (3-9) i (3-10).

$$Fcn = (u(1) * \cos(u(3))) + (u(2) * \sin(u(3))) \quad (3-9)$$

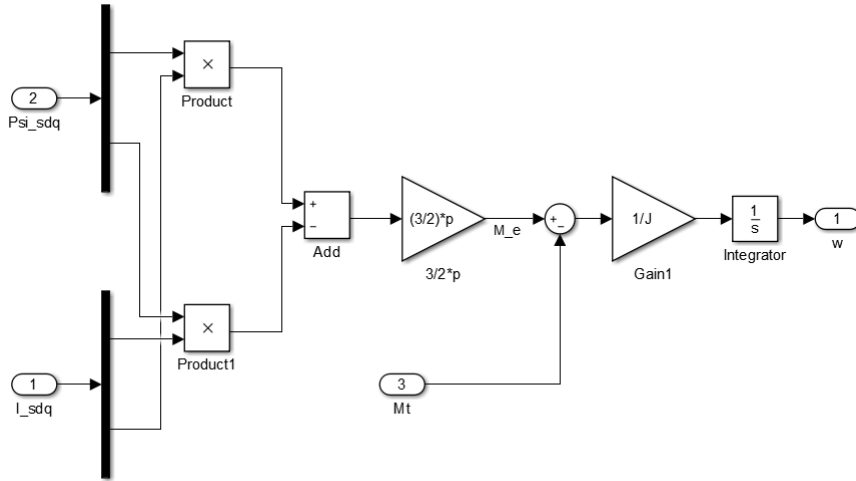
$$Fcn1 = (u(1) * -\sin(u(3))) + (u(2) * \cos(u(3))) \quad (3-10)$$

Član  $u(1)$  je  $\alpha$  komponenta napona,  $u(2)$   $\beta$  komponenta napona i  $u(3)$  kut  $\rho$ . Funkcijski blok *Fcn* kao izlaz daje d komponentu napona, a funkcijski blok *Fcn1* daje q komponentu napona. D i q komponente napona prosljeđuju se u podgrupu električnog dijela asinkronog stroja. Slika 3.6 prikazuje podgrupu električnog dijela asinkronog stroja.



**Slika 3.6:** Podgrupa električnog dijela asinkronog stroja

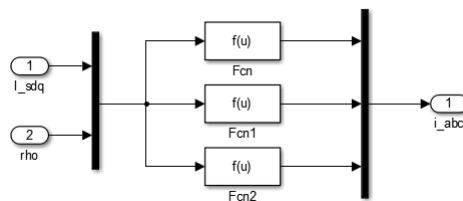
Kako u mjerenjima nije sniman zalet sustava, već je sustav prije terećenja bio u praznom hodu, potrebno je odrediti početne vrijednosti određenih parametara. Određene su početne vrijednosti statorskih i rotorskih tokova, te vrijednost mehaničke brzine vrtnje. Početne vrijednosti određivane su na način da je simuliran zalet osovinskog spoja te su očitane vrijednosti tokova i brzine vrtnje pri nazivnoj brzini u Simulinku. Dobivene početne vrijednosti uvrštene su u početne uvjete integratora u Simulinku. Ulazne varijable ove podgrupe su d-q naponi  $u_{sdq}$ , brzina vrtnje d-q sustava  $\omega_k$  te brzina stroja  $\omega$ . Izlazne varijable su statorske d-q struje  $i_{sdq}$  te statorski d-q tokovi  $\psi_{sdq}$ . Izlazne varijable dalje se prosljeđuju u mehanički dio asinkronog motora čija je podgrupa prikazana slikom (3.7).



**Slika 3.7:** Podgrupa mehaničkog dijela asinkronog stroja

Nakon međusobnog množenja struja i tokova, kako je prikazano jednađbom 2-98, dobivenu vrijednost potrebno je još pomnožiti s vrijednosti koja se nalazi u prvom *Gain* bloku. Nakon množenja dobiva se elektromagnetski moment asinkronog stroja koji ulazi u sumator s pozitivnom vrijednosti. U sumator, s negativnom vrijednosti, ulazi elektromagnetski moment istosmjernog generatora koji se nalazi na osovini asinkronog motora. U bloku *Gain1* dobivena razlika momenata asinkronog motora i istosmjernog generatora dijeli se s momentom tromosti prema jednađbi 3-5. Estimacija momenta tromosti koji se nalazi u bloku *Gain1* krajnji je cilj ovog diplomskog rada. Nakon dijeljenja s momentom tromosti, dobivena vrijednost se derivira kako bi se dobila mehanička brzina vrtnje, u ovom slučaju, osovinskog spoja asinkronog motora i istosmjernog generatora.

Dobivene d-q struje statora potrebno je transformirati natrag u trofazni ABC sustav, jer su u laboratoriju mjerene tri fazne struje. Podgrupa za transformaciju iz d-q u ABC sustav prikazana je na slici 3.8.



**Slika 3.8:** Podgrupa transformacije iz d-q sustava u ABC sustav

Ulazne varijable ove podgrupe su statorske struje u d-q sustavu  $i_{sdq}$  te kut zakreta d-q sustava  $\rho$ . Blokovi *Fcn*, *Fcn1* i *Fcn2* sadrže funkcije za inverznu Parkovu transformaciju, kako je prikazano jednađbama (3-11), (3-12) i (3-13).

$$F_{cn} = u(1) * \cos(u(3)) - u(2) * \sin(u(3)) \quad (3-11)$$

$$F_{cn1} = u(1) * \cos(u(3) - 2 * \pi / 3) - u(2) * \sin(u(3) - 2 * \pi / 3) \quad (3-12)$$

$$F_{cn2} = u(1) * \cos(u(3) + 2 * \pi / 3) - u(2) * \sin(u(3) + 2 * \pi / 3) \quad (3-13)$$

Član  $u(1)$  je d komponenta struje statora,  $u(2)$  je q komponenta struje statora te  $u(3)$  kut zakreta d-q sustava. Navedeni funkcijski blokovi kao izlaz daju struje statora u ABC sustavu  $i_{abc}$ .

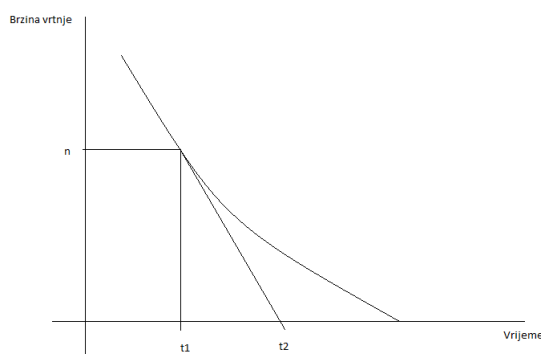
## 4. Estimacija momenta tromosti i radnog otpora tereta

Cilj ovog diplomskog rada je određivanje momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora metodom estimacije parametara na laboratorijskom sustavu osovinskog spoja asinkronog motora i istosmjernog generatora. U prethodna dva poglavlja izveden je kompletan matematički model istosmjernog generatora i asinkronog motora te je prikazana izrada simulacijskog modela u programskom paketu Matlab/Simulink. U ovom poglavlju prikazat će se klasične metode određivanja momenta tromosti kod električnih strojeva te će se definirati općeniti problem estimacije parametara te njegova primjena na slučaj određivanja momenta tromosti osovinskog spoja asinkronog motora i istosmjernog generatora.

### 4.1. Klasične metode određivanja momenta tromosti i radnog otpora tereta

Određivanje momenta tromosti klasičnim metodama objasnit će se prema literaturama [18] i [19]. Moment tromosti električnih strojeva igra važnu ulogu u poboljšavanju performansi rada električnih strojeva te poboljšanja upravljanja električnim strojevima. Ukoliko su poznate unutarnje dimenzije rotora i statora električnog stroja, moguće je izračunati moment tromosti. Ukoliko unutrašnje dimenzije stroja nisu poznate, moment tromosti izračunava se iz određenih pokusa na električnom stroju. Najčešće korišteni pokusi su određivanje momenta tromosti pomoću pokusa torzijskih vibracija osovine, određivanje momenta tromosti iz pokusa zaustavljanja električnog stroja te određivanje momenta tromosti iz pokusa njihanja električnog stroja. Da bi se izveo pokus torzijskih vibracija osovine rotor stroja se mora ukloniti iz stroja i moraju se skinuti namoti. U laboratorijskim uvjetima najlakše je vršiti pokus zaustavljanja električnog stroja.

Pokus zaustavljanja električnog stroja vrši se tako da se stroj, u praznom hodu, zaleti do brzine veće od nazivne, odvoji od napajanja i pusti da se zaustavi. Pri tome je potrebno snimiti krivulju zaustavljanja motora. Na slici 4.1 prikazana je krivulja zaustavljanja motora. [18]



Slika 4.1: Krivulja zaustavljanja motora [18]

Određeni dio električne energije koja se dovodi motoru transformira se i utroši na svladavanje mehaničkih gubitaka prilikom rotacije. Snaga koja se utroši prilikom savladavanja dana je izrazom (4-1). [18]

$$P_{meh} = \frac{d}{dt} \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (4-1)$$

, gdje je  $J$  moment tromosti električnog stroja, a  $\omega$  mehanička brzina vrtnje. Jednadžba (4-1) može se zapisati tako da vrijedi za bilo koji trenutak, te bilo koju vrijednost brzine vrtnje. Dobivena je jednadžba (4-2). Uveden je član  $\frac{\pi}{30}$  radi prikaza stvarne brzine vrtnje u okretajima u minuti. [18]

$$P_{mehn} = J \left( \frac{\pi}{30} \right) n_n \left( \frac{dn}{dt} \right)_{n=n_n} \quad (4-2)$$

$n_n$  je nazivna brzina, a derivacija  $\left( \frac{dn}{dt} \right)_{n=n_n}$  se određuje iz krivulje zaustavljanja, kako je prikazano slikom 4.1, a  $P_{mehn}$  su nazivni mehanički gubici pri nazivnoj brzini vrtnje. Preuređivanjem jednadžbe (4-2) dobiva se konačan izraz za određivanje momenta tromosti (4-3). [18]

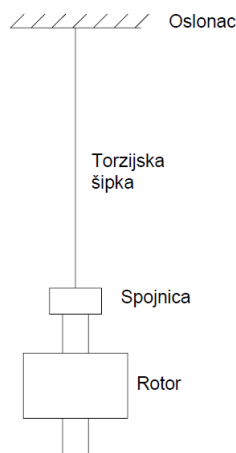
$$J = \frac{P_{mehn}}{\left( \frac{\pi}{30} \right)^2 n_n \left( \frac{dn}{dt} \right)_{n=n_n}} \quad (4-3)$$

Važno je napomenuti kako je, uz poznavanje krivulje zaustavljanja električnog stroja, nužno poznavanje mehaničkih gubitaka stroja. Mehaničke gubitke moguće je odrediti iz bilance snage električnih strojeva, ukoliko su poznati gubici u željezu i bakru stroja, a o čemu se više može pronaći u literaturama kao što su [1], [2] i [3].

Kako bi se proveo pokus torzijskih oscilacija rotora potrebno je rastaviti motor i rotor izvaditi. Potrebno je napraviti čvrsti oslonac te na njega učvrstiti vertikalnu šipku, koja se još naziva torzijska šipka. Na drugi kraj torzijske šipke postavlja se spojnica kojom se prvo učvršćuje kalibracijski rotor čiji je moment tromosti poznat. Uz moment tromosti kalibracijskog rotora potrebno je poznavati i moment tromosti spojnice. Dobiveni sustav se tada zarotira kako bi se postiglo titranje rotora lijevo i desno te se mjeri frekvencija titranja. Iz frekvencije titranja izračunava se period titranja kalibracijskog rotora. Sada se pomoću spojnice priključuje rotor čiji je moment tromosti nepoznat i želi se odrediti te se ponavlja navedeni postupak. Traženi moment tromosti izračunava se izrazom (4-4). [19]

$$J = (J_0 + J_s) \left( \frac{t}{t_0} \right)^2 - J_s \quad (4-4)$$

gdje je  $J_0$  moment tromosti kalibracijskog rotora,  $J_s$  moment tromosti spojnice,  $t$  period titranja rotora s nepoznatim momentom tromosti te  $t_0$  period titranja kalibracijskog rotora. Navedeni postupak prikazan je slikom 4.2. [19]

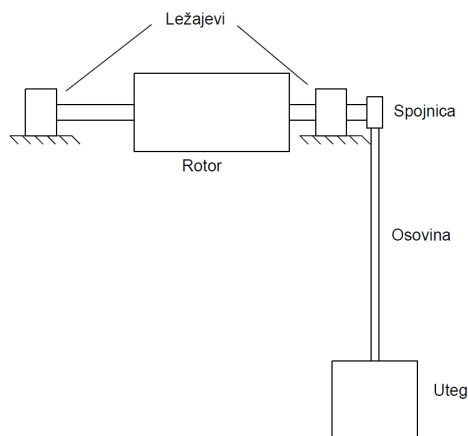


**Slika 4.2:** Grafički prikaz torzijskog sustava [19]

Još jedna klasična metoda određivanja momenta tromosti jest pokus njihanja rotora stroja. Rotor je potrebno postaviti na dva ležaja koji su učvršćeni na čvrstom osloncu. Na

jedan kraj rotora potrebno je postaviti osovinu na čiji se drugi kraj postavlja uteg. Moment tromosti spojeva, ležajeva, osovine rotora te osovine utega mora biti poznat. Uz poznavanje momenta tromosti navedenih elemenata eksperimentalnog postava potrebno je poznavati i dužinu osovine te težinu utega. Nakon izrađivanja eksperimentalnog postava, koji je prikazan slikom 4.3, potrebno je sustav zarotirati oko osovine rotora te izmjeriti frekvenciju oscilacija rotora i utega. Veliki problem ove metode jest što različite veličine rotora zahtijevaju različite veličine ležajeva te njihov međusobni razmak koji ovisi o dužini osovine rotora. [19]

Trenje u ležajevima također utječe na preciznost pri mjerenju i određivanju momenta tromosti ovom metodom. Navedeni problemi razlog su zašto se navedena metoda vrlo rijetko koristi. [19]



**Slika 4.3:** Eksperimentalni postav njihanja rotora [19]

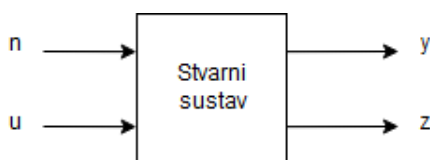
Kako bi se izbjegla potreba za određivanjem mehaničkih gubitaka stroja, te provođenje neke od gore navedenih metoda, u ovom diplomskom radu pokušat će se odrediti moment tromosti metodom estimacije parametara iz dinamičkog odziva osovinskog spoja asinkronog motora i istosmjernog generatora. Uz moment tromosti pokušat će se odrediti i radni otpor tereta istosmjernog generatora kako se ne bi morala koristiti U-I metoda određivanja nepoznatog otpora.

## 4.2. Određivanje momenta tromosti estimacijom parametara

U prethodnom potpoglavlju prikazane su standardne metode određivanja momenta tromosti kod rotacijskih električnih strojeva. Dobro poznati problem pri implementaciji upravljanja asinkronim motorima je određivanje i estimiranje svih potrebnih parametara za upravljanje. Jedan od tih parametara je i moment tromosti koji je vrlo bitan za opisivanje mehaničkog vladanja stroja. U ovom potpoglavlju predstaviti će se i objasniti metoda estimacije parametara, koja će kasnije biti korištenja za određivanje momenta tromosti, prema literaturama [15], [16] i [17].

Znanstvenici godinama razvijaju razne upravljačke algoritme za upravljanje asinkronim motorima koje se zasnivaju na dobrom poznavanju svih potrebnih parametara. Parametri asinkronog motora nisu lagani za odrediti pa se pojavljuje cijela istraživačka grana koja se bavi metodama estimacije parametara asinkronih motora.

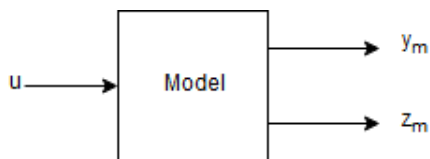
Kako bi se pristupilo metodi estimacije parametara prvo će se definirati stvarni sustav, prikazan blok dijagramom na slici 4.4.



**Slika 4.4:** Blokovski dijagram stvarnog sustava [16]

Stvarni sustav prima ulazne veličine te ulazne smetnje. Ako postoji više ulaznih veličina onda se postavljaju u vektor ulaznih veličina  $\mathbf{u}$ . Ukoliko postoji više različitih smetnji, one se također postavljaju u vektor ulaznih smetnji  $\mathbf{n}$ . Kao izlaz, model daje vektore izlaznih veličina  $\mathbf{y}$  i  $\mathbf{z}$ . U vektoru  $\mathbf{y}$  pohranjene su veličine koje su direktno mjerljive, kao što su struja, napon, brzina vrtnje. U vektoru  $\mathbf{z}$  pohranjene su izlazne veličine koje nisu direktno mjerljive. Neke od tih veličina su moment tromosti, magnetski tokovi, elektromagnetski momenti te međuinduktiviteti strojeva.

Kada je poznat stvarni sustav te njegovo vladanje potrebno je izgraditi model koji što bolje opisuje ponašanje stvarnog sustava. Model koji kao ulaz prima isti vektor ulaznih veličina kao i stvarni sustav naziva se paralelni model i prikazan je slikom 4.5.



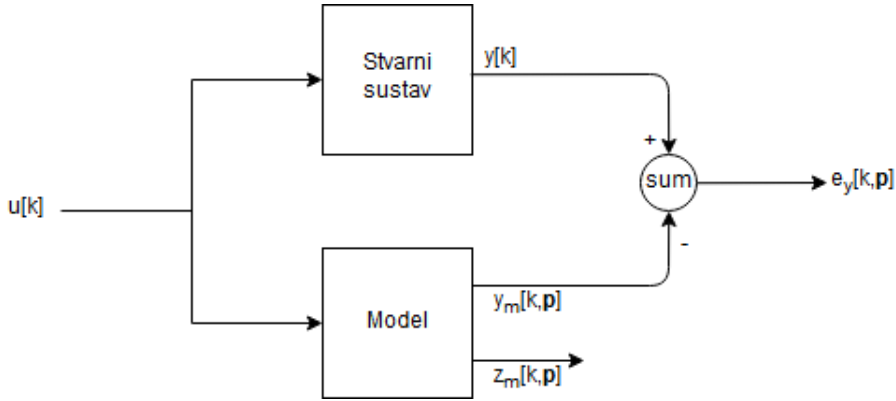
**Slika 4.5:** Blokovski dijagram paralelnog modela [16]

Prikazani paralelni model, nakon obrade vektora ulaznih veličina, kao izlaz daje vektore izlaznih veličina  $\mathbf{y}_m$  i  $\mathbf{z}_m$ . Primjer vektora izlaznih veličina dan je izrazom (4-5).

$$\mathbf{y}_m[k_n] = \begin{bmatrix} y_{m1}[k_n] \\ y_{m2}[k_n] \\ \vdots \\ y_{mz}[k_n] \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

Kako su se u ovom diplomskom radu mjerenja vršila pomoću računala s određenom frekvencijom uzorkovanja prikazani primjer vektora izlaznih veličina (4-5) napisan je za diskretizirane signale, gdje je  $k_n$  n-ti uzorak neke izlazne veličine, a  $z$  određuje broj izlaznih veličina.

Razlike izlaznih veličina modela i stvarnog sustava označavaju se s  $\mathbf{e}_y[k, \mathbf{p}]$  te ovise o vektoru ulaznih veličina i vektoru nepoznatih parametara  $\mathbf{p}$ . Takve razlike nazivaju se izlaznom pogreškom ili rezidualima te se njihovo određivanje može prikazati blokovskim dijagramom na slici 4.6.



Slika 4.6: Određivanje izlazne pogreške [16]

Vektor  $\mathbf{u}[k]$  sadrži ulazne veličine stvarnog sustava po k-zom uzorku koje se prosljeđuju i u model,  $\mathbf{y}[k]$  je vektor izlaznih veličina stvarnog sustava po k-tom uzorku, a  $\mathbf{y}_m[k, \mathbf{p}]$  vektor izlaznih veličina modela u ovisnosti o vektoru nepoznatih parametara  $\mathbf{p}$  po k-tom uzorku. Vektori izlaznih veličina stvarnog sustava i modela međusobno se oduzimaju te se kao rezultat dobiva izlazna pogreška  $\mathbf{e}_y[k, \mathbf{p}]$ , koja se često naziva rezidualima. Prikazani blokovski dijagram može se prikazati i matematički izrazom (4-6).

$$\mathbf{e}_y[k, \mathbf{p}] = \mathbf{y}[k] - \mathbf{y}_m[k, \mathbf{p}] \quad (4-6)$$

U praksi se najčešće želi postići da navedeni reziduali budu što bliže vrijednosti 0 te je cilj estimacije parametara odrediti nepoznate parametre iz stvarnog sustava u modelu kako bi reziduali bili što manji. Međutim, vrlo je teško postići da reziduali budu jednaki nuli jer ne ovise samo o parametrima modela, već i o pogreškama pri mjernju te prisutnosti šuma i smetnji. Sada se može definirati funkcija cilja kao skalarna funkcija razlike izlaznih veličina stvarnog sustava i izlaznih veličina modela. Kako funkcija cilja sadrži rezidualne logično je da se njena vrijednost želi minimizirati. Funkcija cilja sadrži kriterij koji se minimizira, a kriterij se odabire prema modelu i području u kojem se koristi estimacija. Dalje u tekstu će se objasniti najčešće korišteni kriterij najmanjih kvadrata, korišten i u ovom diplomskom radu. Više o drugim kriterijima funkcija cilja može se pročitati u literaturama [15], [16] i [17]. Kriterij najmanjih kvadrata najčešće se koristi zbog lagane optimizacije. Funkcija cilja s kriterijem najmanjih kvadrata za matrice matematički se zapisuje prema jednadžbi (4-7).

$$j_{ls}(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^n (\mathbf{e}[k, \mathbf{p}])^T \mathbf{e}[k, \mathbf{p}] \quad (4-7)$$

gdje je  $\mathbf{e}[k, \mathbf{p}]$  spomenuti vektor reziduala po k-tom uzorku u ovisnosti o vektoru nepoznatih parametara  $\mathbf{p}$ . Daljnjim raspisivanjem jednadžbe (4-7) dobiva se konačna jednadžba funkcije cilja s kriterijem najmanjih kvadrata u vektorskom zapisu (4-8).

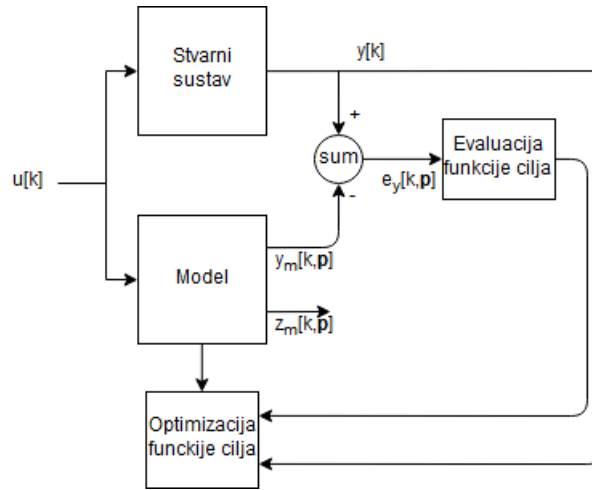
$$j_{ls}(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^n [e_1[k] \quad e_2[k] \quad \dots \quad e_z[k]] \begin{bmatrix} e_1[k] \\ e_2[k] \\ \vdots \\ e_z[k] \end{bmatrix} \quad (4-8)$$



Sljedeći korak, nakon definiranja funkcije cilja, jest optimizacija funkcije cilja. Optimizacijski algoritmi koriste dostupne podatke i informacije kako bi procijenili najbolje vrijednosti matrice nepoznatih parametara  $\mathbf{p}$ , s ciljem da funkcija cilja dosegne svoj globalni minimum. Optimizacija funkcije može se matematički zapisati izrazom (4-9).

$$\hat{\mathbf{p}} = \arg \min_{\mathbf{p} \in S} j_{ls}(\mathbf{p}) \quad (4-9)$$

gdje je  $S$  skup definiran donjim i gornjim granicama traženih parametara  $\mathbf{p}$ . Blokovski dijagram korišten za optimizaciju funkcije cilja koji je korišten u ovom diplomskom radu prikazan je slikom 4.7.



Slika 4.7: Blokovski dijagram estimacije funkcije cilja [16]

Proces optimizacije najčešće se provodi iterativno. Počevši s vektorom  $\hat{\mathbf{p}}^i$ , koji predstavlja estimirane vrijednosti vektora  $\hat{\mathbf{p}}$  u iteraciji  $i$  dobiva se funkcija cilja  $j_{ls}(\hat{\mathbf{p}}^i)$ . Optimizacijski algoritam tada računa vektor  $\hat{\mathbf{p}}^{i+1}$  takav da za funkciju cilja vrijedi  $j_{ls}(\hat{\mathbf{p}}^{i+1}) < j_{ls}(\hat{\mathbf{p}}^i)$ . Na taj način, u iteraciji  $i + 1$ , dobiva se funkcija cilja čija je vrijednost manja od vrijednosti funkcije cilja u početnoj iteraciji  $i$ . Sada se postavlja važno pitanje odabira vrijednosti početnog vektora nepoznatih parametara  $\hat{\mathbf{p}}^0$  te određivanja broja iteracija  $i$  kojima se postiže dovoljno dobro rješenje [16].

Nakon definiranja problema estimacije parametara, funkcije cilja, korištenog kriterija te optimizacije funkcije cilja općenito, prikazat će se upotreba estimacije parametara na određivanje momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora. Stvarni sustav u ovom slučaju je osovinski spoj asinkronog motora i istosmjernog generatora, gdje je asinkroni motor korišten kao pogonski stroj, a istosmjerni generatora kao teret asinkronom motoru na osovini. Na temelju odabranog stvarnog sustava te matematičkih modela prikazanih jednadžbama (2-92) do (2-98) izrađen je simulacijski model pomoću blok dijagrama u programskom paketu Matlab/Simulink, a prikazan je slikama 3.1 do 3.8. Detaljan opis laboratorijskog sustava i proces mjerenja bit će prikazan kasnije u radu. Nepoznati parametri su moment tromosti i radni otpor tereta istosmjernog generatora.

Provedena su dva procesa estimacije. U prvom procesu određivan je samo moment tromosti, dok je u drugom uz moment tromosti određivan i otpor tereta istosmjernog generatora. Navedeni nepoznati parametri su postavljeni u vektor nepoznatih parametara  $\mathbf{p}$ . Vektori nepoznatih parametara za pojedini proces estimacije prikazani su izrazima (4-10) i (4-11).

$$\mathbf{p} = [J] \quad (4-10)$$

$$\mathbf{p} = [J \quad R_t] \quad (4-11)$$

Polazište za određivanje momenta tromosti estimacijom parametara jest njegov direktan utjecaj na valni oblik i trajanje tranzijenta električne brzine i struje armature istosmjernog generatora prilikom uklopa i isklopa tereta uz konstantnu struju uzbude. Shodno tome kao argument funkcije cilja, uzet će se kriterij najmanje kvadratne udaljenosti mjerene i izračunate električne brzine te mjerene i izračunate struje armature istosmjernog generatora.

Tako definirana funkcija cilja, sa stvarnim fizikalnim veličinama, može se matematički zapisati izrazom (4-12).

$$j_{ls} = \sum_{k=1}^n \left[ (\omega_{elmjer}[k] - \omega_{elsim}[k]) + (I_{amjer}[k] - I_{asim}[k]) \right]^2 \quad (4-12)$$

, gdje je  $n$  broj uzoraka koji ovisi o odabranoj frekvenciji uzorkovanja te vremenu trajanja mjerenja i simulacije,  $\omega_{elmjer}[k]$  i  $\omega_{elsim}[k]$  mjerena i izračunata električna brzina  $k$ -tog uzorka te  $I_{amjer}[k]$  i  $I_{asim}[k]$  mjerena i izračunata struja armature istosmjernog generatora  $k$ -tog uzorka. Izračunate vrijednosti električne brzine i struje armature dobivene su rješavanjem simulacijskog modela u programskom paketu Simulink koristeći metodu *ode3*. Matlab skripta koja sadrži definiranu funkciju cilja može se vidjeti u prilogu 3. Sada, estimacija parametara za ovaj slučaj treba pronaći vektor nepoznatih parametara  $\hat{\mathbf{p}}$  sa vrijednostima momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora takvim da je navedena funkcija cilja (4-12) minimizirana. Matematički se to može zapisati izrazom (4-13).

$$\hat{\mathbf{p}} = \arg \min_{\mathbf{p} \in S} j_{ls}(\mathbf{p}) \quad (4-13)$$

Funkcija cilja se može minimizirati nekim od numeričkih metoda optimizacije. U ovom diplomskom radu odabrana je optimizacija rojem čestica koja će biti opisana u idućem potpoglavlju.

### 4.3. Optimizacija rojem čestica

U ovom će potpoglavlju biti ukratko opisana optimizacija rojem čestica prema literaturama [20], [21], [22], [24] i [25]. Navedena metoda odabrana je jer je lako dostupna u programskom paketu Matlab, potrebno je manje vremena za dobivanje rješenja u odnosu na genetski algoritam te sama estimacija samo dva parametra nije komplicirana pa nema potrebe koristiti složenije metode.

Optimizaciju rojem čestica definirali su James Kennedy i Russell Eberhart 1995. godine. Svrstava se pod stohastičke algoritme, a pripada skupini inteligencije roja. Mogu se promotriti mnoge prirodne životne zajednice. Kao primjer uzet će se kolonija mrava. U životnoj zajednici inteligencija nije raspoređena individualno već je raspoređena po grupama koje se sastoje od velikog broja individua. Najzorniji prikaz toga je sposobnost grupe životinja da izbjegnu grabežljivce, traže hranu te putuju na nova mjesta brže. Životinje su puno uspješnije u pronalasku hrane u grupi. Postoji vrlo velika vjerojatnost da će grupa mrava slijediti onog mrava koji je pronašao dobar izvor hrane. Svaki mrav ima instinkt kojim želi pronaći još bolje hranilište od prethodnog, te se zbog toga odvađa od grupe. Ukoliko pronađe bolje hranilište, pomaže grupi jer će se cijela grupa preseliti na bolje hranilište. Gore navedeni primjer može se i matematički prikazati. Roj čestica je stohastičan te pomoću vektora brzine ažurira trenutnu poziciju svake čestice. Definirat će se jedna čestica  $i$ , te njena trenutna pozicija sa  $x$ . Matematički se to može zapisati jednadžbom (4-14).

$$x_{a+1} = x_a + v_{a+1}^{\Delta t} \quad (4-14)$$

, gdje je  $v_{a+1}^{\Delta t}$  ažurirani vektor brzine, a  $\Delta t$  je promjena vremena. Vektor brzine svake čestice može se matematički zapisati izrazom (4-15).

$$v_{a+1} = \omega v_a + c_1 r_1 \frac{(p_a - x_a)}{\Delta t} + c_2 r_2 \frac{(g_a - x_a)}{\Delta t} \quad (4-15)$$

, gdje je  $\omega$  korištena za skaliranje vrijednosti trenutne brzine u svrhu kontroliranja istraživačkih sposobnosti roja,  $v_a$  vektor brzine u iteraciji  $a$ ,  $c_1$  parametar samopouzdanja u pronalasku najboljeg rješenja pojedine čestice,  $c_2$  stupanj povjerenja u pronalasku najboljeg rješenja cijelog roja,  $p_a$  najbolja pozicija čestice do trenutne iteracije  $a$ ,  $g_a$  najbolja pozicija cijelog roja do trenutne iteracije  $a$  te  $r$  kao nasumični broj uzet iz intervala  $[0, 1]$ . Promjenom varijable  $\omega$  može se utjecati na veličinu prostora pretraživanja, na način da se smanjenjem vrijednosti novi položaj čestice ograničava na manje područje ili lokalno pretraživanje.

#### 4.3.1 Primjena PSO-a u Matlabu

Matlab sadrži programski paket *GlobalOptimizationToolbox* koji se sastoji od brojnih optimizacijskih metoda. Kako je u ovom diplomskom radu korištena metoda optimizacije rojem čestica, prikazat će se sintaksa pozivanja metode u Matlabu, a više o samom korištenju navedene metode optimizacije može se pročitati na Matlab Help stranici [23].

$$[x, fval, exitflag, output] = particleswarm(fun, nvars, lb, ub, options)$$

Navedena sintaksa korištena je u ovom diplomskom radu, postoje i drugi oblici koji se mogu koristiti za pozivanje funkcije. S lijeve strane jednakosti, u uglatim zagradama, nalaze se izlazne vrijednosti funkcije. S desne strane jednakosti, nakon pozivanja tražene metode optimizacije, nalaze se argumenti funkcije, drugim riječima, ulazne varijable funkcije. Umjesto oznake *fun* upisuje se naziv definirane funkcije cilja. Za funkciju cilja korištena je razlika kvadrata. *nvars* označava broj varijabli koje su nepoznate i koje se određuju optimizacijom. *lb* predstavlja donju granicu pretraživačkog prostora, dok *ub* predstavlja gornju granicu pretraživačkog prostora. Opcije koje su korištene u ovom diplomskom radu su sljedeće:

- Veličina roja (eng. Swarm Size)
- Donja granica (eng. Lower Boundary)
- Gornja granica (eng. Upper Boundary)
- Početni roj (eng. Initial Swarm)
- Vrijeme zastoja (eng. Stall Iteration Limit)
- Parallel Computing

Veličina roja određuje broj čestica u roju. Donja i gornja granica ograničavaju prostor pretraživanja traženog rješenja. Početni roj sadržava nasumično generirane početne vrijednosti traženih parametara unutar definirane donje i gornje granice te vrijeme zastoja definira vrijeme u kojem se ne pojavljuje bolje rješenje od trenutnog. Opcija Parallel computing omogućava Matlabu da iskoristi 100% resursa računalnog procesora kako bi se ubrzalo vrijeme izvršavanja same optimizacije.

Matlab skripta u kojoj se poziva funkcija cilja i optimizacija rojem čestica, te se definiraju postavke optimizacije može se pogledati u prilogu 4 ovog diplomskog rada. Korištenje skripte bit će opisano dalje u tekstu.

Prvo je potrebno učitati mjerene vrijednosti stvarnog sustava u radni prostor Matlabu te upisati sve poznate parametre asinkronog motora i istosmjernog generatora. Vektor  $\mathbf{x}$  sadrži nepoznati moment tromosti i radni otpor tereta istosmjernog generatora. Prilikom definiranja postavki optimizacije postavlja se broj varijabli na 2 te gornja i donja granica mogućih rezultata momenta tromosti i radnog otpora. Gornja granica momenta tromosti postavljena je na  $1 \text{ kgm}^2$  jer nije realno očekivati vrijednosti veće od  $1 \text{ kgm}^2$  u ovom slučaju. Donja granica momenta tromosti postavljena je na  $0 \text{ kgm}^2$  jer moment tromosti nikada ne može biti jednak  $0 \text{ kgm}^2$ . Iznos momenta tromosti dobiven izračunom iz pokusa zaustavljanja sustava, koji je prethodno opisan u diplomskom radu, je  $0.129 \text{ kgm}^2$ . Za otpor tereta gornja granica postavljena je na  $15 \Omega$  jer je iznos mjerene vrijednosti bio  $9.9 \Omega$ , a donja granica postavljena je na  $0 \Omega$  jer otpor tereta ne može biti jednak  $0 \Omega$ . Uz granice, postavljene su još neke opcije čija je vrijednost određena metodom pokušaja i pogreške, u cilju smanjenja trajanja optimizacije. Veličina roja postavljena je na 100 te je aktivirana opcija Parallel Computing kako bi se ubrzao proces optimizacije. Kreiran je vektor početnih vrijednosti nepoznatih parametara uzimanjem proizvoljnog broja iz intervala gore navedenih granica. Vrijeme zastoja u prvom je mjerenju postavljeno na 5s, a u ostalim mjerenjima na 10s.

U skripti funkcije cilja ponovno se postavljaju poznati parametri asinkronog motora i istosmjernog generatora iz razloga što se pozivanje Simulink modela i pokretanje same simulacije vrši u skripti funkcije cilja. Prilikom pozivanja modela i pokretanja simulacije korištena je naredba *Try/Catch*. Razlog korištenja navedene naredbe je pojava različitih vrijednosti nepoznatih parametara prilikom iteracija koje mogu uzrokovati nestabilno stanje u modelu. Ukoliko se ne koristi *Try/Catch* naredba, prilikom pojave nestabilnog stanja Matlab prekida izvršavanje simulacije. Nakon izvršene simulacije iz radnog prostora Matlabu povlače se vektori simulirane električne brzine i struje armature istosmjernog generatora. Navedeni vektori se, uz mjerene vektore električne brzine i struje armature, prosljeđuju u *for* petlju. U petlji se nalazi kriterij najmanje kvadratne udaljenosti koji oduzima mjerene od simuliranih vrijednosti vektora za svaki uzorak te na taj način računa rezidualne mjerene i simulirane vrijednosti. Duljina *for* petlje ovisi o broju uzoraka, a broj uzoraka ovisi o trajanju mjerenja i odabranoj frekvenciji uzorkovanja. Dobiveni reziduali međusobno se zbrajaju kako bi se dobio jedan broj. Taj broj predstavlja izlaz funkcije cilja, te se teži da njegova vrijednost bude što bliža 0.

Nakon opisivanja općenitog problema estimacije parametara, te objašnjena primjene estimacije parametara i optimizacije funkcije cilja pri određivanju momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora prikazat će se eksperimentalni dio ovog diplomskog rada. Postavljeni eksperiment je terećenje i rasterećivanje istosmjernog generatora. U idućem potpoglavlju će, dakle, biti prikazan laboratorijski postav te proces provođenja mjerenja.

## 4.4. Eksperimentalni dio

Prvi korak pri estimaciji traženih parametara jest izmjeriti i snimiti ponašanje osovinskog spoja prilikom terećenja i rasterećivanja armature istosmjernog generatora u stvarnosti. Sva mjerenja provedena su u Laboratoriju za električne strojeve i pogone Fakulteta elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija u Osijeku.

Kako bi se mogla provesti estimacija nepoznatih parametara potrebno je poznavati ostale parametre asinkronog i istosmjernog stroja. Parametri asinkronog stroja određivani su pomoću upravljačkog ormara koji se nalazi u laboratoriju za električne strojeve. U navedenom upravljačkom ormaru nalazi se frekvencijski pretvarač Danfoss FC - 302. Frekvencijski pretvarač u sebi ima funkciju automatskog određivanja nepoznatih parametara asinkronog motora. Kako bi se navedeni parametri odredili potrebno je asinkroni motor spojiti s frekvencijskim pretvaračem, kako je prikazano slikom 4.8.



**Slika 4.8:** Spajanje asinkronog motora na frekvencijski pretvarač

Uključenje automatskog određivanja nepoznatih parametara obavlja se pomoću upravljačkog panela frekvencijskog pretvarača koji je prikazan slikom 4.9.



**Slika 4.9:** Upravljački panel frekvencijskog pretvarača

Potrebno je ući u glavni izbornik frekvencijskog pretvarača pomoću tipke *Mainmenu* te omogućiti opciju automatskog određivanja nepoznatih parametara *AMA* (eng. *Automatic Motor Adaptation*). Parametri određeni pomoću frekvencijskog pretvarača prikazani su tablicom 4.1.

**Tab. 4.1:** Parametri asinkronog motora

Otpor statora $R_s$	1.1507 $\Omega$
Otpor rotora $R_r$	1.0107 $\Omega$
Reaktancija statora $X_{Ls}$	1.7289 $\Omega$
Reaktancija rotora $X_{Lr}$	1.7289 $\Omega$
Glavna reaktancija $X_m$	39.5977 $\Omega$

Za određivanje parametara istosmjernog generatora korišten je regulator istosmjernih pogona Siemens Simoreg. Dobiveni parametri istosmjernog generatora prikazani su tablicom 4.2.

**Tab. 4.2:** Parametri istosmjernog generatora

Otpor armature $R_a$	0.54 $\Omega$
Otpor uzbude $R_f$	135 $\Omega$
Induktivitet armature $L_a$	13.1 mH
Induktivitet uzbude $L_f$	11.6 H
Međuinduktivitet $L_m$	0.93 H

Tablice 4.3 i 4.4 prikazuju natpisne pločice korištenog asinkronog motora i istosmjernog generatora.

**Tab. 4.3:** *Natpisna pločica asinkronog motora*

Napon trokut/zvijezda	400/690 V
Struja trokut/zvijezda	8, 8/5, 1 A
Frekvencija	50 Hz
Nazivna snaga	4 kW
$\cos \varphi$	0, 75
Nazivna brzina vrtnje	1440 min <sup>-1</sup>
Tip motora	E5AZ 112M-4T

**Tab. 4.4:** *Natpisna pločica istosmjernog generatora*

Napon armature	220 V
Struja armature	36, 5 A
Napon uzbude	220 V
Struja uzbude	1.5 A
Nazivna snaga	6, 5 kW
Nazivna brzina vrtnje	1480 min <sup>-1</sup>
Tip motora	Siemens - Schuckert GM 85

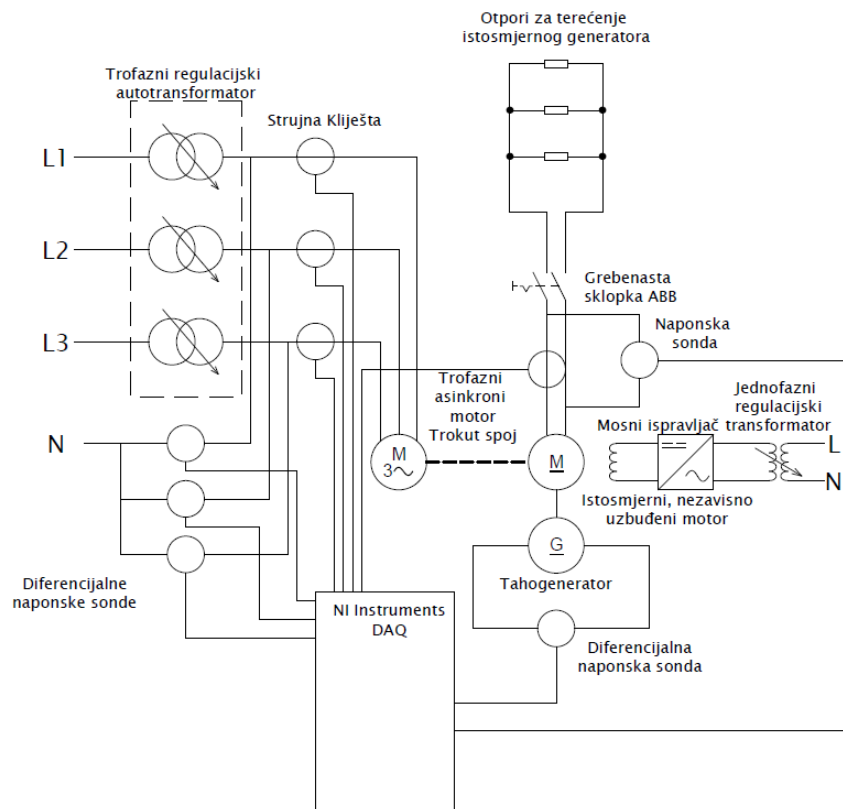
Nakon određivanja ostalih parametara asinkronog motora i istosmjernog generatora potrebno je izmjeriti i snimiti ponašanje osovinskog spoja. Osovinski spoj na kojem su provedena mjerenja prikazan je slikom 4.10.





Slika 4.10: *Osovinski spoj*

Za snimanje mjerenih vrijednosti korištena je DAQ (eng. *Data acquisition*) kartica National Instruments DAQ USB - 6212 i programski paket Nation Instruments Signal Express. Kako bi se provela mjerenja potrebno je mjernu opremu te asinkroni motor i istosmjerni generator spojiti prema shemi na slici 4.11.

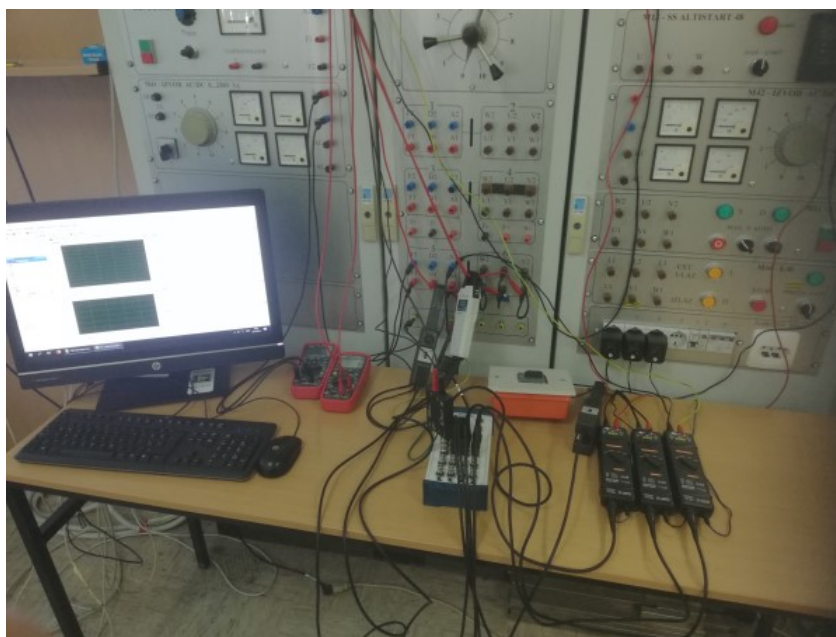


Slika 4.11: *Shema spoja*

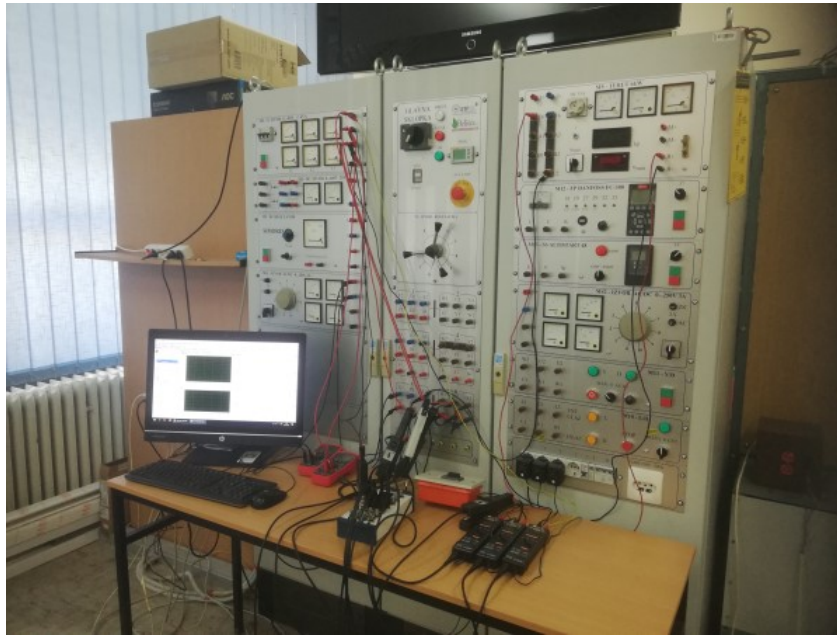
Asinkroni motor u spoju trokut napajan je iz laboratorijskog upravljačkog ormara sa modula trofaznog regulacijskog izvora. Uzbudni krug istosmjernog generatora napajan je iz modula jednofaznog regulacijskog izvora s mosnim ispravljačem. Radni otpori tereta istosmjernog generatora također se nalaze unutar laboratorijskog upravljačkog ormara.

Brzina je snimana pomoću tahogeneratora koji se nalazi na osovini istosmjernog generatora. Za snimanje faznih napona mreže, napona armature i brzine vrtnje korištene su diferencijalne sonde GW - Instek i naponska mjerna sonda IOTech. Za snimanje linijskih struja, te struje armature korištena su strujna kliješta. Napon i struja uzbude su konstantne pa nisu snimane već su kontrolirane putem digitalnih mulimetara. Za uklop i isklup radnog otpora tereta istosmjernog generatora korištena je četveropolna grebenasta sklopka nazivne struje 63A, marke ABB.

Na slikama 4.12 i 4.13 prikazana je stvarna mjerna oprema u laboratoriju za električne strojeve.



**Slika 4.12:** *Mjerni postav*



**Slika 4.13:** *Mjerni postav*

Slika 4.14 prikazuje improviziranu sklopku za uklop i isklon radnog tereta istosmjernog generatora. Važno je napomenuti da je nužno prekidati i plus i minus priključnicu istosmjernog generatora kako ne bi došlo do pojave strujnog luka prilikom isklona tereta.



**Slika 4.14:** *Grebenasta sklopka marke ABB*

Provedeno je pet uzastopnih mjerenja radi ponovljivosti i mogućnosti izrade deskriptivne statistike dobivenih rezultata. Mjerenja su provedena prema sljedećim koracima :

1. Uključenje modula trofaznog regulacijskog transformatora za asinkroni motor
2. Uključenje modula jednofaznog regulacijskog transformatora za uzbudu
3. Podešavanje napona uzbude na željenu vrijednost
4. Zalet asinkronog motora
5. Podešavanje otpora tereta na treći stupanj
6. Pokretanje programa za snimanje mjerenih vrijednosti
7. Uključenje sklopke za terećenje
8. Isključenje sklopke za terećenje
9. Ponavljanje pet uzastopnih mjerenja
10. Zaustavljanje asinkronog motora i gašenje upravljačkog ormara

Kako je provedeno pet uzastopnih mjerenja te je za svako mjerenje provedeno pedeset estimacija momenta tromosti i pedeset estimacija momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora, potrebno je provesti statističku analizu dobivenih vrijednosti momenta tromosti i radnog otpora istosmjernog generatora te statističku analizu reziduala. Statistička analiza se provodi kako bi se dokazalo dolaze li dobiveni rezultati estimacije parametara iz normalne razdiobe ili ne. Osim toga potrebno je prikazati relativnu pogrešku dobivenih rezultata estimacije u odnosu na vrijednost dobivenu klasičnim metodama određivanja i provjeriti preciznost i ponovljivost estimacije parametara u ovom slučaju. Ocjena preciznosti i ponovljivost opisat će se u idućem potpoglavlju.

## 4.5. Ocjena preciznosti estimacije parametara

U ovom potpoglavlju će se definirati moguće pogreške nastale prilikom mjerenja u laboratoriju te provođenja procesa estimacije parametara. Prikazat će se način određivanja relativne pogreške u odnosu na vrijednosti dobivene standardnim metodama određivanja momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora te će se opisati postupak statističke analize rezultata estimacije i reziduala. Više o mjernim pogreškama i statističkoj analizi podatak može se pronaći u literaturama kao što su [11], [12] i [13].

Osnovni je cilj svakog mjerenja odrediti stvarnu vrijednost neke mjerene veličine. Prilikom mjerenja, bez obzira na odabranu metodu mjerenja, dolazi do određenog odstupanja mjerene vrijednosti od stvarne vrijednosti. Veličina odstupanja ovisi o točnosti i preciznosti odabranog mjernog postupka. Takva odstupanja nazivaju se apsolutne pogreške. Kako bi se ocijenila točnost neke mjerne metode koristi se relativna pogreška koja se računa prema izrazu (4-16) [13].

$$R = \frac{x_i - x_p}{x_p} 100\% \quad (4-16)$$

gdje je  $x_i$  izmjerena vrijednost, a  $x_p$  prava vrijednost. Dobivena relativna pogreška prema izrazu (4-16) izražena je u postotcima. Pogreške koje nastaju prilikom mjerenja neke veličine mogu se, prema literaturi [13], podijeliti u tri vrste :

- Grube pogreške - pogreške koje nastaju nepažnjom ispitivača, krivog podešenja mjernog instrumenta te općenito izborom krive metode mjerenja. Kod mjerenja s analognim instrumentima navedena pogreška se može pojaviti zbog paralakse. Paralaksa je krivo očitana vrijednost koja nastaje zbog krivog kuta pogleda na analogni mjerni instrument.
- Sistematske pogreške - Pogreške koje nastaju zbog nesavršenosti mjerila, mjera, mjernog postupka te zbog utjecaja okoline. Sistematske pogreške mogu se uzeti u obzir putem korekcije.
- Slučajne pogreške - pogreške uslijed neobuhvatljivih i neizbježnih promjena u mjerilima, mjerama, mjernim objektima i utjecajima okoline i samog ispitivača

U ovom diplomskom radu najzanimljivije su slučajne pogreške zbog ponavljanja istog mjerenja više puta. Prilikom provođenja većeg broja mjerenja iste veličine dolazi do odstupanja i rasiapanja oko neke vrijednosti. Slučajne pogreške uzrok su raspivanja dobivenih rezultata oko neke vrijednosti. Slučajne pogreške nastaju zbog različitih razloga. Neki od njih, koji su bitni za ovaj diplomski rad su pogreške zbog promjenjivih otpora kontakta, šumova i smetnji elektroničkih mjernih instrumenata te pogreške zbog stohastičnosti izabrane metode optimizacije funkcije cilja.

Preciznost odabrane metode optimizacije funkcije cilja ispitat će računanjem relativne pogreške prikazane izrazom (4-16) te provođenjem statističke obrade rezultata estimacije parametara i reziduala.

### 4.5.1 Statistička analiza ponovljenih estimacija

Kako bi bili sigurni da je estimacija parametara u ovom diplomskom radu dovoljno precizna i ponovljiva potrebno je provesti statističku analizu dobivenih rezultata estimacije. Sada će se opisati način provođenja statističke analize ponovljenih estimacija te način računanja mjera raspršenosti rezultata prema literaturama [11], [12] i [13]. U statističkoj analizi provest će se i testiranje razdiobe dobivenih rezultata estimacije.

Mjere raspršenosti i centralne tendencije su, uz relativnu pogrešku, glavne vrijednosti za ispitivanje preciznosti neke mjerne metode. Kao i kod klasičnih mjernih metode gdje se koriste analogni i digitalni instrumenti identična statistička analiza može se provesti i na metodi estimacije parametara. Mjere centralne tendencije i raspršenosti rezultata korištene pri provođenju statističke analize ponovljenih estimacija su :

- Aritmetička sredina
- Varijanca
- Standardna devijacija

Aritmetička sredina definira se dobro poznatim izrazom (4-17).

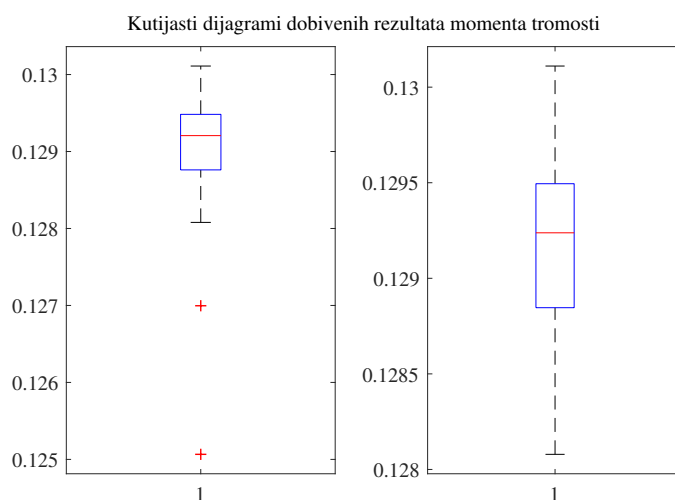
$$\bar{y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (4-17)$$

Aritmetička sredina predstavlja srednju vrijednost nekog niza podataka. Uz aritmetičku sredinu izračunat će se i standardna devijacija te varijanca dobivenih rezultata estimacije. Standardna devijacija računa se dobro poznatim izrazom (4-18)

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2} \quad (4-18)$$

gdje je,  $n$  broj mjerenja,  $y_i$  mjerena vrijednost  $i$ -tog mjerenja te  $\bar{y}_n$  aritmetička sredina svih mjerenih vrijednosti. Prema navedenom izrazu može se zaključiti da standardna devijacija karakterizira raspršenost dobivenih rezultata oko aritmetičke sredine. Što je raspršenost podataka manja, to je mjerna metoda preciznija.

Zbog velikog broja ponovljenih estimacija u svakom mjerenju moguća je pojava stršćih vrijednosti (eng. *outlier*). Stršća vrijednost definira se kao vrijednost u dobivenom nizu podataka koja je značajno veća ili manja od ostalih vrijednosti. Detekciju stršćih vrijednosti najlakše je provesti koristeći se kutijastim dijagramom (eng. *boxplot*). Kutijastim dijagramom se prikazuje odnos gore navedenih numeričkih karakteristika niza podataka i moguće stršće vrijednosti, kako je prikazano slikom 4.15.



Slika 4.15: Kutijasti dijagram

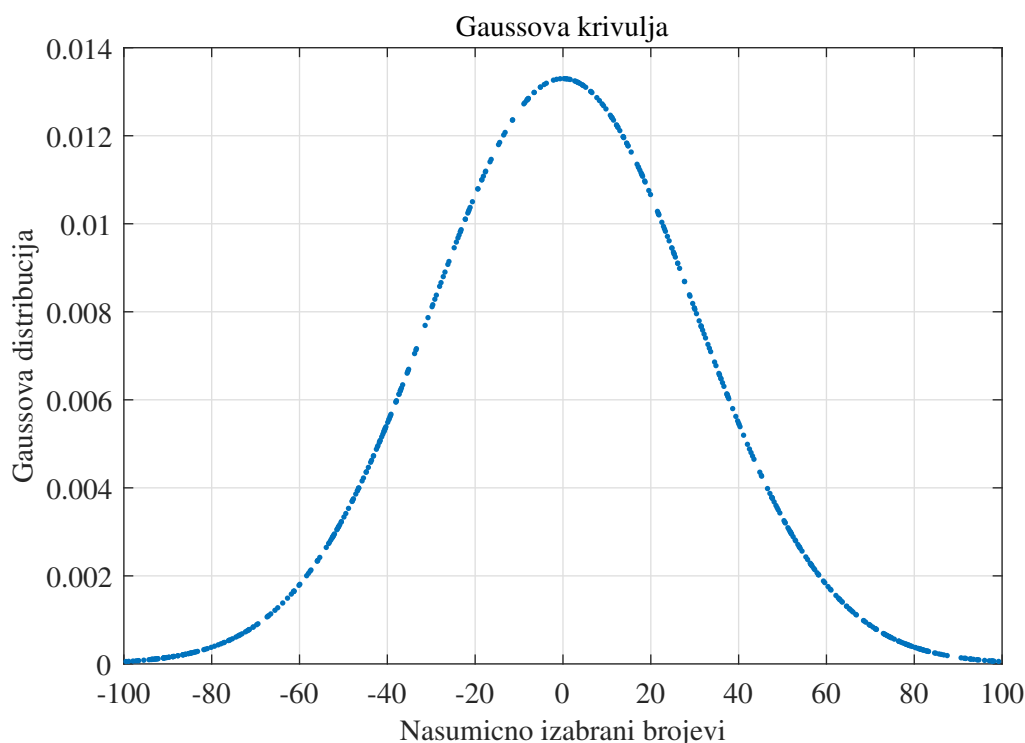
Na prikazanom kutijastom dijagramu vidljive su dvije stršee vrijednosti označene crvenim plusom. Najčešći razlozi pojave stršeeh vrijednosti su krivo uneseni ili netočno izmjereni podaci, podatak dolazi iz druge populacije ili točno izmjeren podatak koji predstavlja rijetku pojavu u populaciji [11].

Nakon prikaza postupka ocjenjivanja estimacije parametara provest će se i testiranje normalne razdiobe dobivenih rezultata estimacije. Testiranje normalne razdiobe vrlo je važno za točnost statističkih analiza jer se mnogi statistički testovi temelje na tome da podaci dolaze iz normalne distribucije [11].

Normalna razdioba definirana je, prema literaturi [13], funkcijom gustoće vjerojatnosti (4-19).

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}_0}{\sigma}\right)^2} \quad (4-19)$$

gdje je  $\bar{x}_0$  aritmetička sredina beskonačnog skupa te  $\sigma$  standardna devijacija beskonačnog skupa. Funkcija vjerojatnosti (4-19) može se prikazati i grafički, slikom 4.16.



**Slika 4.16:** Grafički prikaz normalne razdiobe [26]

Na slici su prikazane i vrijednosti standardnih devijacija. Vjerojatnost  $P_{(x_1 < x < x_2)}$  da će varijabla  $x$  poprimiti neku vrijednost između odabranih intervala  $x_1$  i  $x_2$  dobiva se integriranjem funkcije vjerojatnosti (4-19) u granicama od  $x_1$  do  $x_2$ . Integriranjem funkcije vjerojatnosti zapravo se računa površina ispod krivulje prikazane slikom 4.16 unutar granica  $x_1$  i  $x_2$ . Za te granice najčešće se postavlja izračunata standardna devijacija  $\sigma$  te višekratnici standardne devijacije  $2\sigma$ ,  $3\sigma$  ili  $4\sigma$  [13]. Ukoliko se većina dobivenih rezultata mjerenja nalazi u intervalu  $\sigma$ , postignuta je mala raspršenost dobivenih rezultata te visoka preciznost mjerne metode.

Kako bi se testirala normalna razdioba dobivenih rezultata postavljaju se, prema literaturi [11], dvije hipoteze :

- $H_0$  - podaci dolaze iz normalne distribucije
- $H_1$  - podaci ne dolaze iz normalne distribucije

Kao alat za testiranje normalne distribucije korišten je Shapiro - Wilk test u programskom paketu RStudio. Skripta za pozivanje Shapiro - Wilk testa u programu RStudio može se pogledati u prilogu 4, a više o samom testu može se pronaći u literaturama kao što su [14]. Nakon provođenja Shapiro - Wilk testa uz odabranu razinu pouzdanosti  $\alpha$ , dobiva se p - vrijednost. Ukoliko je dobivena p - vrijednost manja od razine značajnosti  $\alpha$  odbacuje se hipoteza  $H_0$  i prihvaća hipoteza  $H_1$  te se zaključuje da dobiveni rezultati estimacije ne dolaze iz normalne razdiobe.

Nakon opisivanja provedenog postupka statističke analize dobivenih rezultata optimizacije dalje će se u tekstu opisati statistička analiza optimalnih reziduala.

#### 4.5.2 Statistička analiza optimalnih reziduala

Kao što je već navedeno ranije u diplomskom radu, reziduali su izlazne pogreške karakterizirane razlikama između mjerenih i izračunatih odabranih veličina. U ovom diplomskom radu provedena je statistička analiza reziduala mjerene i simulirane električne brzine te mjerene i simulirane struje armature istosmjernog generatora. Za reziduala će se također računati srednja vrijednost kao i relativna pogreška kao i za rezultate estimacije te dodatne mjere centralne tendencije i raspršenosti podataka koje će se opisati dalje u tekstu prema literaturama [11] i [12].

Izračunate mjere centralne tendencije i raspršenosti u statističkoj analizi optimalnih reziduala su sljedeće :

- Medijan
- Minimalna i maksimalna vrijednost
- Donji i gornji kvartil
- Interkvartilni raspon
- Aritmetička sredina
- Standardna devijacija

Medijan je mjera centralne tendencije karakterizirana činjenicom da je barem pola podataka u nizu manje ili jednako medijanu, a barem pola podataka u nizu veće ili jednako medijanu. Izračun medijana ovisi o broju podataka u nizu. Ukoliko niz sadrži paran broj podataka ne postoji podatak koji se nalazi na srednjem mjestu, već ga zauzimaju dva podatka. U tom slučaju medijan se definira kao aritmetička sredina dvaju podataka koji zauzimaju srednju poziciju. U slučaju neparnog broja podataka, postoji podatak koji se nalazi na srednjem mjestu te se taj podatak definira kao medijan. Važno je napomenut kako se prilikom izračuna medijana niz podataka mora poredati po veličini [11].

Kako bi se definirali donji i gornji kvartil potrebno je odrediti postotnu vrijednost podatka. Postotna vrijednost označit će se s  $y_p$ , a definira se tako da je barem  $a\%$  izmjerenih podataka manje ili jednako  $y_p$ , a barem  $(100 - a\%)$  podataka veće ili jednako  $y_p$ . Donji kvartil tada odgovara dvadeset pet postotnoj vrijednosti, a gornji kvartil sedamdeset pet postotnoj vrijednosti [11].

Minimalna i maksimalna vrijednost također spadaju pod mjere raspršenosti podataka te definiraju raspon podataka. Raspon podataka definira se kao razlika minimalne i maksimalne vrijednosti izmjerenog niza podataka, kako je prikazano jednadžbom (4-20) [11].

$$r = y_{max} - y_{min} \quad (4-20)$$



Interkvartilni raspon  $IQR$  definira se kao razlika gornjeg kvartila  $Q_3$  i donjeg kvartila  $Q_1$ , što se matematički zapisuje jednadžbom (4-21) [11].

$$IQR = Q_3 - Q_1 \quad (4-21)$$

Uz objašnjeni postupak statističke analize reziduala izračunat će se i postotna pogreška efektivne vrijednosti reziduala u odnosu na efektivnu vrijednost mjerene veličine, prema izrazu (4-22).

$$p_{rel} = \frac{x_{rms}}{x'_{rms}} 100 \quad [\%] \quad (4-22)$$

gdje je  $x_{rms}$  efektivna vrijednost reziduala te  $x'_{rms}$  efektivna vrijednost mjerene veličine. Navedena relativna pogreška računa se kako bi se prikazala postotna vrijednost reziduala u odnosu na stvarnu mjerenu vrijednost.

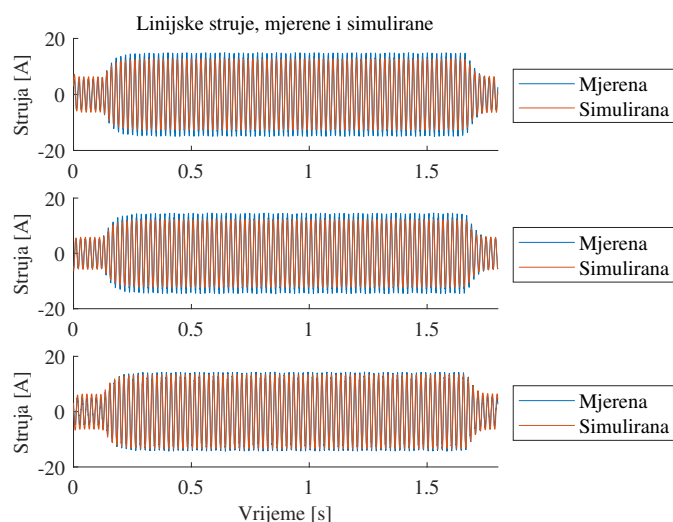
Nakon detaljnog objašnjenja osnovnog problema estimacije te definiranja stvarnog sustava, modela, funkcije cilja i optimizacije funkcije cilja te objašnjenja provedene statističke analize dobivenih rezultata estimacije i reziduala, u idućem poglavlju prikazat će se rezultati estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora te rezultati provedenih statističkih analiza i Shapiro - Wilk testa.

## 5. Analiza dobivenih rezultata

U ovom poglavlju prikazat će se rezultati estimacije momenta tromosti te rezultati estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora. Uz prikaz rezultata provest će se i statistička analiza dobivenih rezultata estimacije te statistička analiza optimalnih reziduala kako je opisano u poglavlju pet ovog diplomskog rada. Na temelju provedene statističke analize ocijenit će se uspješnost provedbe estimacije parametara u ovom slučaju te njena preciznost i ponovljivost.

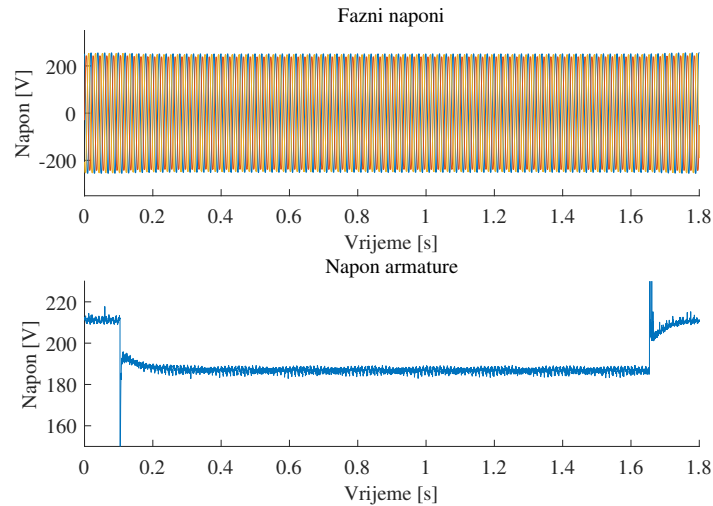
### 5.1. Rezultati estimacije momenta tromosti

U ovom poglavlju bit će prikazani rezultati optimizacije momenta tromosti i statistička obrada dobivenih momenata tromosti te statistika reziduala mjerene i simulirane brzine vrtnje te mjerene i simulirane struje armature istosmjernog generatora. Za prva dva mjerenja prikazat će se grafički prikaz faznih napona, napona armature, mjerene i simulirane linijske struje te mjerene i simulirane brzine. Grafički prikazi za ostala mjerenja nalaze se u prilogu 1. Statistička analiza dobivenih vrijednosti momenta tromosti te statistička analiza reziduala bit će prikazana za prva dva mjerenja. Statistička analiza ostalih mjerenja nalazi se u prilogu 1. Optimizacija momenta tromosti rojem čestica provedena je u programskom paketu Matlab. Skripte za pozivanje optimizacije rojem čestica i definiranje funkcije cilja prikazane su u prilogu 3 ovog diplomskog rada, skripte za provedbu statističke analize u prilogu 4. Kako je provedeno pedeset ponovljenih estimacija, za svako mjerenje nasumično će se odabrati rezultati jedne od estimacija te će se prikazati. Nakon prikaza rezultata simulacije provest će se statistička obrada dobivenih momenata tromosti kako bi se moglo dokazati jesu li dobiveni rezultati normalno distribuirani. Slika 5.2 prikazuje snimljene fazne napone i napon armature istosmjernog generatora. Snimljeni fazni naponi korišteni su u Simulink modelu kao ulazne vrijednosti za asinkroni motor.



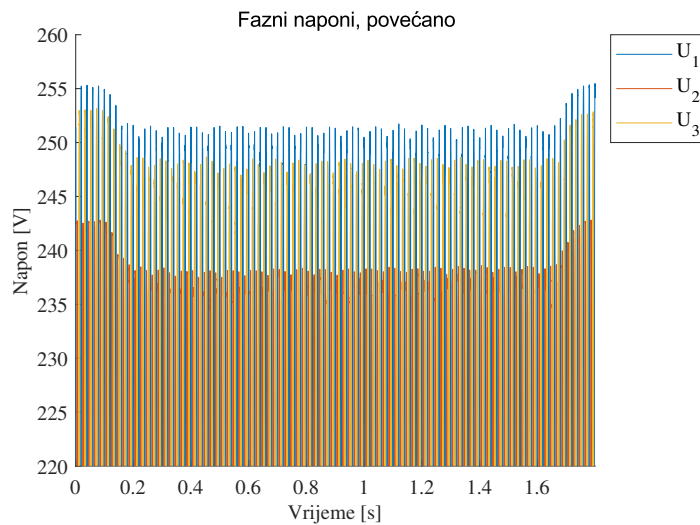
**Slika 5.1:** *Linijske struje, mjerenje 1*

Slika 5.2 prikazuje snimljene fazne napone u laboratoriju.



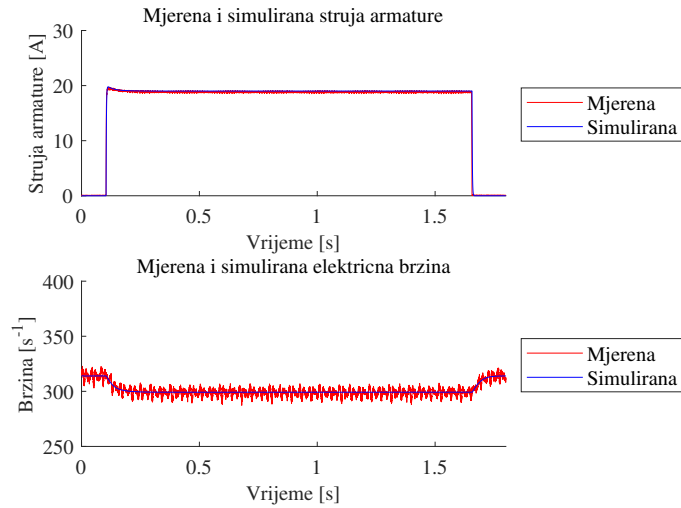
**Slika 5.2:** Napon armature i fazni naponi, mjerenje 1

U trenutku uključivanja radnog otpora tereta u armaturni krug istosmjernog generatora vidljiv je propad faznih napona mreže, kako je prikazano slikom 5.3. Slika 5.3 je uvećan prikaz slike 5.2 radi boljeg prikaza propada napona.



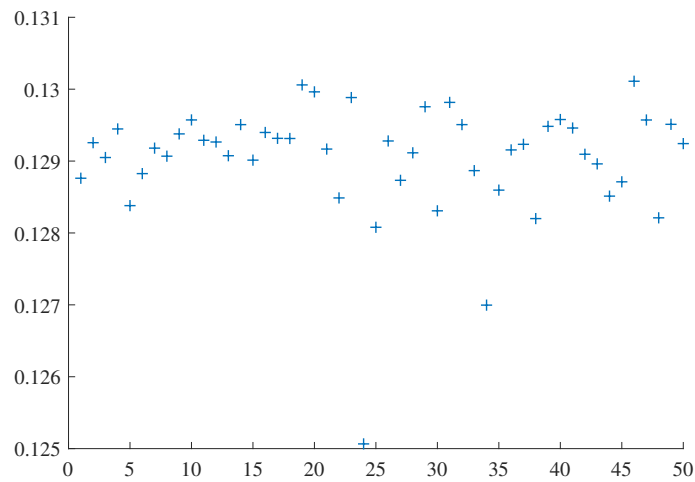
**Slika 5.3:** Povećan grafički prikaz faznih napona za mjerenje 1

Propad se pojavljuje zbog utjecaja meke mreže. Može se primijetiti da vrijednosti faznih napona nisu jednake zbog utjecaja nesimetrije mreže. Nesimetrija mreže pojavljuje se zbog toga što sve tri faze nisu opterećene jednakim vrijednostima i karakteristikama impedancije trošila. Slika 5.1 prikazuje mjerene i simulirane linijske struje asinkronog motora. U trenutku opterećenja primjećuje se skok linijskih struja radi opterećivanja asinkronog motora na osovini, a u trenutku rasterećenja primjećuje se pad struje radi smanjenja momenta tereta na osovini asinkronog motora. Mjerene linijske struje su, prema dijagramu, u fazni sa simuliranim linijskim strujama što znači da je ispravno napravljena Clarkova i Parkova transformaciju u Simulink modelu. Slika 5.4 prikazuje mjerenu i snimljenu električnu brzinu vrtnje sustava te mjerenu i simuliranu struju armature istosmjernog generatora.



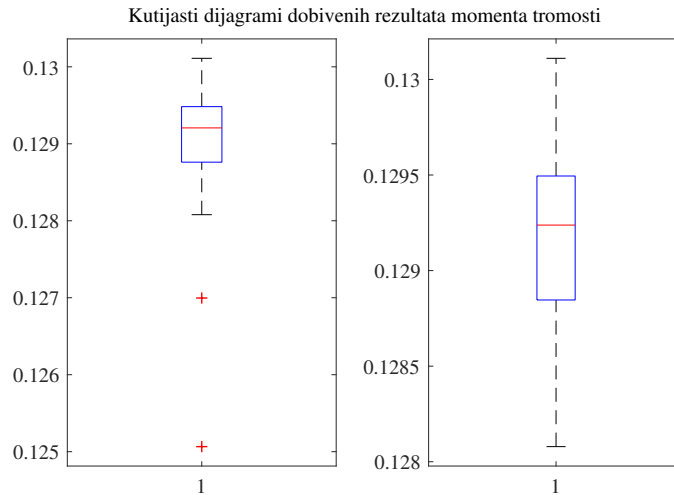
**Slika 5.4:** Električna brzina vrtnje i struja armature za mjerenje 1

Tranzijent simulirane brzine vrtnje i struje armature odgovara tranzijentu mjerene brzine vrtnje i struje armature pa se može zaključiti da je optimizacija odrađena uspješno. Nakon prikazivanja rezultata optimizacije provest će se statistička obrada dobivenih momenata tromosti. Na slici 5.5 je grafički prikaz dobivenih vrijednosti momenata tromosti za svih pedeset optimizacija provedenih u prvom mjerenju.



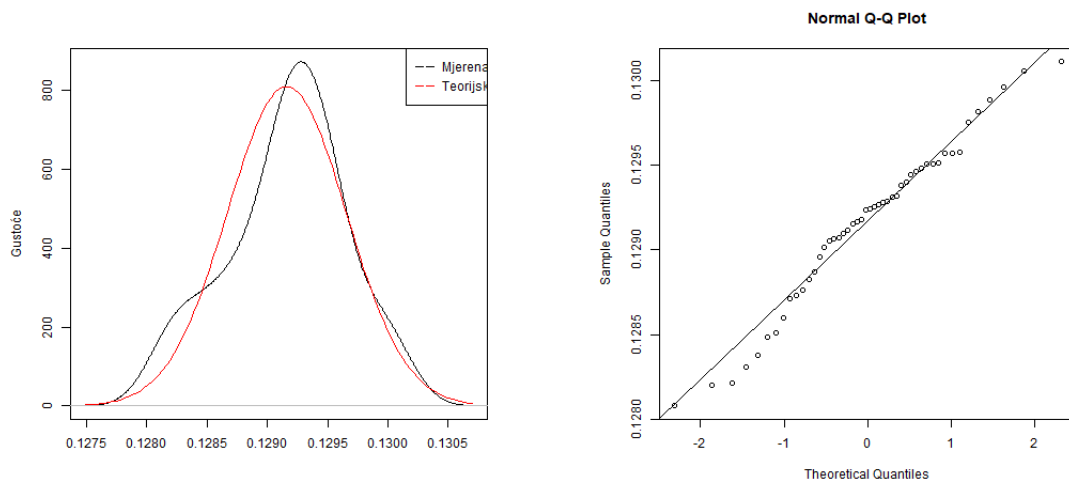
**Slika 5.5:** Dobivene vrijednosti momenta tromosti u prvom mjerenju

Prvi korak je napraviti kutijasti dijagram dobivenih vrijednosti, koji je prikazan slikom 5.6.



**Slika 5.6:** Kutijasti dijagram momenata tromosti

Kako je vidljivo iz slike 5.6, postoje dvije stršeće vrijednosti koje se trebaju ukloniti iz statističke analize. Nakon uklanjanja stršećih vrijednosti dobiva se kutijasti dijagram prikazan slikom 5.6 desno. Dobiveni kutijasti dijagram nakon uklanjanja stršećih vrijednosti je simetričan pa se može pretpostaviti da su dobiveni momenti tromosti normalno distribuirani. Za potpunu sigurnost potrebno je provesti Shapiro-Wilk test. Slika 5.7a prikazuje funkciju gustoće dobivenih rezultata momenata tromosti i teorijsku funkciju gustoće normalne distribucije.



(a) Funkcije gustoće normalne distribucije

(b) Q-Q graf

**Slika 5.7:** Funkcija gustoće i Q-Q graf za mjerenje 1

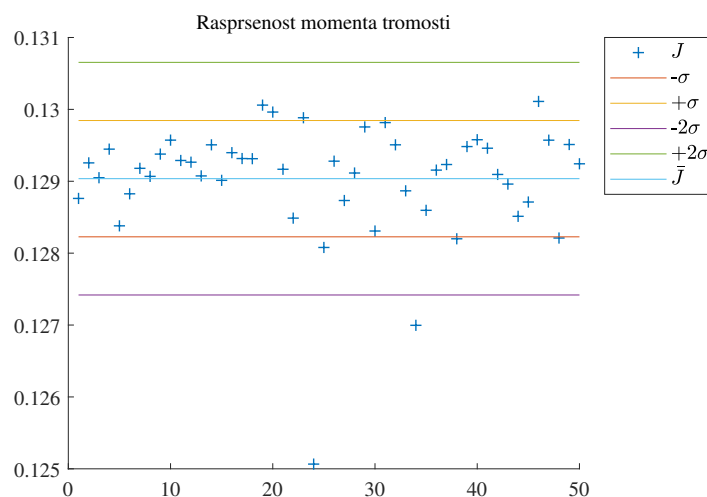
Može se primijetiti da funkcija gustoće dobivenih rezultata relativno dobro prati teorijsku normalnu razdiobu. Na slici 5.7b pravac predstavlja regresijski pravac, a točkice predstavljaju dobiveni moment tromosti za svako mjerenje.

Naposljetku, potrebno je provesti Shapiro - Wilk test normalne razdiobe. Za test je odabrana razina značajnosti 0.05. Rezultati Shapiro - Wilk testa prikazani su tablicom 5.1.

**Tab. 5.1:** *Rezultati Shapiro-Wilk testa za mjerenje 1*

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
$H_0$	Podaci su normalno distribuirani
$H_1$	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	0.3597

Postavljene su dvije hipoteze.  $H_0$  i  $H_1$ , kako je vidljivo u tablici. Dobivena p-vrijednosti iznosi 0.3597, što je veće od 0.05. Prihvaća se nul-hipoteza, dobivene vrijednosti momenta tromosti dolaze iz normalne razdiobe. Slika 5.8 prikazuje raspršenost dobivenih momenata tromosti. Može se primjetiti kako je većina dobivenih vrijednosti unutar intervala  $[\sigma, -\sigma]$ , a da se manji broj dobivenih vrijednosti nalazi unutar prostora  $[2\sigma, -2\sigma]$ , te se može zaključiti da dobivene vrijednosti nisu značajno raspršene.



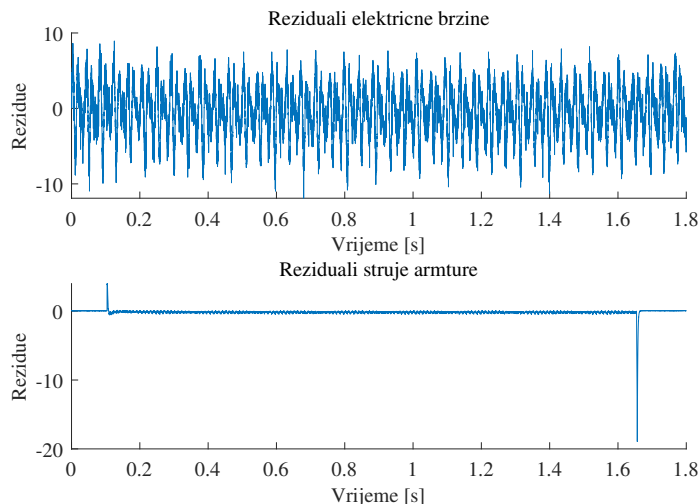
**Slika 5.8:** *Raspršenost dobivenih momenata tromosti*

U tablici 5.2 prikazani su rezultati statističke obrade dobivenih vrijednosti momenta tromosti.

**Tab. 5.2:** *Rezultati statističke obrade*

Standardna devijacija $\sigma_J$	$4.953e^{-4}$
Varijanca $V_J$	$2.432e^{-7}$
Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.1290

Nakon dokazivanja normalne razdiobe dobivenih rezultata potrebno je napraviti statističku obradu reziduala mjerene i simulirane električne brzine i struje armature istosmjernog generatora. Statistička obrada reziduala provedena je u programskom paketu Matlab, a skripta se nalazi u Prilogu 5. Na slici 5.9 prikazani su reziduali mjerene i simulirane električne brzine i struje armature generatora.



**Slika 5.9:** *Reziduali mjerenje 1*

Na grafičkom prikazu reziduala struje armature vidljivi su skokovi u trenucima uklopa i isklopa radnog tereta istosmjernog generatora. Uzrok pojave navedenih reziduala je vremensko poravnavanje uklopa i isklopa radnog tereta u simulaciji prema vremenima uklopa i isklopa radnog tereta u stvarnim mjerenjima.

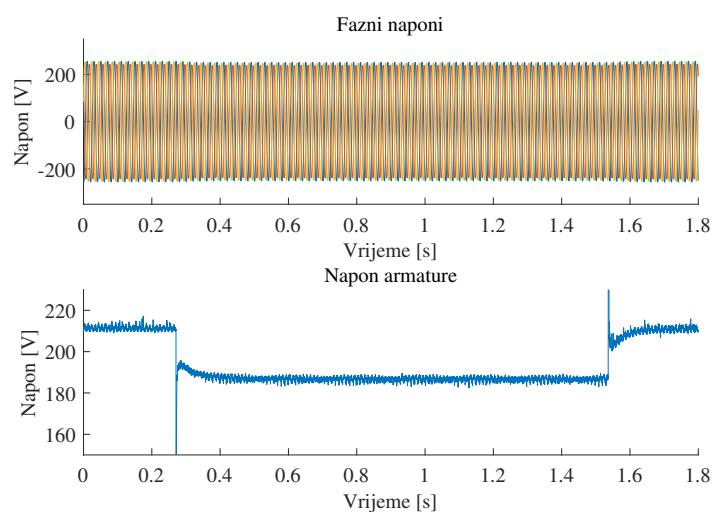
Statistička analiza optimalnih reziduala napravljena je prema poglavlju 4.5.2 ovog diplomskog rada, a rezultati su prikazani tablicom 5.3.

**Tab. 5.3:** *Rezultati statističke analize optimalnih reziduala - mjerenje 1*

	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.465 \text{ s}^{-1}$	$-0.135 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$8.963 \text{ s}^{-1}$	$3.993 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.269 \text{ s}^{-1}$	$0.539 \text{ A}$
Medijan	$-0.430 \text{ s}^{-1}$	$-0.122 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.760 \text{ s}^{-1}$	$-0.191 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.055 \text{ s}^{-1}$	$-0.039 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.815 \text{ s}^{-1}$	$0.152 \text{ A}$
<i>RMS</i>	$3.301 \text{ s}^{-1}$	$0.556 \text{ A}$
Relativna pogreška	$1.097 \%$	$3.173 \%$

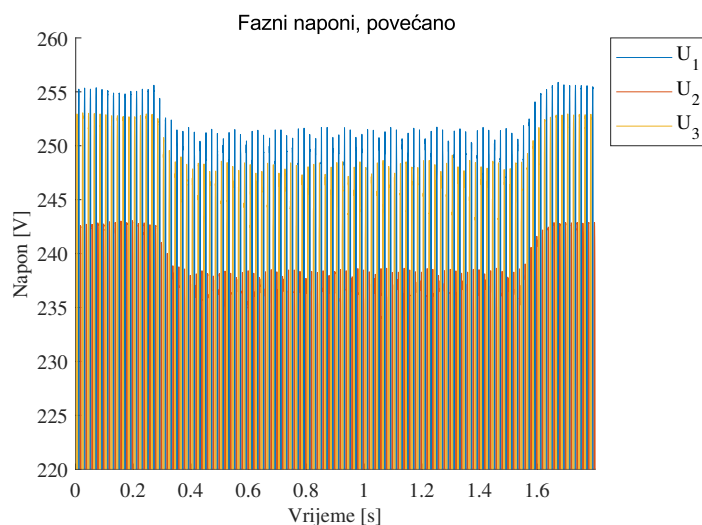
Relativna pogreška definirana je kao omjer efektivne vrijednosti reziduala brzine i efektivne vrijednosti mjerene brzine. Dobivena relativna pogreška brzine iznosi 1.097%, a struje 3,173%. Pogreške su vrlo male, a uzrokovane su ljudskim faktorom pri mjerenju ili nemogućnošću metode optimizacije da odredi točan globalni minimum funkcije cilja. Prema dobivenim podacima iz statističke analize dobivenih vrijednosti momenta tromosti i statističke obrade reziduala može se zaključiti da je optimizacija uspješno provedena i postavljena, te da daje dovoljno točne i precizne rezultate momenta tromosti.

Vrijeme zastoja algoritma optimizacije rojem čestica u prvom mjerenju postavljeno je na 5s. U drugom mjerenju, koje će biti iduće prikazano, vrijeme zastoja postavljeno je na 10s. Slika 5.10 prikazuje snimljene fazne napone mreže te napon armature istosmjernog generatora.



**Slika 5.10:** Napon armature istosmjernog generatora i fazni naponi mreže

Na grafičkom prikazu snimljenih faznih napona mreže može se uočiti propad napona u trenutku uklopa tereta istosmjernog generatora. Kako bi propad bio uočljiviji prikazat će se uvećani grafički prikaz faznih napona slikom 5.11.

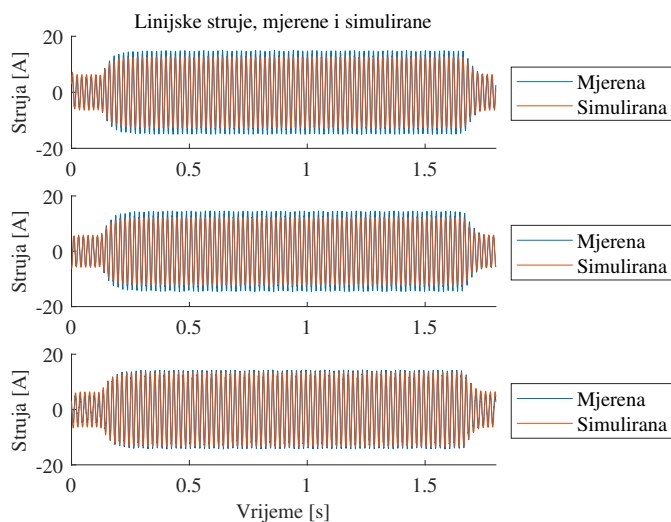


**Slika 5.11:** Uvećani prikaz faznih napona za mjerenje 2



Propad napona, kao i u mjeranju 1, pojavljuje se radi utjecaja meke mreže. Također je vidljivo da vrijednosti pojedinih faznih napona nisu jednake zbog utjecaja nesimetrije mreže. Kako su dobiveni grafovi faznih napona mreže i napona armature istosmjernog generatora slični, prikazani su u prilogu 1. U ostalim mjeranjima je također prisutan propad napona te nejednaka vrijednost pojedinih faznih napona.

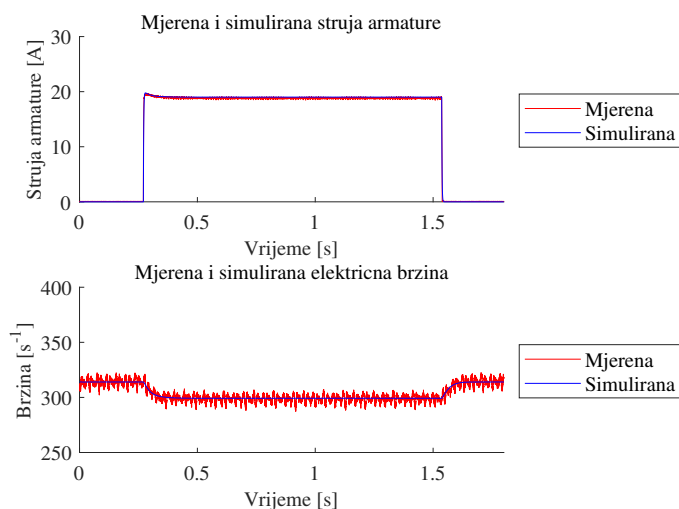
Slika 5.12 prikazuje mjerene i simulirane linijske struje asinkronog motora.



**Slika 5.12:** *Mjerene i simulirane linijske struje asinkronog motora*

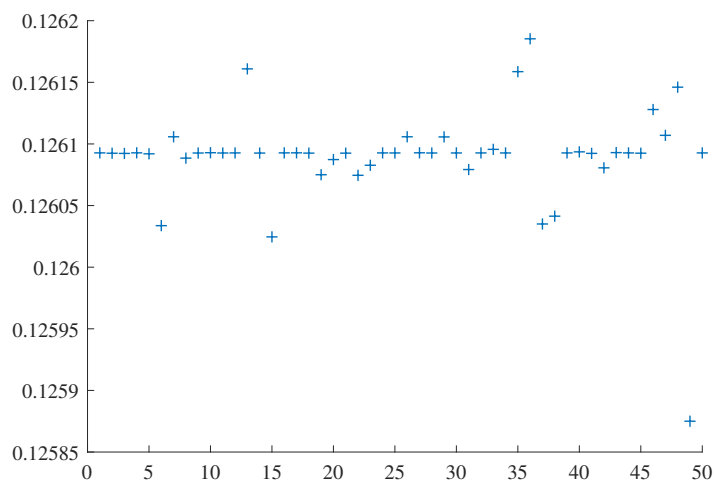
Na grafičkom prikazu linijskih struja asinkronog motora može se primijetiti da su mjerene i simulirane struje međusobno u fazi iz čega se povlači zaključak da su Parkove i Clarkove transformacije dobro provedene. Također se može vidjeti skok struje u trenutku uključivanja radnog otpora u armaturni krug istosmjernog generatora te pad struje u trenutku isključenja radnog otpora iz armaturnog kruga istosmjernog generatora.

Slika 5.13 prikazuje grafički prikaz mjerene i simulirane električne brzine te mjerene i simulirane struje armature istosmjernog generatora.



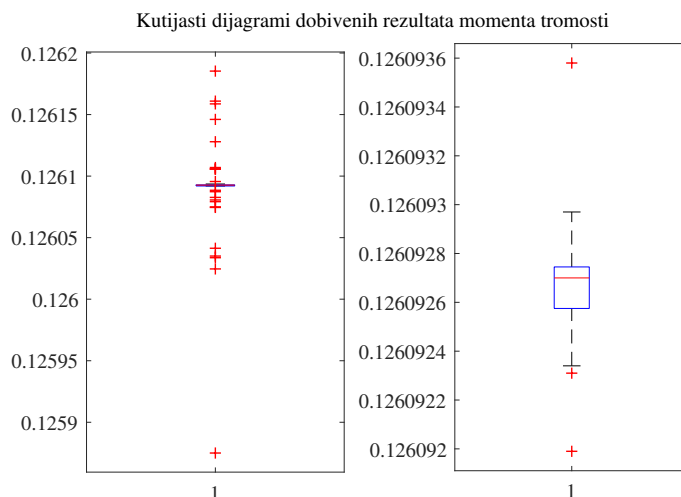
**Slika 5.13:** *Mjerena i simulirana električna brzina te struja armature za mjerjenje 2*

Grafički prikazi mjerenih i simuliranih električnih brzina i struja armature istosmjernog generatora ostalih mjerenja prikazani su u prilogu 1. Nakon grafičkih prikaza značajnih veličina potrebno je provesti statističku analizu dobivenih vrijednosti momenta tromosti. Dobivene vrijednosti momenta tromosti za mjerenje 2 prikazane su grafom 5.14.



**Slika 5.14:** Dobivene vrijednosti momenta tromosti za mjerenje 2

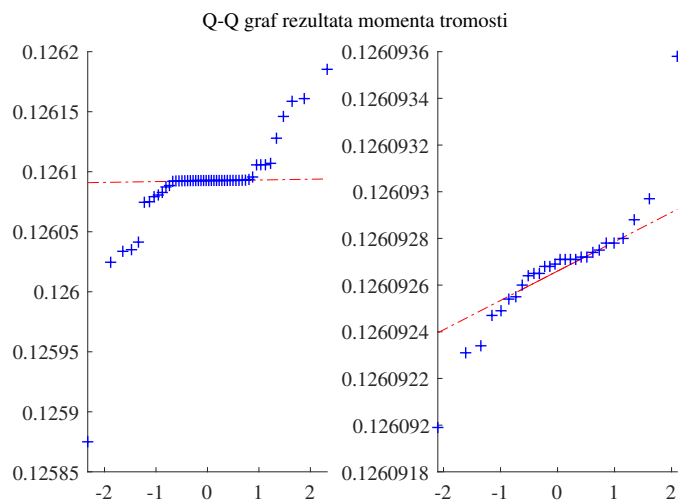
Može se primijetiti da su dobiveni rezultati manje raspršeni u odnosu za mjerenje 1, što će kasnije biti dokazano izračunom varijance i standardne devijacije te slikovnim prikazom raspršenosti dobivenih rezultata. Nakon grafičkog prikaza dobivenih vrijednosti momenta tromosti potrebno je provesti statističku analizu rezultata te dokazati dolaze li dobiveni rezultati iz normalne razdiobe. Slikom 5.15 prikazan je kutijasti dijagram dobivenih rezultata u mjerenju 2.



**Slika 5.15:** Kutijasti dijagram, mjerenje 2

Može se primijetiti kako kutijasti dijagram nije simetričan. Nakon uklanjanja stršćih vrijednosti koristeći Matlab funkciju *rmoutliers* dobiva se kutijasti dijagram prikazan slikom 5.15 desno. Dobiveni kutijasti dijagram također nije simetričan te i dalje prikazuje stršće vrijednosti. Razlog tome je što ne postoji stroga definicija stršćih vrijednosti. Ako se pogledaju iznosi stršćih vrijednosti može se zaključiti da ne postoji značajno odstupanje. Na temelju

navedenog može se pretpostaviti kako dobiveni rezultati momenta tromosti u mjerenju 2 ne dolaze iz normalne razdiobe. Sada će se prikazati Q-Q graf dobivenih rezultata sa i bez stršćih vrijednosti slikom 5.16



**Slika 5.16:** Q-Q graf momenata tromosti za mjerenje 2

Iako, prema slici 5.16, nakon uklanjanja stršćih vrijednosti izgled Q-Q grafa upućuje na to da dobiveni rezultati dolaze iz normalne razdiobe, provest će se Shapiro - Wilk test kako bi se navedene tvrdnje mogle provjeriti. Dobiveni rezultati Shapiro - Wilk testa prikazani su tablicom 5.4.

**Tab. 5.4:** Rezultati Shapiro-Wilk testa za mjerenje 2

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
$H_0$	Podaci su normalno distribuirani
$H_1$	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$1.114e^{-9}$

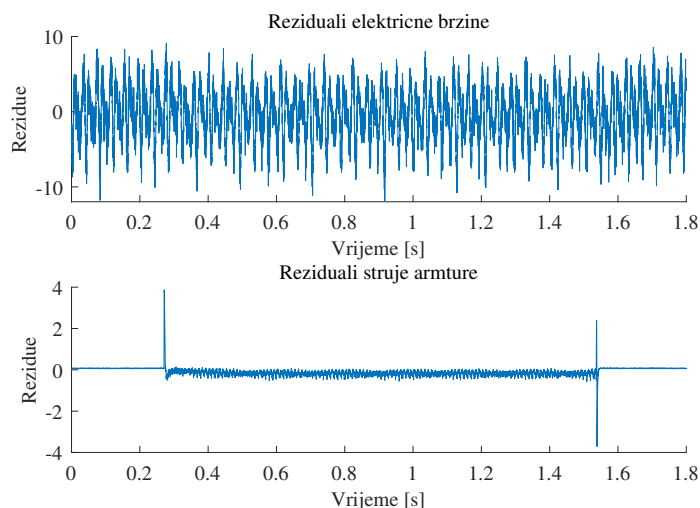
Kako je dobivena p-vrijednost puno manja od vrijednosti razine značajnosti  $\alpha$  može se sa sigurnošću odbaciti hipoteza  $H_0$  te prihvatiti hipoteza  $H_1$ . Dobiveni rezultati momenta tromosti estimacijom parametara u mjerenju 2 ne dolaze iz normalne razdiobe. Navedeni zaključak može se prikazati grafički slikom 5.16.

Iako je prema rezultatu Shapiro - Wilk testa potvrđena hipoteza da dobiveni rezultati estimacije momenta tromosti za mjerenje 2 ne dolaze iz normalne razdiobe prikazat će se izračunate mjere raspršenosti podataka jer se koriste klasični inženjerski postupci prilikom provedbe statističke analize. Izračunate mjere raspršenosti dobivenih rezultata prikazane su tablicom 5.5.

**Tab. 5.5:** Rezultati statističke obrade

Standardna devijacija $\sigma_J$	$4.151e^{-5}$
Varijanca $V_J$	$1.723e^{-9}$
Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.1261

Na slici 5.14 je uočljivo kako je raspršenost dobivenih rezultata u mjerenju 2 puno manja u odnosu na mjerenje 1, što dodatno potvrđuju iznosi mjera raspršenosti podataka mjerenja 1 prikazani tablicom 5.2 i mjerenja 2 tablicom 5.5. Nakon prikazivanja dobivenih momenta tromosti te rezultata statističke obrade, potrebno je prikazati dobivene rezidualne električne brzine i struje armature te provesti statističku analizu reziduala. Reziduali mjerenja 2 prikazani su slikom 5.17.



**Slika 5.17:** Reziduali, mjerenje 2

Prema grafičkom prikazu reziduala na slici 5.17 može se primijetiti da njihovi iznosi nisu značajni u odnosu na stvarne vrijednosti električne brzine i struje armature. Skokovi koji se pojavljuju u rezidualima struje armature prilikom uklopa i isklopa tereta rezultat su poravnavanja vremena uklopa u simulaciji i u stvarnom mjerenju.

Statistička analiza optimalnih reziduala provedena je prema poglavlju 4.5.2, a rezultati su prikazani tablicom 5.6.

**Tab. 5.6:** *Rezultati statističke analize optimalnih reziduala - mjerenje 2*

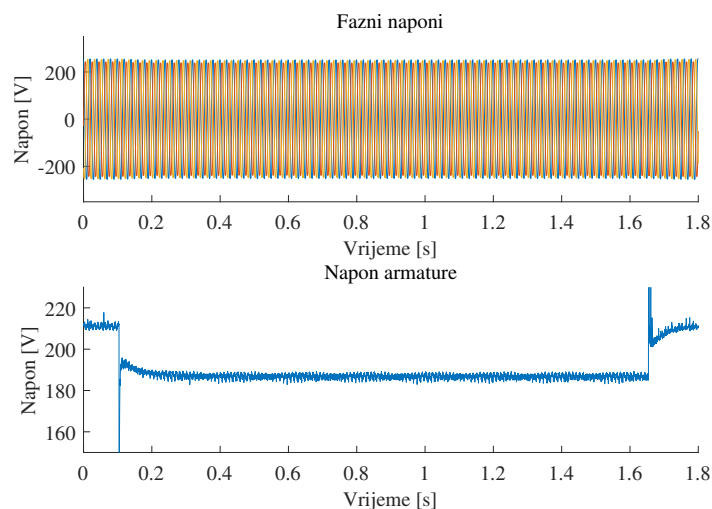
	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.407 \text{ s}^{-1}$	$-0.083 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$9.064 \text{ s}^{-1}$	$3.868 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.301 \text{ s}^{-1}$	$0.202 \text{ A}$
Medijan	$-0.351 \text{ s}^{-1}$	$-0.095 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.699 \text{ s}^{-1}$	$-0.184 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.134 \text{ s}^{-1}$	$0.062 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.833 \text{ s}^{-1}$	$0.246 \text{ A}$
<i>RMS</i>	$3.326 \text{ s}^{-1}$	$0.218 \text{ A}$
Relativna pogreška	$1.097 \%$	$1.377 \%$

Može se primijetiti da je relativna pogreška efektivne vrijednosti reziduala struje u odnosu na efektivnu vrijednost mjerene struje manja nego u mjerenju 1, pa se zaključuje da je estimacija u mjerenju 2 dala rezultate veće preciznosti i ponovljivosti u odnosu na mjerenje 1. Iz navedenog se može zaključiti kako povećanje vremena zastoja optimizacijskog algoritma prilikom korištenja daje manje raspršene rezultate s većom ponovljivosti i preciznosti.

Prikaz dobivenih rezultata te statističke analize ostalih mjerenja nalaze se u prilogu 1.

## 5.2. Rezultati estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora

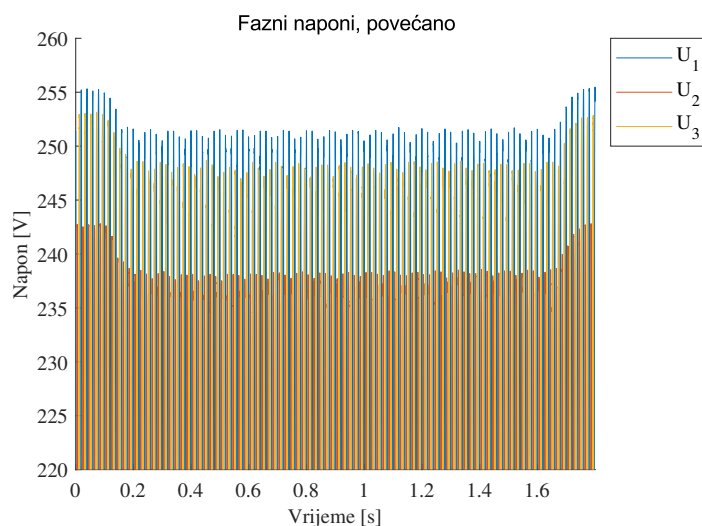
U ovom potpoglavlju prikazat će se dobiveni rezultati iz estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora te provesti statistička analiza dobivenih rezultata i reziduala. Detaljan prikaz i opis rezultata iz mjerenja 1 nalazi se u ovom potpoglavlju. Rezultati drugih mjerenja nalaze se u prilogu 2 ovog diplomskog rada jer ne postoje značajne razlike rezultata ostalih mjerenja u odnosu na prvo mjerenje. Prvo će se prikazati fazni naponi mreže snimljeni u laboratoriju te napon armature istosmjernog generatora na slici 5.18.



**Slika 5.18:** *Fazni naponi mreže, mjerenje 1*

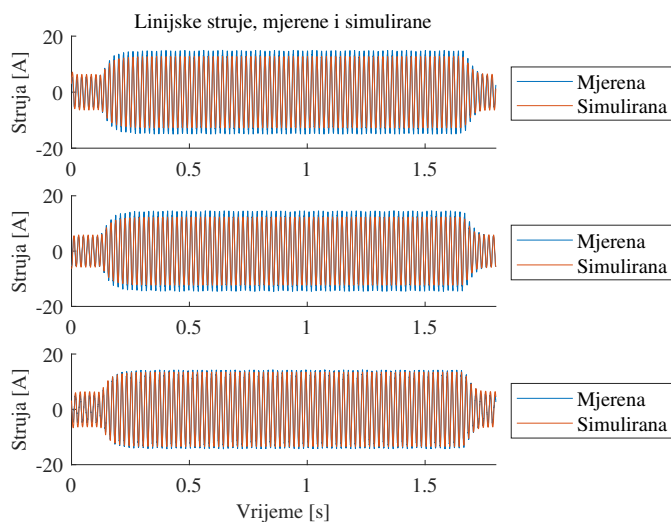
Uočava se propad vrijednosti napona armature istosmjernog generatora. Propad se pojavljuje zbog nereguliranog istosmjernog generatora. Uzbudni krug istosmjernog generatora napajan je direktno iz mreže preko mosnog ispravljača napona.

Zbog utjecaja meke mreže pojavljuje se propad faznih napona mreže prilikom uklopa tereta istosmjernog generatora. Vrijednosti faznih napona nisu jednake zbog nesimetrije mreže. Radi boljeg prikaza propada napona te nejednakih vrijednosti faznih napona napravljen je uvećani prikaz snimljenih faznih napona mreže, prikazan slikom 5.19.



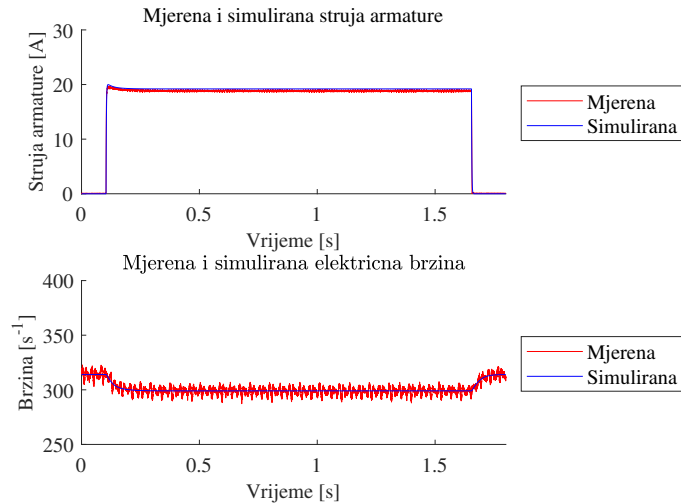
**Slika 5.19:** Propad faznih napona mreže, mjerenje 1

Sada se mogu prikazati snimljene linijske struje mreže.



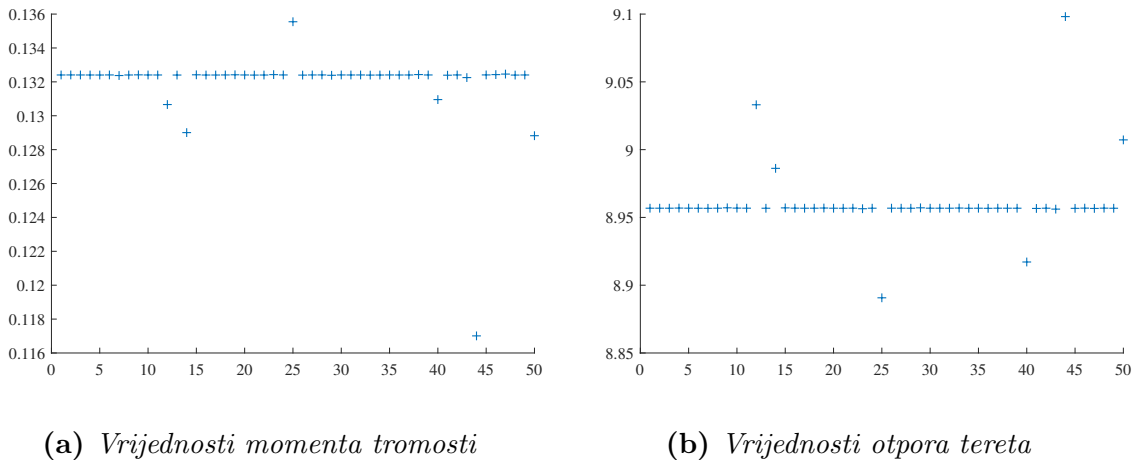
**Slika 5.20:** Linijske struje mreže, mjerenje 1

Na slici 5.20 uočava se povećanje linijskih struja u trenutku uklopa tereta istosmjernog generatora zbog opterećivanja asinkronog motora. Mjerene i simulirane linijske struje mreže su međusobno u fazi pa se može zaključiti da je Parkova i Clarkova transformacija faznih napona mreže ispravno provedena. Slika 5.21 prikazuje mjerenu i simuliranu električnu brzinu te struju armature istosmjernog generatora.



**Slika 5.21:** Električna brzina te armaturna struja istosmjernog generatora, mjerenje 1

U trenutku uklopa tereta istosmjernog generatora uočava se skok struje armature. Kako asinkroni motor nije bio reguliran već je bio napajan direktno iz mreže pojavljuje se propad električne brzine zbog porasta momenta tereta. Sada će se prikazati vrijednosti momenta tromosti te vrijednosti radnog otpora istosmjernog generatora dobivene iz estimacije parametara. Navedene vrijednosti prikazane su slikama 5.22a i 5.22b.



(a) Vrijednosti momenta tromosti

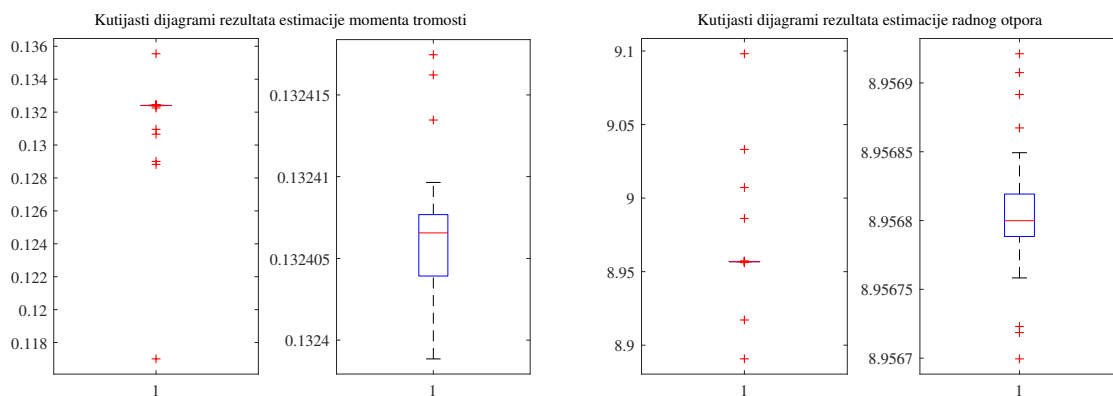
(b) Vrijednosti otpora tereta

**Slika 5.22:** Rezultati estimacije parametara, mjerenje 1

Na slikama 5.22a i 5.22b je vidljivo da dobiveni rezultati nisu značajno raspršeni te da se većina nalazi blizu srednje vrijednosti.

Nakon prikazivanja dobivenih rezultata estimacije parametara provest će se statistička analiza navedenih vrijednosti te testiranje normalne razdiobe. Na slikama 5.23a i 5.23b prikazani su kutijasti dijagrami dobivenih rezultata momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora.



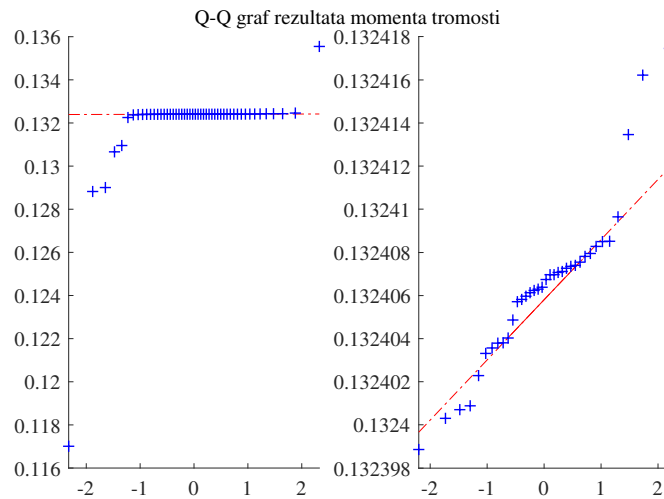


(a) Kutijasti dijagram za momente tromosti      (b) Kutijasti dijagram za otpore tereta

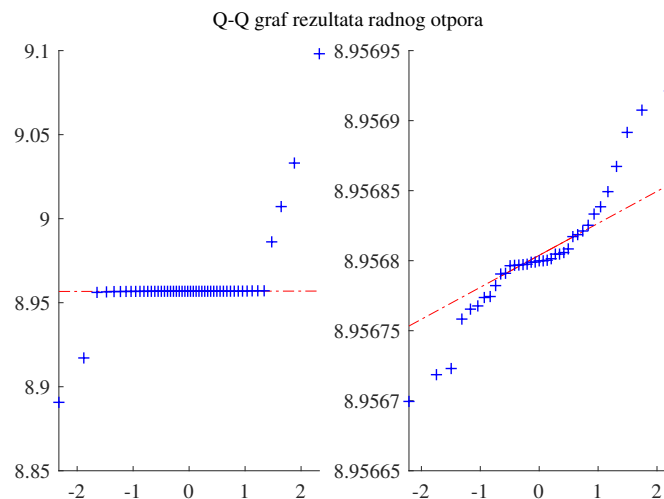
**Slika 5.23:** Kutijasti dijagrami, mjerenje 1, estimacija 2

Na slikama 5.23a i 5.23b lijevo su prikazani kutijasti dijagrami bez odbacivanja stršećih vrijednosti, a desno nakon odbacivanja stršećih vrijednosti. Stršeće vrijednosti odbačene su koristeći naredbu *rmoutliers* u Matlabu. Može se primijetiti kako i nakon odbacivanja stršećih vrijednosti kutijasti dijagrami nisu simetrični. Razlog tome je što ne postoji stroga definicija stršećih vrijednosti i u ovom slučaju naznačene stršeće vrijednosti nisu značajne jer su vrlo male razlike u vrijednostima. Na temelju prikazanih kutijastih dijagrama može se pretpostaviti da dobiveni rezultati momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora ne dolaze iz normalne razdiobe.

Sada će se prikazati Q-Q grafovi rezultata estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora, slikom 5.24.



(a) *Q-Q graf za momente tromosti*



(b) *Q-Q graf za otpore tereta*

**Slika 5.24:** *Q-Q grafovi za mjerenje 1*

Iako, prema slikama 5.24a i 5.24b, izgled Q-Q grafova upućuju na to da dobiveni rezultati estimacije momenta tromosti i radnog tereta istosmjernog generatora dolaze iz normalne razdiobe, provest će se Shapiro - Wilk test kako bi se ispitala razdioba dobivenih rezultata estimacije.

Rezultati provedenih Shapiro - Wilk testova prikazani su tablicama 5.7 i 5.8. Navedene tablice također prikazuju mjere raspršenosti dobivenih rezultata estimacije koje su računane jer je to klasičan inženjerski pristup za statističku analizu dobivenih rezultata.

**Tab. 5.7:** Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti momenata tromosti

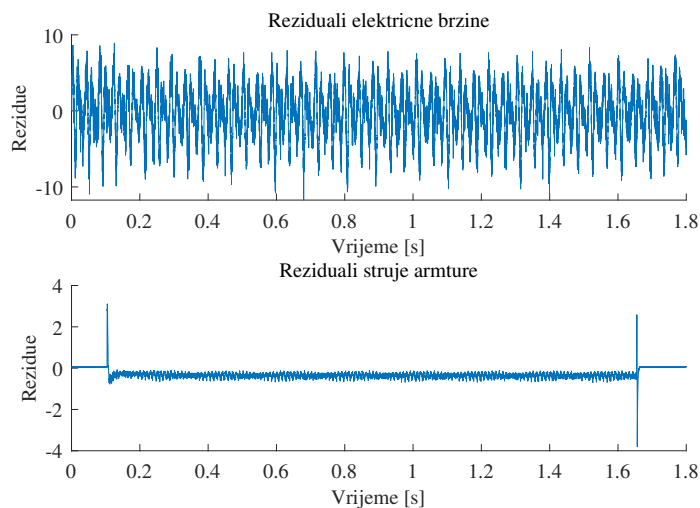
Vrsta testa	Shapiro-Wilk		
H0	Podaci su normalno distribuirani	Standardna devijacija $\sigma_J$	0.0023
H1	Podaci nisu normalno distribuirani	Varijanca $V_J$	$5.436e^{-6}$
Razina značajnosti $\alpha$	0.05	Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.1320
p-vrijednost	$4.682e^{-14}$		

**Tab. 5.8:** Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti za otpore tereta

Vrsta testa	Shapiro-Wilk		
H0	Podaci su normalno distribuirani	Standardna devijacija $\sigma_{Rt}$	0.0265
H1	Podaci nisu normalno distribuirani	Varijanca $V_{Rt}$	$7.024e^{-4}$
Razina značajnosti $\alpha$	0.05	Srednja vrijednost $\bar{Rt}$	8.961
p-vrijednost	$1.216e^{-12}$		

Vidljivo je kako su dobivene p - vrijednosti puno manje od razine značajnosti  $\alpha$  pa se može odbaciti nul-hipoteza  $H_0$  te prihvatiti hipoteza  $H_1$ . Zaključuje se da dobiveni rezultati estimacije momenta tromosti i radnog tereta istosmjernog generatora ne dolaze iz normalne razdiobe.

Sada se mogu prikazati reziduali električne brzine i struje armature istosmjernog generatora te provesti statistička analiza optimalnih reziduala. Reziduali su prikazani slikom 5.25.



**Slika 5.25:** Reziduali, mjerenje 1, estimacija 2

Na grafičkom prikazu reziduala struje armature vidljivi su skokovi struje u trenucima uklopa i isklopa radnog otpora u armaturni krug istosmjernog generatora. Razlog pojave navedenih skokova je vremensko poravnavanje uklopa i isklopa tereta u simulaciji i u stvarnom

vremenu. Također se može primijetiti da iznosi reziduala nisu značajni u odnosu na stvarne vrijednosti mjerene električne brzine i struje armature istosmjernog generatora.

Prema poglavlju 4 ovog diplomskog rada provedena je statistička analiza optimalnih reziduala čiji su rezultati prikazani tablicom 5.9.

**Tab. 5.9:** *Rezultati statističke analize optimalnih reziduala*

	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.343 \text{ s}^{-1}$	$-0.269 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$8.923 \text{ s}^{-1}$	$3.106 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.264 \text{ s}^{-1}$	$0.215 \text{ A}$
Medijan	$-0.321 \text{ s}^{-1}$	$-0.304 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.651 \text{ s}^{-1}$	$-0.373 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.173 \text{ s}^{-1}$	$-0.221 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.825 \text{ s}^{-1}$	$0.152 \text{ A}$
$RMS$	$3.282 \text{ s}^{-1}$	$0.346 \text{ A}$
Relativna pogreška	$1.091 \%$	$1.982 \%$

Na temelju rezultata statističke analize vidljivo je da su relativne pogreške reziduala električne brzine i struje armature u odnosu na efektivnu vrijednost mjerenih veličina relativno male. Prema navedenom se može zaključiti da je estimacija uspješno postavljena i provedena.

Kako nema značajnih razlika u rezultatima estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora za ostala mjerenja prikazani su u prilogu 2 ovog diplomskog rada.

## 6. Zaključak

Diplomski rad predstavlja alternativnu metodu određivanja momenta tromosti kod rotacijskih električnih strojeva pomoću metode estimacije parametara. Polazište za implementiranje ove alternativne metode je pojednostavljanje te povećanje preciznosti i točnosti određivanja momenta tromosti te radnog otpora tereta istosmjernog generatora. Ova metoda ne zahtijeva rastavljanje elektromotornog pogona i stroja te zaustavljanje pogona radi provedbe.

Za korištenje metode estimacije parametara, u ovom slučaju, nužno je dobro poznavati teoriju rotacijskih električnih strojeva, problem estimacije parametara te programski paket Matlab/Simulink. Potrebno je izvesti dinamički matematički model istosmjernog i asinkronog motora, te iz matematičkog modela izraditi simulacijski model. Dinamički matematički model istosmjernog i asinkronog modela opisan je diferencijalnim jednadžbama, a izveden je po uzoru na neke priznate literature iz tog područja. Matematički model asinkronog motora potrebno je transformirati iz troosnog koordinatnog sustava u dvoosni koordinatni sustav kako bi se izbjegla ovisnost induktiviteta stroja o položaju rotora te kako bi se općenito pojednostavio model. Detaljan opis matematičkih modela i transformacije koordinatnih sustava prikazan je u drugom i treće poglavlju diplomskog rada.

Izrada simulacijskog modela detaljno je opisana u trećem poglavlju. Kako navedeni model simulira osovinski spoj istosmjernog generatora i asinkronog motora potrebno je dva navedena stroja mehanički povezati u simulacijskom modelu. Simulirano je terećenje i rasterećivanje istosmjernog generatora pa je u simulacijskom modelu potrebno odrediti početne uvjete kako bi se izbjegao zalet sustava.

Problem estimacije parametara detaljno je opisan u četvrtom poglavlju diplomskog rada gdje su prikazane i neke druge metode određivanja momenta tromosti. Općenito je opisano postavljanje funkcije cilja prilikom estimacije te je objašnjen korišteni kriterij funkcije cilja. Izabrani alat estimacije parametara je metoda optimizacije rojem čestica. Optimizacija rojem čestica korištena je za minimiziranje funkcije cilja. Nakon općenitog definiranja problema estimacije parametara, prikazana je i opisana primjena na estimiranje momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora. Optimizacija funkcije cilja provedena je u programskom paketu Matlab. Postavke optimizacije rojem čestica određivane su metodom pokušaja i pogreške kako bi se dobilo što točnije rješenje u što kraćem vremenu. Cilj estimacije parametara je izračunati vrijednosti nepoznatih parametara, a da se pri tome svedu na minimum razlike kvadratne udaljenosti između mjerenih i simuliranih značajnih veličina. Kako moment tromosti utječe na tranzijent brzine vrtnje prilikom uklopa i isklopa tereta istosmjernog generatora, a otpor tereta na iznos armaturne struje, te dvije veličine izabrane su kao značajne veličine te su implementirane u funkciju cilja.

U zadnjem poglavlju diplomskog rada prikazani su dobiveni rezultati estimacije parametara, te je provedena statistička analiza rezultata i reziduala. Provedeno je i testiranje normalne razdiobe dobivenih vrijednosti estimacije. Prilikom estimiranja samo momenta tromosti, u mjeranju 1, postavka vremena zastoja algoritma optimizacije postavljena je na 5s, dok je u ostalim mjeranjima postavljena na 10s. U prvom mjeranju je testiranje normalne razdiobe dokazalo da dobivene vrijednosti dolaze iz normalne razdiobe, dok u ostalim mjeranjima, prema rezultima testiranja, rezultati ne dolaze iz normalne razdiobe. Iz navedenog se može zaključiti kako povećanje vremena zastoja optimizacijskog algoritma u ovom slučaju daje drastično manju raspršenost rezultata, ali je potrebno više vremena za dobivanje rezultata. Prilikom estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora dobiveno je veće odstupanje kvadratne udaljenosti mjerene i simulirane armaturne struje istosmjernog generatora. Razlog tome je korištenje kriterija najmanje kvadratne udaljenosti bez težina. Kako se vrijednosti armaturnih struja i električnih brzina značajno razlikuju valjalo bi implementirati kriterij naj-

manje kvadratne udaljenosti s težinama. Bez obzira na korištenje kriterija najmanje kvadratne udaljenosti bez težina, dobivene relativne pogreške struja i električnih brzina u odnosu na efektivne vrijedosti mjerenih veličina su razmjerno male. Iz navedenog se može zaključiti kako je estimacija parametara u ovom slučaju uspješno provedena.

Kao nastavak istraživanja ovog problema predlaže se istraživanje optimalnih postavki optimizacije rojem čestica kako bi se povećala točnost, preciznost i pouzdanost ove metode. Uz navedeno može se predložiti i korištenje nekog drugog algoritma optimizacije, kao što je genetski algoritam. Iako se metoda optimizacije rojem čestica svrstava pod stohastične algoritme, u ovom diplomskom radu dobivene su vrlo male razlike u rezultatima estimacije parametara pa se predlaže daljnje istraživanje stohastičnosti optimizacije rojem čestica. Također se predlaže implementacija navedene metode određivanja momenta tromosti i radnog otpora na drugim sustavima i motorima u elektromotornim pogonima.

## Literatura

- [1] Martin Jadrić, Božidar Frančić, *Dinamika električnih strojeva, drugo izdanje*, Graphis, Zagreb, 2004.
- [2] Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Steven Pekarek, *Analysis of electric machinery and drive systems, third edition*, John Wiley & sons inc., IEEE press, 2013.
- [3] Radenko Wolf, *Osnove električnih strojeva, četvrto izdanje*, Školska Knjiga, Zagreb, 1995.
- [4] Branislav Kuzmanović *Osnove elektrotehnike 2, drugo izdanje*, Element Zagreb, 2005.
- [5] Viktor Pinter, *Osnove elektrotehnike, knjiga prva, sedmo izdanje*, ITP Tehnička Knjiga, Zagreb, 1994.
- [6] Josip Jureković, *Električki strojevi, drugo izdanje*, Šolta Zagreb, Zagreb, 2003.
- [7] Werner Leonhard, *Control of Electrical drives, 2nd completely revised and enlarged edition*, Springer, 1996.
- [8] Tin Benšić, *Analiza dinamičkih stanja sustava vlastite potrošnje hidroelektrane, diplomski rad*, Elektrotehnički Fakultet Osijek, Osijek, 2014.
- [9] Gorislav Erceg, *Upravljanje elektromotornim pogonima, nastavni program kolegija Upravljanje Elektromotornim Pogonima*, Fakultet Elektrotehnike i Računarstva Zagreb, Zagreb, 2006.
- [10] Herbert Goldstein, Charles Poole, John Safko, *Classical Mechanics, third edition*, Addison Wesley, 2000.
- [11] Mirta Benšić, Nenad Šuvak, *Primijenjena statistika*, Odjel za Matematiku Osijek, Osijek, 2013.
- [12] Douglas C. Montgomery, George C. Runger, *Applied Statistics and Probability for Engineers, third edition* John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- [13] Vojislav Bago, *Mjerenja u elektrotehnici, četvrto nadopunjeno izdanje*, Tehnička Knjiga Zagreb, Zagreb, 1979.
- [14] Zofia Hanusz, Joanna Tarasinska, Wojciech Zielinski, *Shapiro - Wilk Test with Known Mean*, Revstat - Statistical Journal, 2016.
- [15] Yonathan Bard, *Nonlinear Parameter Estimation*, Academic Press, New York and London, 1974.
- [16] Éric Walter, Luc Pronzato, *Identification of Parametric Models from Experimental Data*, Springer, Masson, 1997.
- [17] Rudolf Scitovski, Dragan Jukić, *A Method for Solving the Parameter Identification Problem for Ordinary Differential Equations of the Second Order*, Znanstveni rad, North-Holland
- [18] Rahul A. Lekurwale, S.G.Tarnekar, *Determination of Moment of Inertia of Electrical Machines Using MATLAB*, International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), 2012.

- [19] Paul I-Hai Lin, Edward E. Messal, *Design of a Real-Time Rotor Inertia Estimation System For DC Motors With a Personal Computer*, 8th IEEE Conference Record, 1991.
- [20] Dan Simon, *Evolutionary optimization algorithms*, Cleveland State University, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 2013.
- [21] Maurice Clerc, *Particle Swarm Optimization*, ISTE, 2006.
- [22] Particle Swarm Optimization, Wikipedia, the free encyclopedia, [https://en.wikipedia.org/wiki/Particle\\_swarm\\_optimization](https://en.wikipedia.org/wiki/Particle_swarm_optimization), (pristup ostvaren 20.5.2019.)
- [23] Particle Swarm Optimization, Matlab Help, <https://www.mathworks.com/help/gads/particleswarm.html>, (pristup ostvaren 20.5.2019.)
- [24] Aleksandar Lazinica, *Particle Swarm Optimization*, In-Tech, Rijeka, 2009.
- [25] Daniel Domović, *Optimizacija rojem čestica, projekt, voditelj : Doc.dr.sc. Marin Golub*, Fakultet Elektrotehnike i Računarstva, Zagreb, Studeni, 2008.
- [26] Gaussian distribution - how to plot it in Matlab, <http://www.matrixlab-examples.com/gaussian-distribution.html>, (pristup ostvaren 20.6.2019.)



## Popis slika

2.1	Osnovna konstrukcija istosmjernog stroja [3]	2
2.2	Prikaz položaja i načina spajanja pomoćnih polova [3]	3
2.3	Nadomjesna shema istosmjernog stroja	4
2.4	Elementarni dvopolni asinkroni stroj [2]	5
2.5	Shema trofaznog asinkronog motora s trofaznim kratkospojenim namotom na rotoru [2]	8
2.6	Trofazni abc sustav i dvoosni dq sustav [8]	10
2.7	Elementarni elektromehanički sustav [1]	19
3.1	Podgrupe modela istosmjernog stroja	23
3.2	Podgrupa armature istosmjernog stroja	24
3.3	Podgrupa uzbude istosmjernog stroja	24
3.4	Podgrupa mehanike istosmjernog stroja	25
3.5	Podgrupa transformacije trofaznog napona	26
3.6	Podgrupa električnog dijela asinkronog stroja	27
3.7	Podgrupa mehaničkog dijela asinkronog stroja	28
3.8	Podgrupa transformacije iz d-q sustava u ABC sustav	28
4.1	Krivulja zaustavljanja motora [18]	30
4.2	Grafički prikaz torzijskog sustava [19]	31
4.3	Eksperimentalni postav njihanja rotora [19]	32
4.4	Blokovski dijagram stvarnog sustava [16]	33
4.5	Blokovski dijagram paralelnog modela [16]	33
4.6	Određivanje izlazne pogreške [16]	34
4.7	Blokovski dijagram estimacije funkcije cilja [16]	35
4.8	Spajanje asinkronog motora na frekvencijski pretvarač	40
4.9	Upravljački panel frekvencijskog pretvarača	41
4.10	Osovinski spoj	43
4.11	Shema spoja	43
4.12	Mjerni postav	44
4.13	Mjerni postav	45
4.14	Grebenasta sklopka marke ABB	45
4.15	Kutijasti dijagram	48
4.16	Grafički prikaz normalne razdiobe [26]	49
5.1	Linijske struje, mjerenje 1	52
5.2	Napon armature i fazni naponi, mjerenje 1	53
5.3	Povećan grafički prikaz faznih napona za mjerenje 1	53
5.4	Električna brzina vrtnje i struja armature za mjerenje 1	54
5.5	Dobivene vrijednosti momenta tromosti u prvom mjerenju	54
5.6	Kutijasti dijagram momenata tromosti	55
5.7	Funkcija gustoće i Q-Q graf za mjerenje 1	55
5.8	Raspršenost dobivenih momenata tromosti	56
5.9	Reziduali mjerenje 1	57
5.10	Napon armature istosmjernog generatora i fazni naponi mreže	58
5.11	Uvećani prikaz faznih napona za mjerenje 2	58
5.12	Mjerene i simulirane linijske struje asinkronog motora	59
5.13	Mjerena i simulirana električna brzina te struja armature za mjerenje 2	59
5.14	Dobivene vrijednosti momenta tromosti za mjerenje 2	60
5.15	Kutijasti dijagram, mjerenje 2	60

5.16	Q-Q graf momenata tromosti za mjerenje 2 . . . . .	61
5.17	Reziduali, mjerenje 2 . . . . .	62
5.18	Fazni naponi mreže, mjerenje 1 . . . . .	64
5.19	Propad faznih napona mreže, mjerenje 1 . . . . .	65
5.20	Linijske struje mreže, mjerenje 1 . . . . .	65
5.21	Električna brzina te armaturna struja istosmjernog generatora, mjerenje 1 . . . . .	66
5.22	Rezultati estimacije parametara, mjerenje 1 . . . . .	66
5.23	Kutijasti dijagrami, mjerenje 1, estimacija 2 . . . . .	67
5.24	Q-Q grafovi za mjerenje 1 . . . . .	68
5.25	Reziduali, mjerenje 1, estimacija 2 . . . . .	69
P1.1	Grafički prikaz značajnih veličina, mjerenje 3 . . . . .	82
P1.2	Statistička analiza dobivenih rezultata, mjerenje 3 . . . . .	83
P1.3	Grafički prikaz značajnih veličina, mjerenje 4 . . . . .	85
P1.4	Statistička analiza dobivenih rezultata, mjerenje 4 . . . . .	86
P1.5	Grafički prikaz značajnih veličina, mjerenje 5 . . . . .	88
P1.6	Statistička analiza dobivenih rezultata, mjerenje 5 . . . . .	89
P2.1	Grafički prikaz značajnih veličina, mjerenje 2 . . . . .	92
P2.2	Statistička analiza momenata tromosti, mjerenje 2 . . . . .	93
P2.3	Statistička analiza otpora tereta, mjerenje 2 . . . . .	94
P2.4	Grafički prikaz reziduala, mjerenje 2 . . . . .	95
P2.5	Grafički prikaz značajnih veličina za mjerenje 3 . . . . .	96
P2.6	Statistička analiza momenata tromosti za mjerenje 3 . . . . .	97
P2.7	Statistička analiza otpora tereta za mjerenje 3 . . . . .	98
P2.8	Grafički prikaz reziduala za mjerenje 3 . . . . .	99
P2.9	Grafički prikaz značajnih veličina za mjerenje 4 . . . . .	100
P2.10	Statistička analiza momenata tromosti za mjerenje 4 . . . . .	101
P2.11	Statistička analiza otpora tereta za mjerenje 4 . . . . .	102
P2.12	Grafički prikaz reziduala za mjerenje 4 . . . . .	103
P2.13	Grafički prikaz značajnih veličina za mjerenje 5 . . . . .	104
P2.14	Statistička analiza momenata tromosti za mjerenje 5 . . . . .	105
P2.15	Statistička analiza otpora tereta za mjerenje 5 . . . . .	106
P2.16	Grafički prikaz reziduala za mjerenje 4 . . . . .	107

## Popis tablica

4.1	Parametri asinkronog motora . . . . .	41
4.2	Parametri istosmjernog generatora . . . . .	41
4.3	Natpisna pločica asinkronog motora . . . . .	42
4.4	Natpisna pločica istosmjernog generatora . . . . .	42
5.1	Rezultati Shapiro-Wilk testa za mjerenje 1 . . . . .	56
5.2	Rezultati statističke obrade . . . . .	56
5.3	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala - mjerenje 1 . . . . .	57
5.4	Rezultati Shapiro-Wilk testa za mjerenje 2 . . . . .	61
5.5	Rezultati statističke obrade . . . . .	62
5.6	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala - mjerenje 2 . . . . .	63
5.7	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti momenata tromosti . . . . .	69
5.8	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti za otpore tereta . . . . .	69
5.9	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala . . . . .	70
P1.1	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka, mjerenje 3 . . . . .	83
P1.2	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala, mjerenje 3 . . . . .	84
P1.3	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka, mjerenje 4 . . . . .	86
P1.4	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala, mjerenje 4 . . . . .	87
P1.5	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka, mjerenje 5 . . . . .	89
P1.6	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala, mjerenje 5 . . . . .	90
P2.1	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za moment tromosti, mjerenje 2 . . . . .	93
P2.2	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za otpore tereta, mjerenje 2 . . . . .	94
P2.3	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala . . . . .	95
P2.4	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za moment tromosti za mjerenje 3 . . . . .	97
P2.5	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za otpore tereta, mjerenje 3 . . . . .	98
P2.6	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala . . . . .	99
P2.7	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za moment tromosti, mjerenje 4 . . . . .	101
P2.8	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za otpore tereta, mjerenje 4 . . . . .	102
P2.9	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala za mjerenje 4 . . . . .	103
P2.10	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za moment tromosti, mjerenje 5 . . . . .	105
P2.11	Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za otpore tereta, mjerenje 5 . . . . .	106
P2.12	Rezultati statističke analize optimalnih reziduala za mjerenje 4 . . . . .	107

## Sažetak

U ovom diplomskom radu detaljno je opisan dinamički matematički model istosmjernog nezavisno uzbuđenog motora te asinkronog motora, te dvoosna teorija električnih strojeva. Posebna pažnja pridodana je opisivanju mehaničkog vladanja istosmjernog i asinkronog stroja, te je izrađen simulacijski model osovinskog spoja istosmjernog generatora i asinkronog motora u programskom paketu Matlab/Simulink. Definiran je problem estimacije parametara općenito te njegova primjena na slučaju estimacije momenta tromosti i radnog otpora istosmjernog generatora. Estimacija se u ovom diplomskom radu temelji na minimiziranju funkcije cilja s kriterijem najmanje kvadratne udaljenosti. Ukratko je opisan izabrani alat za estimaciju parametara, te njegova primjena u programskom paketu Matlab. Napravljena su mjerenja faznih napona i linijskih struja mreže, napona armature i struje armature istosmjernog generatora te električne brzine. Na kraju su prikazani rezultati estimacije parametara te je provedena statistička analiza dobivenih rezultata i reziduala. Na temelju dobivenih rezultata i provedene statističke analize dan je zaključak.

**Ključne riječi:** Istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor, asinkroni motor, dinamički matematički model, simulacijski model, moment tromosti, problem estimacije parametara, kriterij najmanjih kvadrata, optimizacija rojem čestica

## Abstract

In this master thesis, a dynamic mathematical model of separately excited DC machine and induction machine as well as the reference frame theory is thoroughly explained. Special attention was given to explaining the mechanical behaviour of DC and induction motor. Simulation model of axle coupling between a DC motor and induction motor was developed in Matlab/Simulink software. The parameter estimation problem is defined in general, and its application in the case of estimating the moment of inertia and resistance of DC generator. Parameter estimation, in this master thesis, is based on minimizing the objective function with least squares criterion. Selected parameter estimation tool and its application in Matlab software is described briefly. Measurements of phase voltages and line currents of the grid, armature voltage and current of DC generator as well as of electric speed were made. Finally, the results of parameter estimation were presented, and a statistical analysis of the obtained results and residuals was performed. Based on the obtained results and carried out statistical analysis, a conclusion is given.

**Keywords:** Separately excited DC motor, induction motor, dynamic mathematical model, simulation model, moment of inertia, parameter estimation problem, least squares criterion, particle swarm optimization

## Životopis

Sebastijan Križanić je rođen 25. travnja 1993. godine u Osijeku. Osnovnu školu "Frana Krste Frankopana" u Osijeku završava 2008. godine. Iste godine upisuje srednju Elektrotehničku i prometnu školu Osijek, smjer Elektrotehničar. Srednju školu završava s odličnim uspjehom te ostvaruje direktan upis na fakultet. 2012. godine upisuje Elektrotehnički fakultet u Osijeku. Nakon završene prve godine izabire smjer Elektroenergetika. 2016. godine završava preddiplomski studij, te upisuje diplomski studij Industrijska elektroenergetika na istom fakultetu. Za vrijeme diplomskog studija praksu obavlja u tvrtci PEO Inženjering na Fakultetu elektrotehnike i računarstva u Zagrebu, te u tvrtci KMZ - Elektro u Osijeku. U slobodno vrijeme bavi se igranjem biljara, sviranjem električne gitare te izradom elektroničkih sklopova.

U Osijeku, srpanj 2019.

Sebastijan Križanić

---

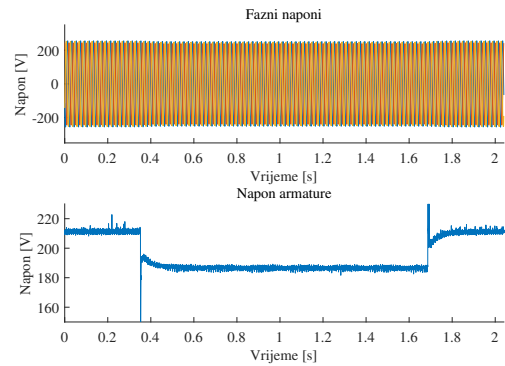
(Vlastoručni potpis)

## **PRILOG 1**

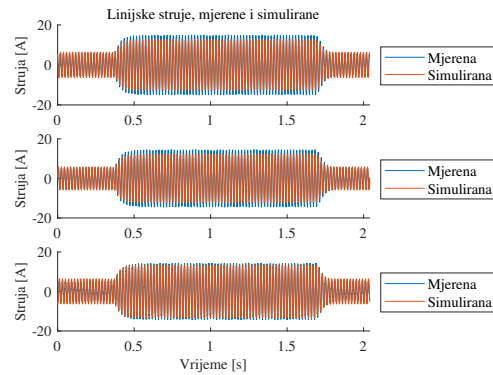
### **Rezultati estimacije momenta tromosti osovinskog spoja asinkronog motora i istosmjernog generatora**

U ovom prilogu prikazat će se rezultati estimacije momenta tromosti za ostala mjerenja, te rezultati statističke analize dobivenih rezultata estimacije i optimalnih reziduala. Navedeni rezultati prikazani su u prilogu jer nema značajnih razlika u odnosu na drugo mjerenje koje je detaljno opisano u petom poglavlju ovog diplomskog rada. Važno je napomenuti kako je time osigurana bolja ponovljivost ove metode.

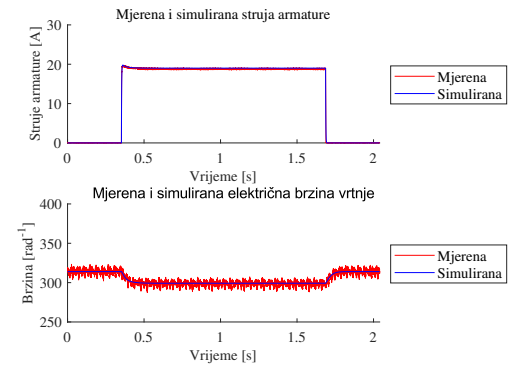
## Mjerenje 3



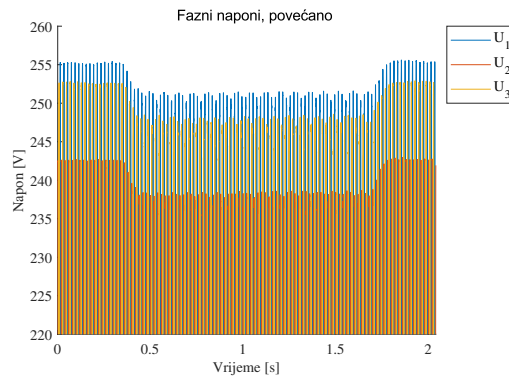
(a) *Naponi*



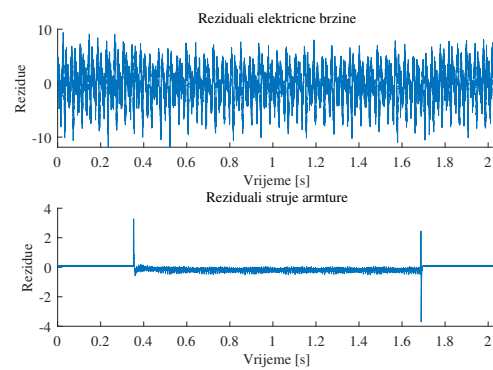
(b) *Linijske struje*



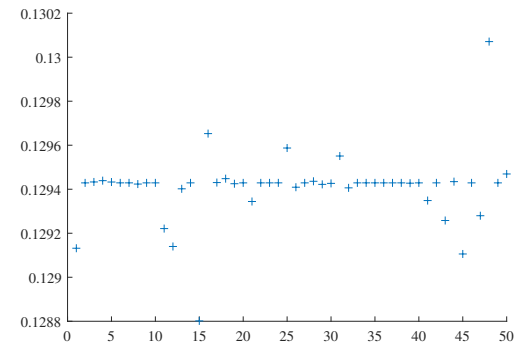
(c) *Brzina i struja*



(d) *Fazni naponi, uvećano*



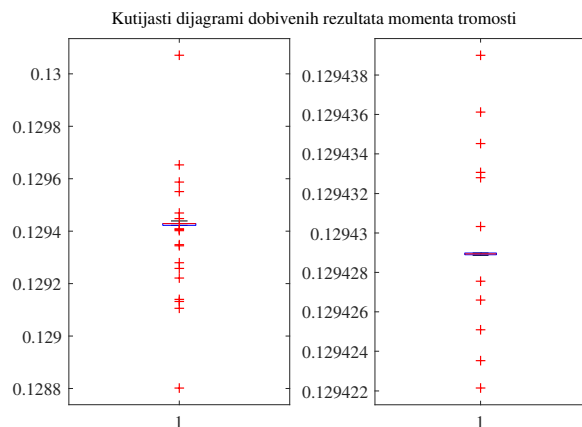
(e) *Reziduali*



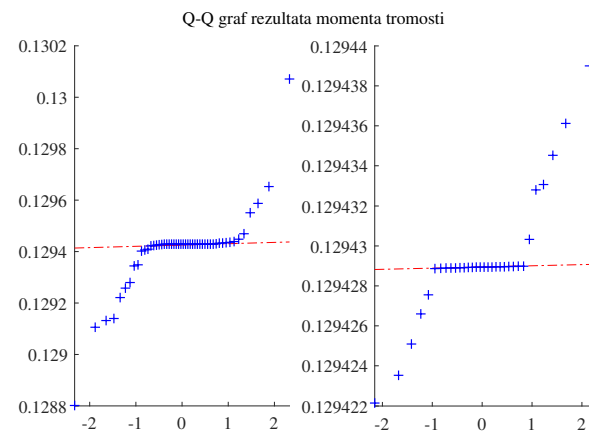
(f) *Rezultati estimacije*

Slika P1.1: *Grafički prikaz značajnih veličina, mjerenje 3*





(a) Kutijasti dijagram



(b) Q-Q graf momenata tromosti

Slika P1.2: Statistička analiza dobivenih rezultata, mjerenje 3

Tab. P1.1: Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka, mjerenje 3

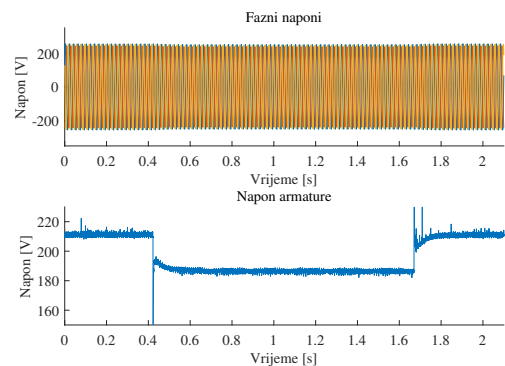
Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$2.915e^{-9}$

Standardna devijacija $\sigma_J$	$1.604e^{-4}$
Varijanca $V_J$	$2.573e^{-8}$
Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.1294

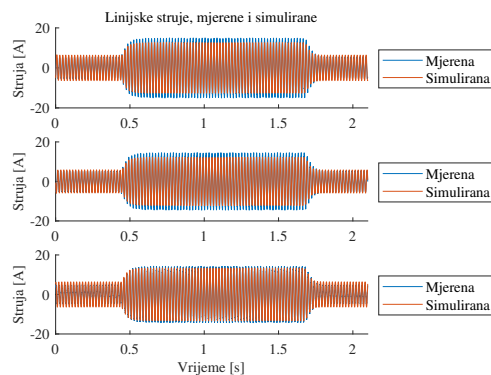
**Tab. P1.2:** *Rezultati statističke analize optimalnih reziduala, mjerenje 3*

	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.359 \text{ s}^{-1}$	$-0.078 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$9.38 \text{ s}^{-1}$	$3.281 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.312 \text{ s}^{-1}$	$0.188 \text{ A}$
Medijan	$-0.298 \text{ s}^{-1}$	$-0.089 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.6 \text{ s}^{-1}$	$-0.185 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.159 \text{ s}^{-1}$	$-0.065 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.759 \text{ s}^{-1}$	$0.25 \text{ A}$
$RMS$	$3.33 \text{ s}^{-1}$	$0.204 \text{ A}$
Relativna pogreška	$1.095 \%$	$1.334 \%$

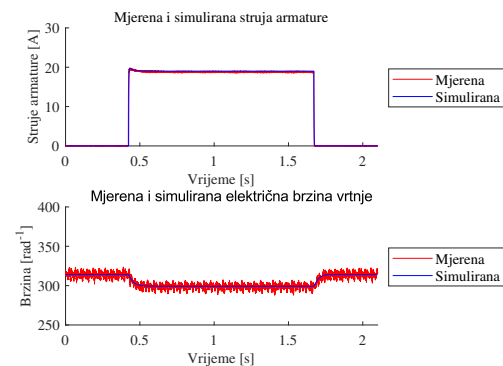
# Mjerenje 4



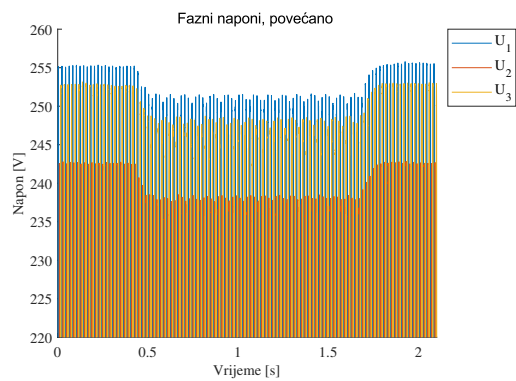
(a) *Naponi*



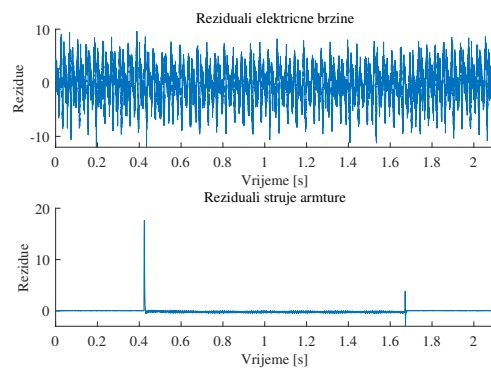
(b) *Linijske struje*



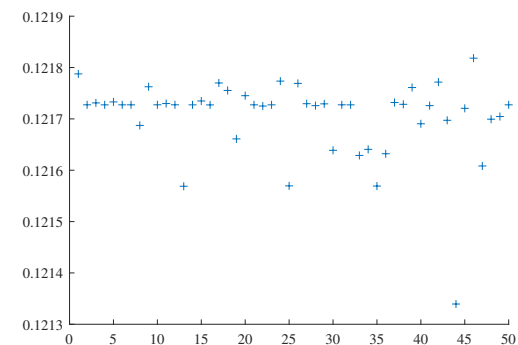
(c) *Brzina i struja*



(d) *Uvećani fazni naponi*

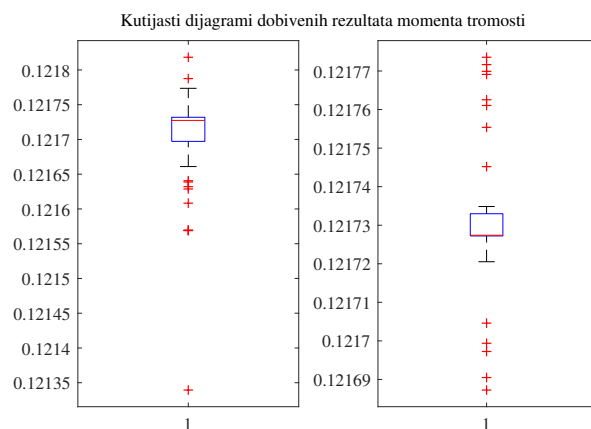


(e) *Reziduali*

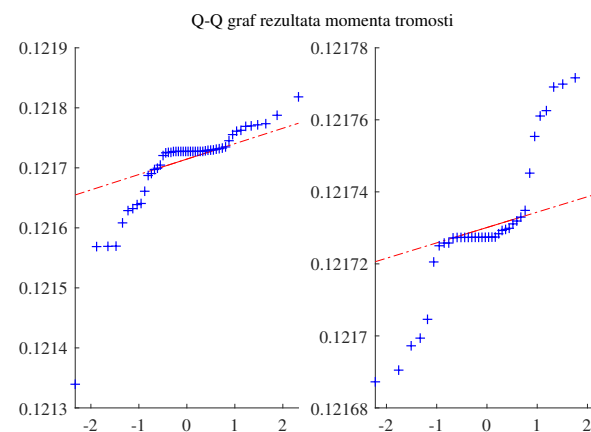


(f) *Rezultati estimacije*

Slika P1.3: *Grafički prikaz značajnih veličina, mjerenje 4*



(a) Kutijasti dijagram za mjerenje 4



(b) Q-Q graf za momente tromosti, mjerenje 4

Slika P1.4: Statistička analiza dobivenih rezultata, mjerenje 4

Tab. P1.3: Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka, mjerenje 4

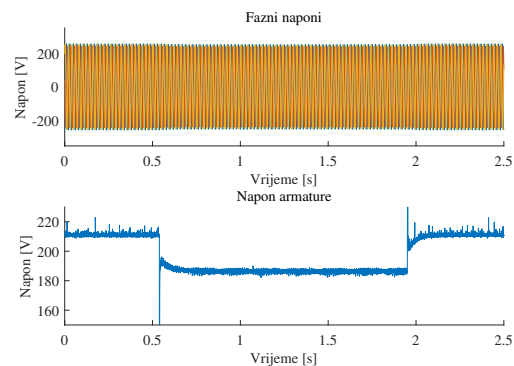
Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$3.001e^{-8}$

Standardna devijacija $\sigma_J$	$7.5825e^{-5}$
Varijanca $V_J$	$5.7494e^{-9}$
Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.1217

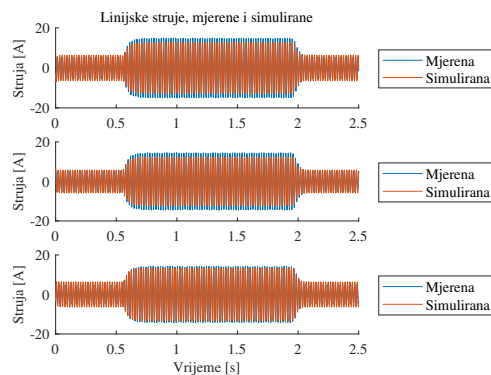
**Tab. P1.4:** *Rezultati statističke analize optimalnih reziduala, mjerenje 4*

	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.331 \text{ s}^{-1}$	$-0.0476 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$9.61 \text{ s}^{-1}$	$17.636 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.366 \text{ s}^{-1}$	$0.549 \text{ A}$
Medijan	$-0.281 \text{ s}^{-1}$	$-0.07 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.652 \text{ s}^{-1}$	$-0.182 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.223 \text{ s}^{-1}$	$0.067 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.875 \text{ s}^{-1}$	$0.249 \text{ A}$
$RMS$	$3.382 \text{ s}^{-1}$	$0.552 \text{ A}$
Relativna pogreška	$1.109 \%$	$3.794 \%$

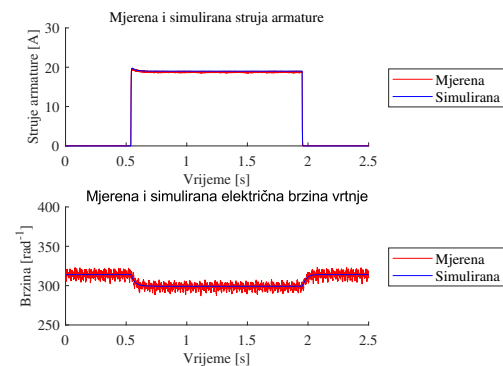
# Mjerenje 5



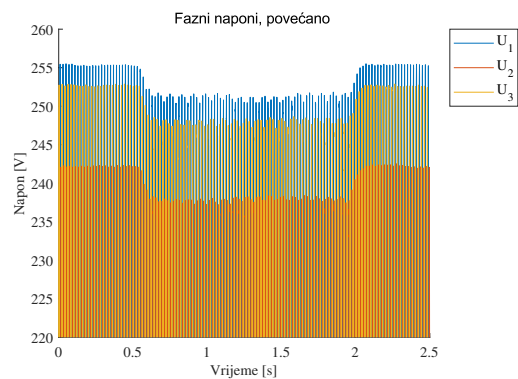
(a) *Naponi*



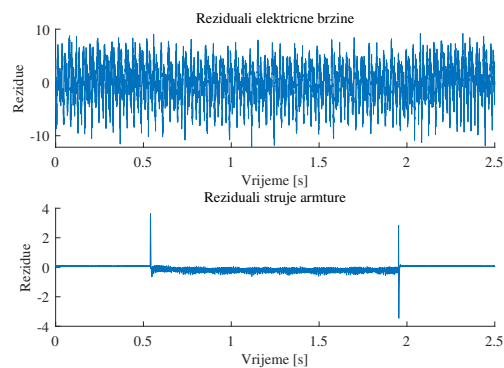
(b) *Linjske struje*



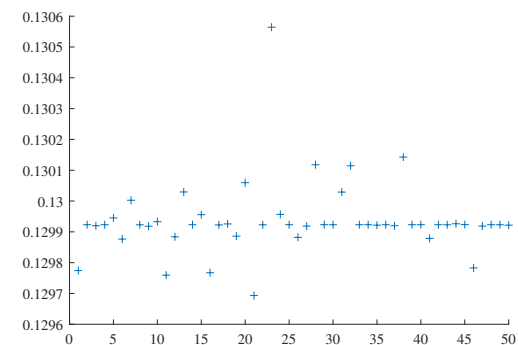
(c) *Brzina i struja*



(d) *Fazni naponi, uvećano*

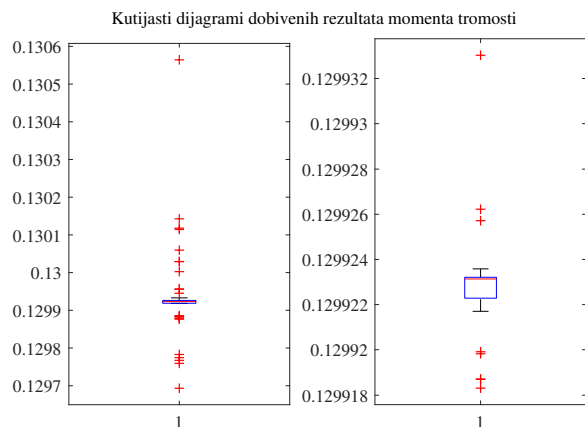


(e) *Reziduali*

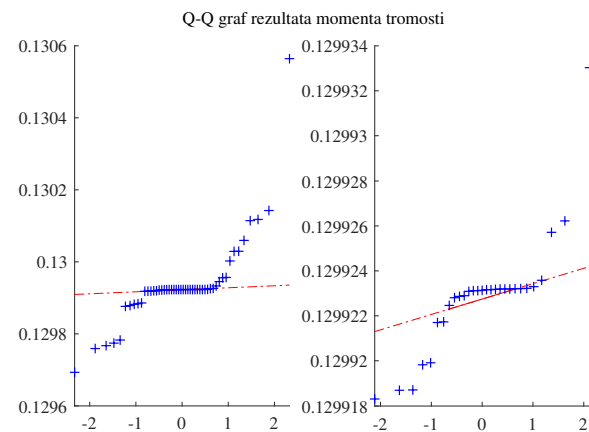


(f) *Rezultati estimacije*

Slika P1.5: *Grafički prikaz značajnih veličina, mjerenje 5*



(a) Kutijasti dijagram



(b) Q-Q graf za momente tromosti

Slika P1.6: Statistička analiza dobivenih rezultata, mjerenje 5

Tab. P1.5: Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka, mjerenje 5

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$3.71e^{-9}$

Standardna devijacija $\sigma_J$	$1.2194e^{-4}$
Varijanca $V_J$	$1.457e^{-8}$
Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.1299

**Tab. P1.6:** *Rezultati statističke analize optimalnih reziduala, mjerenje 5*

	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.291 \text{ s}^{-1}$	$-0.066 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$9.194 \text{ s}^{-1}$	$3.65 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.367 \text{ s}^{-1}$	$0.191 \text{ A}$
Medijan	$-0.276 \text{ s}^{-1}$	$-0.065 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.568 \text{ s}^{-1}$	$-0.186 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.316 \text{ s}^{-1}$	$0.067 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.884 \text{ s}^{-1}$	$0.253 \text{ A}$
$RMS$	$3.379 \text{ s}^{-1}$	$0.202 \text{ A}$
Relativna pogreška	$1.106 \%$	$1.426 \%$

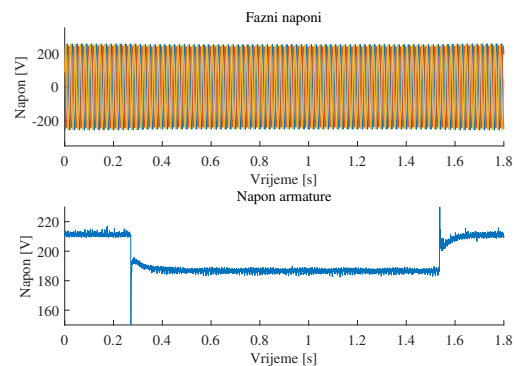


## **PRILOG 2**

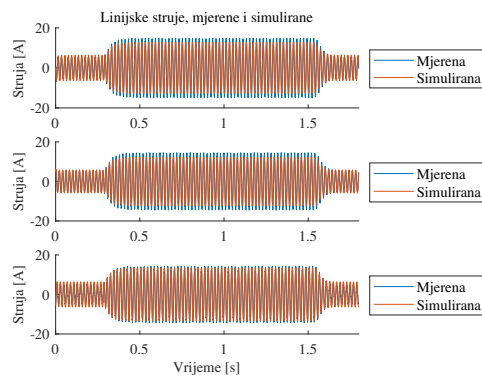
### **Rezultati estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora**

U ovom prilogu prikazat će se rezultati estimacije momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora za ostala mjerenja, te rezultati statističke analize dobivenih vrijednosti i optimalnih reziduala. Navedeni rezultati prikazani su u prilogu jer nema značajnih razlika u odnosu na prvo mjerenje koje je detaljno opisano u petom poglavlju ovog diplomskog rada. Važno je napomenuti kako je time osigurana bolja ponovljivost ove metode.

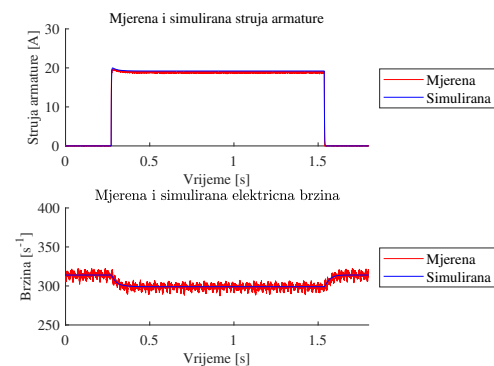
## Mjerenje 2



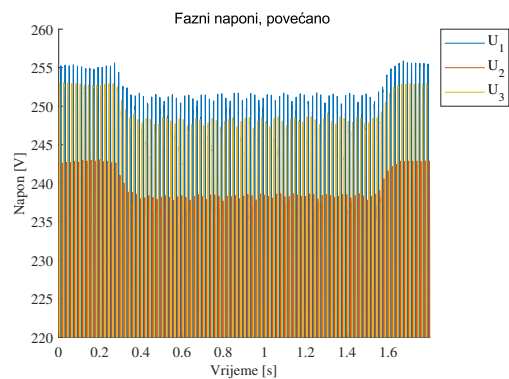
(a) *Naponi*



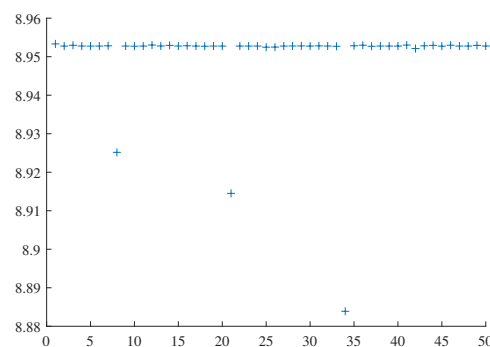
(b) *Linijske struje*



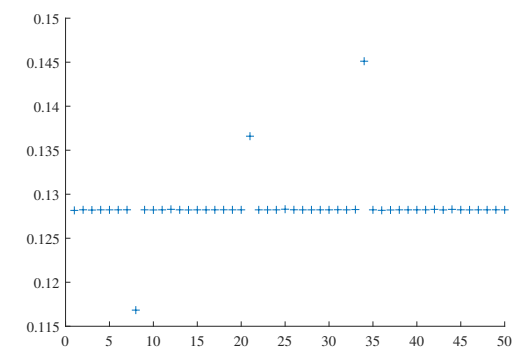
(c) *Električna brzina vrtnje i struja armature*



(d) *Uvećani prikaz faznih napona mreže*

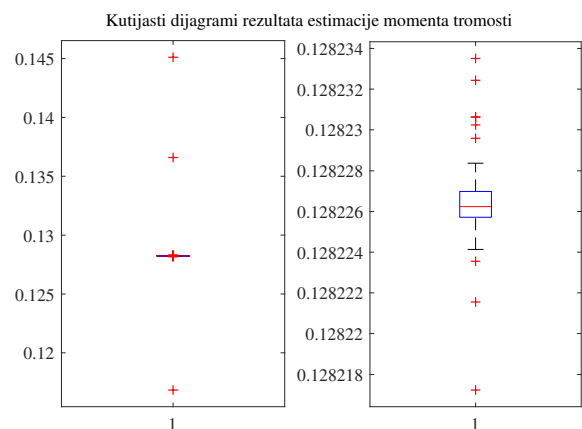


(e) *Dobivene vrijednosti otpora tereta*

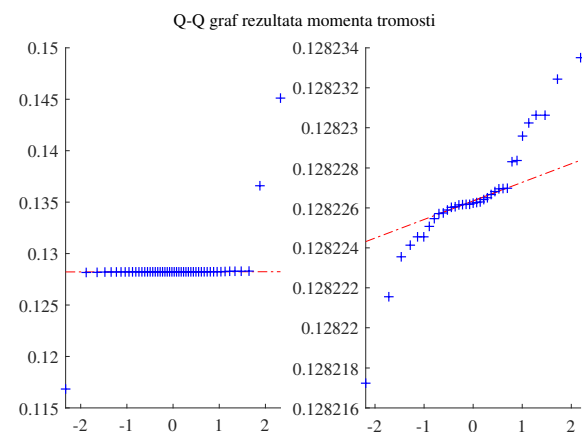


(f) *Dobivene vrijednosti momenta tromosti*

Slika P2.1: *Grafički prikaz značajnih veličina, mjerenje 2*



(a) Kutijasti dijagram za momente tromosti



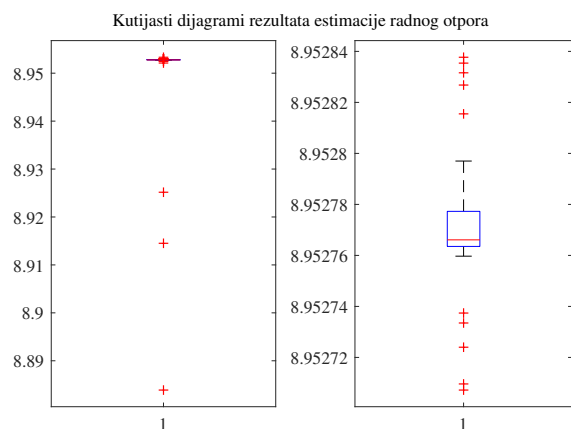
(b) Q-Q graf momenata tromosti

**Slika P2.2:** Statistička analiza momenata tromosti, mjerenje 2

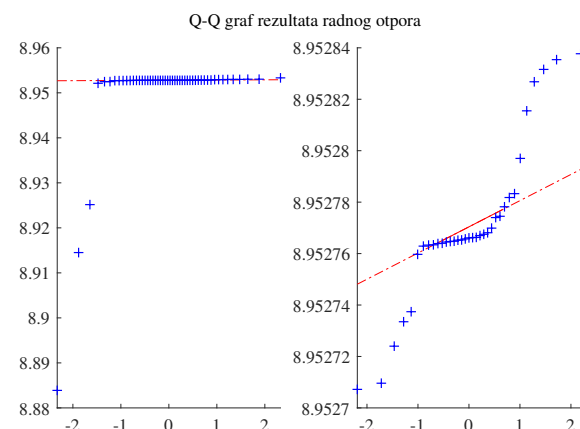
**Tab. P2.1:** Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za moment tromosti, mjerenje 2

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$6.035e^{-14}$

Standardna devijacija $\sigma_J$	0.0031
Varijanca $V_J$	$9.817e^{-6}$
Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.128



(a) Kutijasti dijagram za otpore tereta



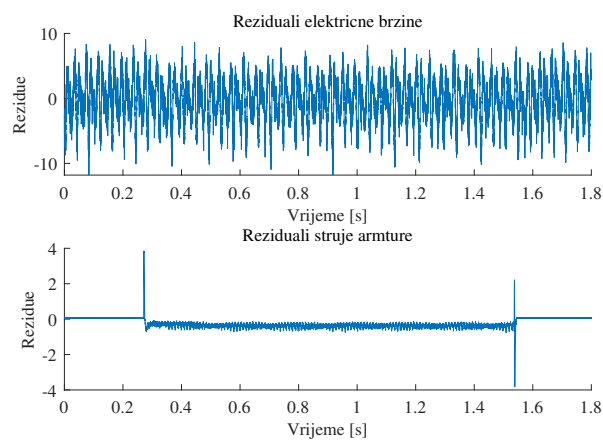
(b) Q-Q graf otpora tereta

**Slika P2.3:** Statistička analiza otpora tereta, mjerenje 2

**Tab. P2.2:** Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za otpore tereta, mjerenje 2

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$1.897e^{-14}$

Standardna devijacija $\sigma_{Rt}$	0.0116
Varijanca $V_{Rt}$	$1.349e^{-4}$
Srednja vrijednost $\bar{Rt}$	8.95

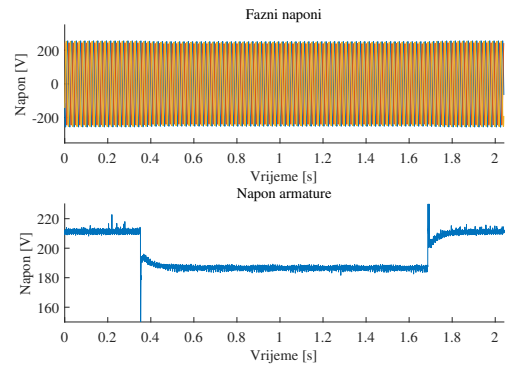


Slika P2.4: Grafički prikaz reziduala, mjerenje 2

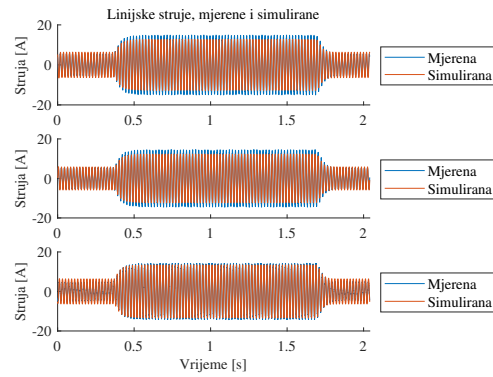
Tab. P2.3: Rezultati statističke analize optimalnih reziduala

	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.281 \text{ s}^{-1}$	$-0.226 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$9.045 \text{ s}^{-1}$	$3.842 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.295 \text{ s}^{-1}$	$0.26 \text{ A}$
Medijan	$-0.246 \text{ s}^{-1}$	$-0.298 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.567 \text{ s}^{-1}$	$-0.386 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.261 \text{ s}^{-1}$	$-0.062 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.837 \text{ s}^{-1}$	$0.448 \text{ A}$
$RMS$	$3.306 \text{ s}^{-1}$	$0.345 \text{ A}$
Relativna pogreška	1.09 %	2.173 %

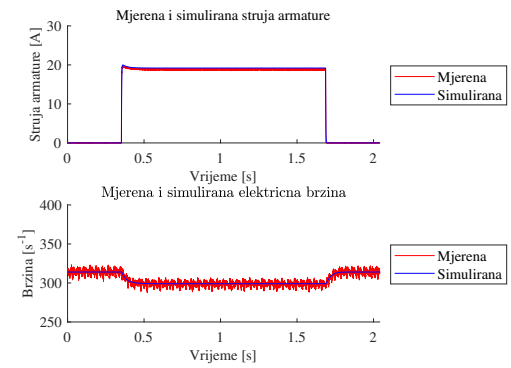
## Mjerenje 3



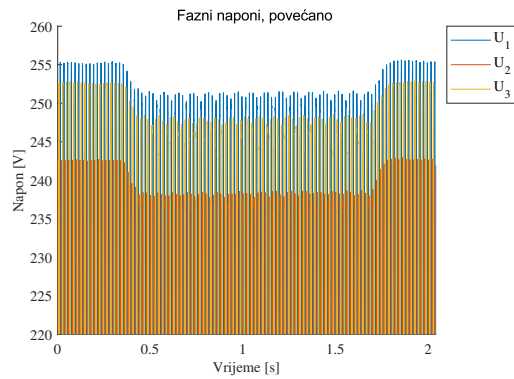
(a) Napon armature i fazni naponi



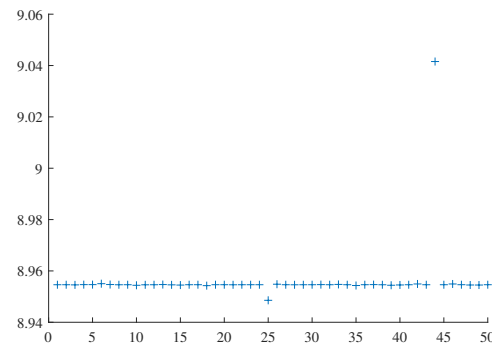
(b) Linijske struje



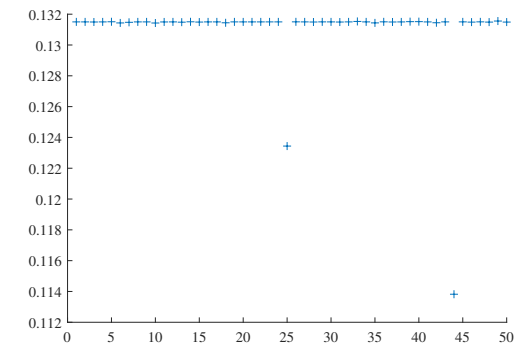
(c) Električna brzina vrtnje i struja armature



(d) Uvećani prikaz faznih napona mreže

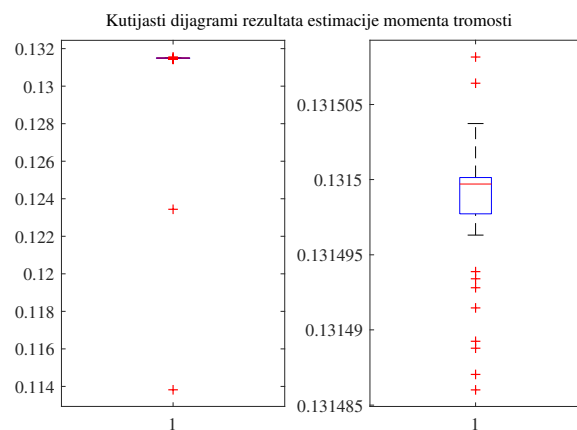


(e) Dobivene vrijednosti otpora tereta

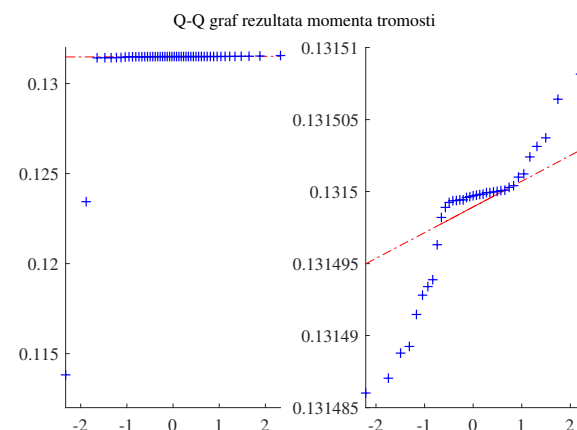


(f) Dobivene vrijednosti momenta tromosti

Slika P2.5: Grafički prikaz značajnih veličina za mjerenje 3



(a) Kutijasti dijagram za momente tromosti



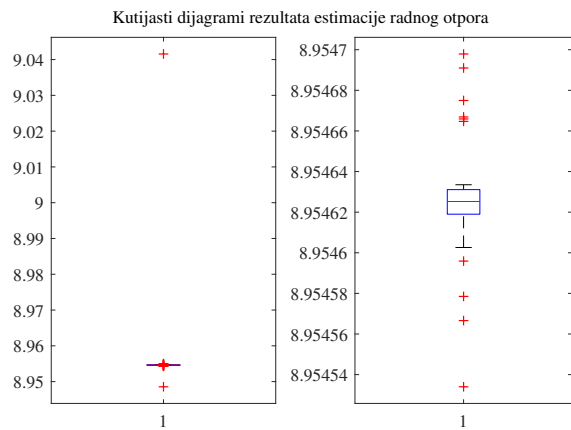
(b) Q-Q graf momenata tromosti

Slika P2.6: Statistička analiza momenata tromosti za mjerenje 3

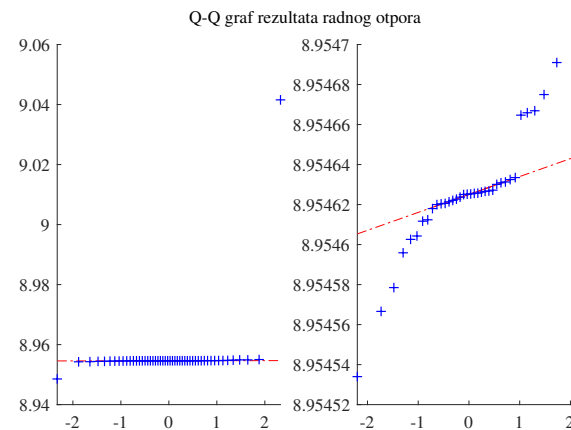
Tab. P2.4: Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za moment tromosti za mjerenje 3

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$4.76e^{-15}$

Standardna devijacija $\sigma_J$	0.0027
Varijanca $V_J$	$7.429e^{-6}$
Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.131



(a) Kutijasti dijagram za otpore tereta



(b) Q-Q graf otpora tereta

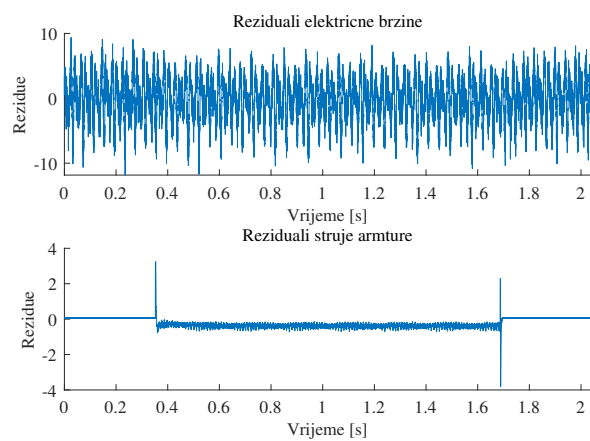
Slika P2.7: Statistička analiza otpora tereta za mjerenje 3

Tab. P2.5: Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za otpore tereta, mjerenje 3

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$1.779e^{-15}$

Standardna devijacija $\sigma_{Rt}$	0.0123
Varijanca $V_{Rt}$	$1.524e^{-4}$
Srednja vrijednost $\bar{Rt}$	8.9562



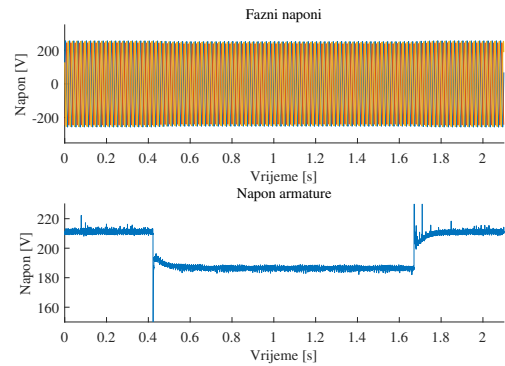


**Slika P2.8:** Grafički prikaz reziduala za mjerenje 3

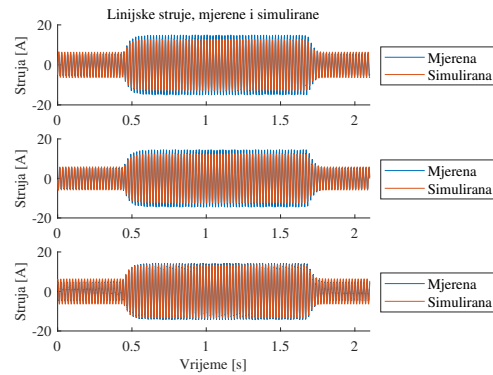
**Tab. P2.6:** Rezultati statističke analize optimalnih reziduala

	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.247 \text{ s}^{-1}$	$-0.203 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$9.379 \text{ s}^{-1}$	$3.246 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.304 \text{ s}^{-1}$	$0.252 \text{ A}$
Medijan	$-0.214 \text{ s}^{-1}$	$-0.281 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.49 \text{ s}^{-1}$	$-0.375 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.28 \text{ s}^{-1}$	$-0.065 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.771 \text{ s}^{-1}$	$0.44 \text{ A}$
<i>RMS</i>	$3.313 \text{ s}^{-1}$	$0.323 \text{ A}$
Relativna pogreška	1.089 %	2.13 %

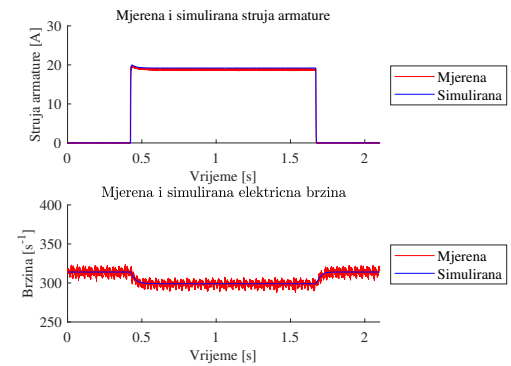
## Mjerenje 4



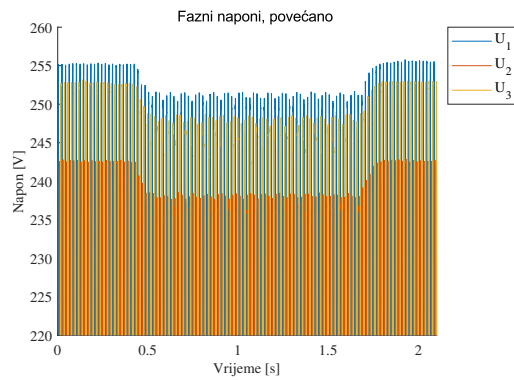
(a) Napon armature i fazni naponi



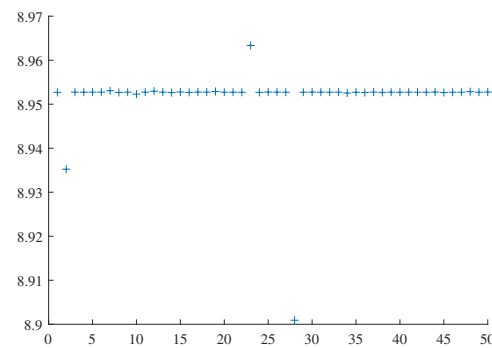
(b) Linijske struje



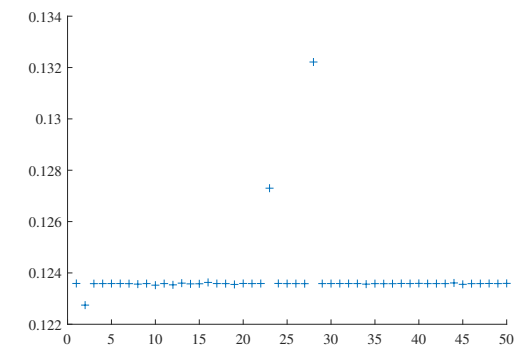
(c) Električna brzina vrtnje i struja armature



(d) Uvećani prikaz faznih napona mreže

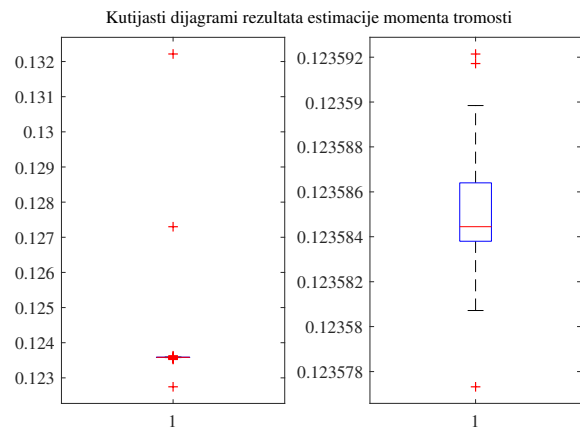


(e) Dobivene vrijednosti otpora tereta

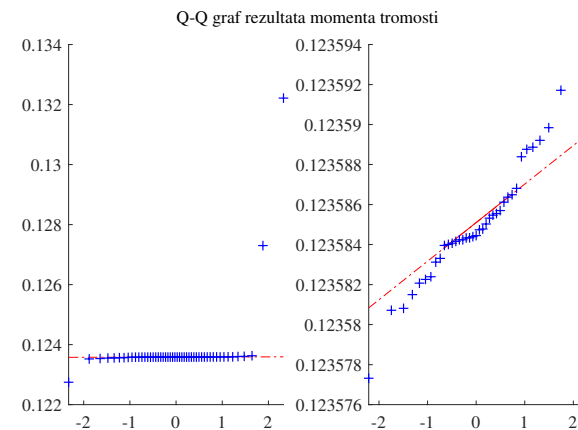


(f) Dobivene vrijednosti momenta tromosti

Slika P2.9: Grafički prikaz značajnih veličina za mjerenje 4



(a) Kutijasti dijagram za momente tromosti



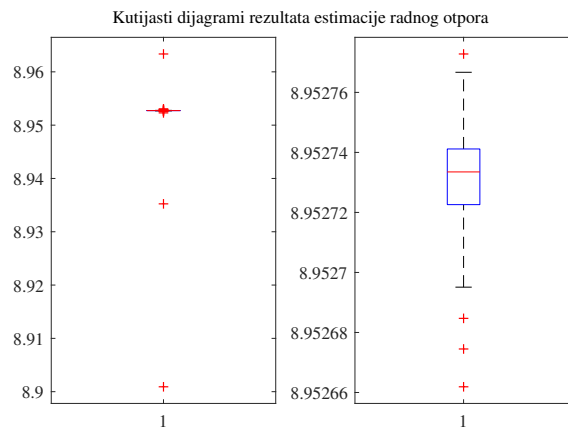
(b) Q-Q graf za momente tromosti

Slika P2.10: Statistička analiza momenata tromosti za mjerenje 4

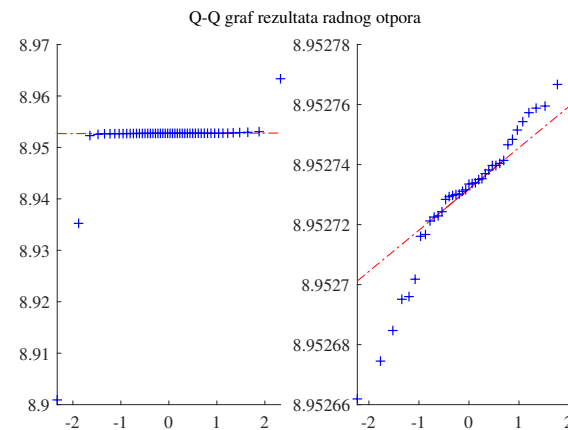
Tab. P2.7: Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za moment tromosti, mjerenje 4

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$8.244e^{-15}$

Standardna devijacija $\sigma_J$	0.0013
Varijanca $V_J$	$1.764e^{-6}$
Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.123



(a) Kutijasti dijagram za otpore tereta



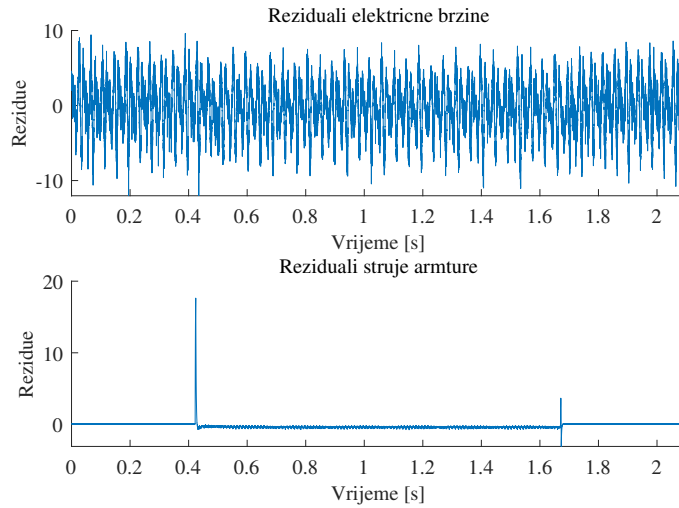
(b) Q-Q graf za otpore tereta

Slika P2.11: Statistička analiza otpora tereta za mjerenje 4

Tab. P2.8: Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za otpore tereta, mjerenje 4

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$1.2e^{-14}$

Standardna devijacija $\sigma_{Rt}$	0.0078
Varijanca $V_{Rt}$	$6.194e^{-5}$
Srednja vrijednost $\bar{Rt}$	8.952

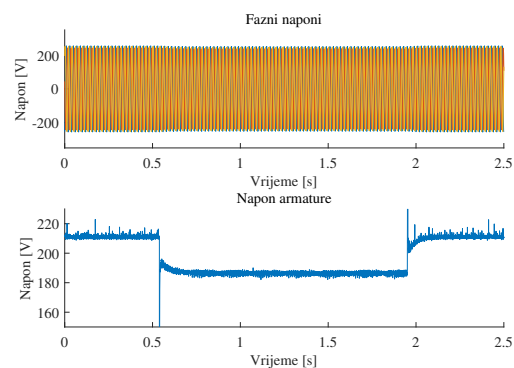


**Slika P2.12:** Grafički prikaz reziduala za mjerenje 4

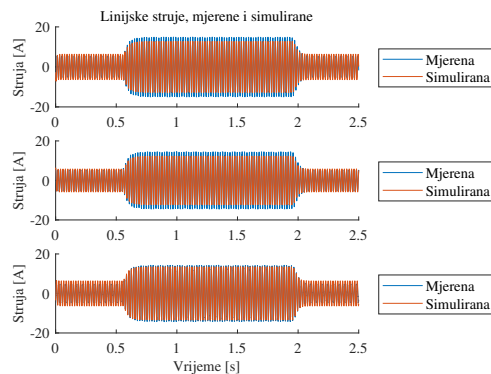
**Tab. P2.9:** Rezultati statističke analize optimalnih reziduala za mjerenje 4

	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.225 \text{ s}^{-1}$	$-0.166 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$9.61 \text{ s}^{-1}$	$17.636 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.358 \text{ s}^{-1}$	$0.581 \text{ A}$
Medijan	$-0.2 \text{ s}^{-1}$	$-0.27 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.54 \text{ s}^{-1}$	$-0.382 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.34 \text{ s}^{-1}$	$-0.067 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.879 \text{ s}^{-1}$	$0.448 \text{ A}$
$RMS$	$3.365 \text{ s}^{-1}$	$0.604 \text{ A}$
Relativna pogreška	$1.103 \%$	$4.161 \%$

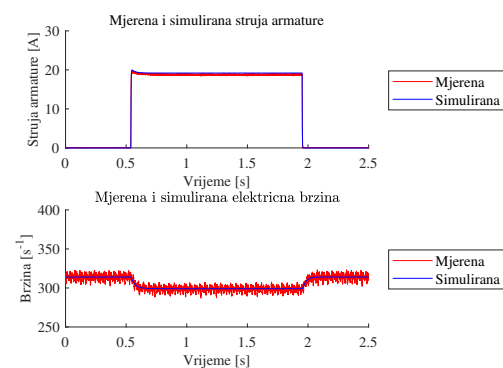
## Mjerenje 5



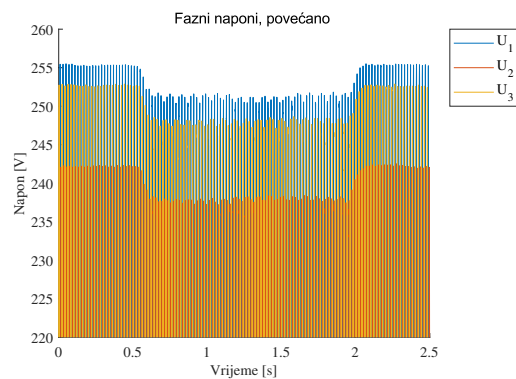
(a) Napon armature i fazni naponi



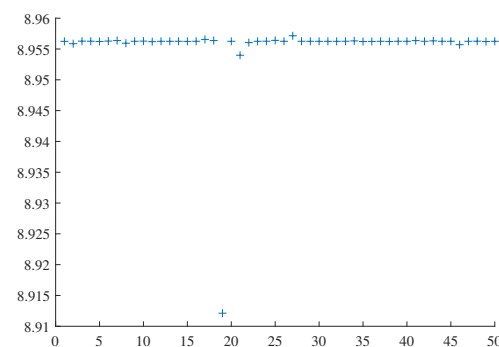
(b) Linijске struje



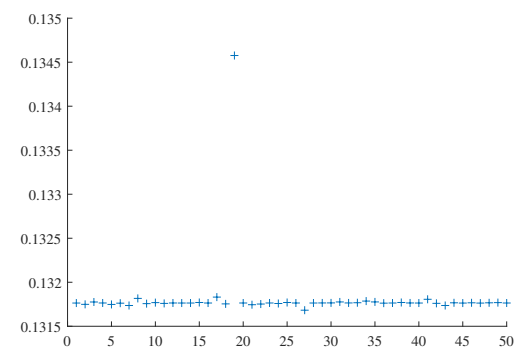
(c) Električna brzina vrtnje i struja armature



(d) Uvećani prikaz faznih napona mreže

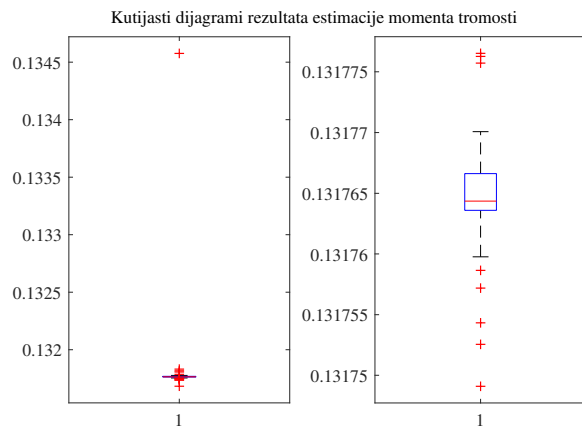


(e) Dobivene vrijednosti otpora tereta

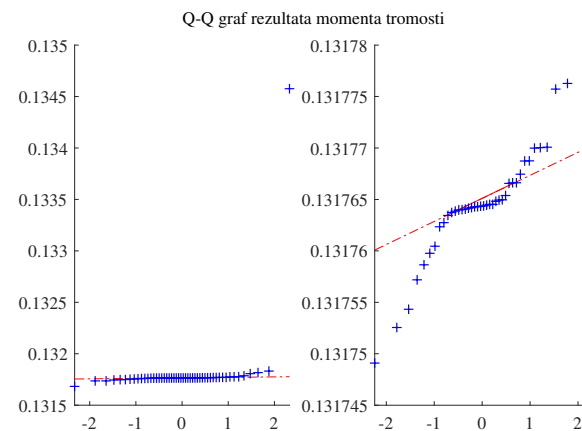


(f) Dobivene vrijednosti momenta tromosti

Slika P2.13: Grafički prikaz značajnih veličina za mjerenje 5



(a) Kutijasti dijagram za momente tromosti, mjerenje 5, optimizacija 2



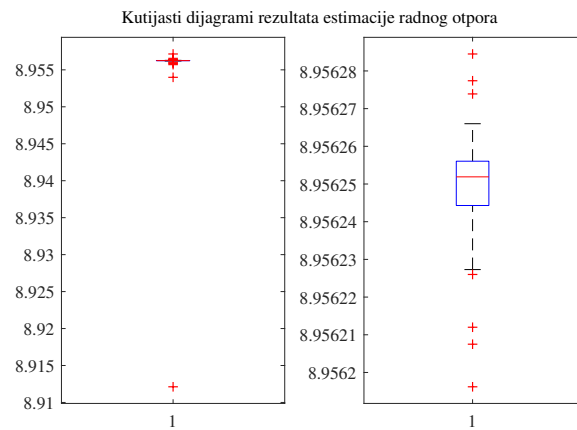
(b) Q-Q graf za momente tromosti

Slika P2.14: Statistička analiza momenata tromosti za mjerenje 5

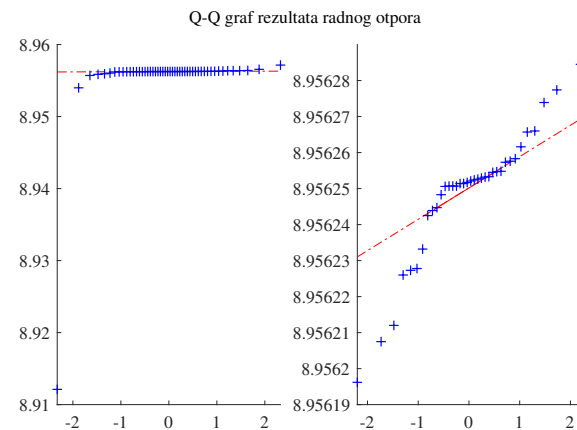
Tab. P2.10: Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za moment tromosti, mjerenje 5

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$2.029e^{-15}$

Standardna devijacija $\sigma_J$	0.0004
Varijanca $V_J$	$1.585e^{-7}$
Srednja vrijednost $\bar{J}$	0.132



(a) Kutijasti dijagram za otpore tereta



(b) Q-Q graf za otpore tereta

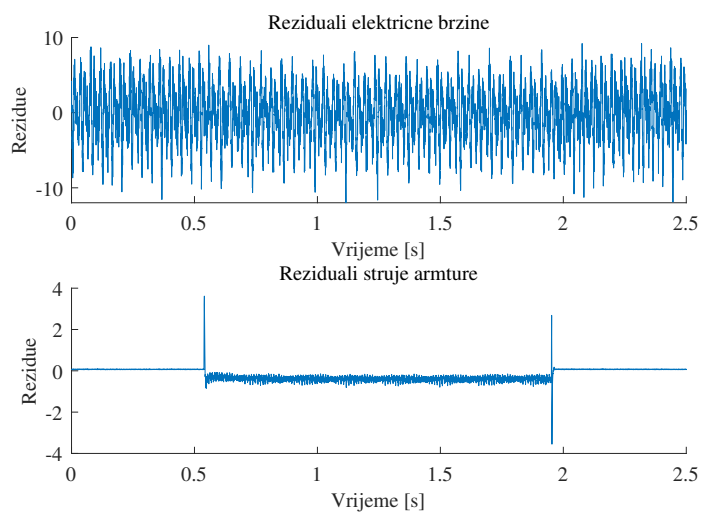
Slika P2.15: Statistička analiza otpora tereta za mjerenje 5

Tab. P2.11: Rezultati Shapiro-Wilk testa i mjere raspršenosti podataka za otpore tereta, mjerenje 5

Vrsta testa	Shapiro-Wilk
H0	Podaci su normalno distribuirani
H1	Podaci nisu normalno distribuirani
Razina značajnosti $\alpha$	0.05
p-vrijednost	$1.842e^{-15}$

Standardna devijacija $\sigma_{Rt}$	0.00625
Varijanca $V_{Rt}$	$3.902e^{-5}$
Srednja vrijednost $\bar{Rt}$	8.955





**Slika P2.16:** Grafički prikaz reziduala za mjerenje 4

**Tab. P2.12:** Rezultati statističke analize optimalnih reziduala za mjerenje 4

	Električna brzina	Struja armature
Srednja vrijednost	$-0.194 \text{ s}^{-1}$	$-0.175 \text{ A}$
Maksimalna vrijednost	$9.199 \text{ s}^{-1}$	$3.616 \text{ A}$
Standardna devijacija	$3.359 \text{ s}^{-1}$	$0.262 \text{ A}$
Medijan	$-0.208 \text{ s}^{-1}$	$-0.258 \text{ A}$
Prvi kvartil $Q_1$	$-2.46 \text{ s}^{-1}$	$-0.378 \text{ A}$
Treći kvartil $Q_3$	$2.414 \text{ s}^{-1}$	$-0.067 \text{ A}$
Interkvartilni raspon $IQR$	$4.874 \text{ s}^{-1}$	$0.445 \text{ A}$
$RMS$	$3.365 \text{ s}^{-1}$	$0.315 \text{ A}$
Relativna pogreška	$1.101 \%$	$1.222 \%$

## PRILOG 3

### Matlab skripte za pozivanje optimizacije rojem čestica i skripte funkcije cilja

```
%%Estimacija momenta tromosti%%

load('mjerjenje1_workspace_fazni.mat');
r_s = 1.1507;
r_r = 1.0107;
l_ls = 0.0055;
l_lr = 0.0055;
l_m = 0.1260;
l_s = l_m+l_ls;
l_r = l_m+l_lr;
m_t = 0;
p = 2;

B_tr = 0;%Koefficient trenja
rho0 = 0;%Pocetni polozej DQ sustava
w_s = 2*pi*50;%Sinkrona brzina

w_abc = 0;
w_k = 2*pi*50;
R_s=[r_s 0;0 r_s];
R_r=[r_r 0;0 r_r];
L_m=[l_m 0;0 l_m];
L_s=[l_s 0;0 l_s];
L_r=[l_r 0;0 l_r];
L = [l_s 0 l_m 0;
     0 l_s 0 l_m;
     l_m 0 l_r 0;
     0 l_m 0 l_r];];

%% Parametri DC motora
u_a = 220;
u_f = 175;
R_a = 0.54;
R_f = 135;
L_a = 13.1e-3;
L_f = 11.6;
```

```

L_af = 0.93;
R_t=9.0567;

%% Pozivanje optimizacije rojem estica i definiranje opcija %%
nvars = 1;
lb = [0];
ub = [1];
x0=lb + (ub-lb).*rand;
options=optimoptions(@particleswarm,'SwarmSize',100,'UseParallel',true,...
'InitialSwarm',x0,'StallIterLimit',5,'display','iter');
[x,ocjena,output] = particleswarm(@(x) fcilja(x,n_mjer,I_amjer)...
,nvars,lb,ub,options);

```

```
%%Funkcija cilja za estimaciju momenta tromosti%%
```

```
function [ocjena] = fcilja(x,n_mjer,I_amjer)
```

```
J=x;
```

```
load('mjerjenje1_workspace_fazni.mat');
```

```
%% Paramteri asinkronog motora
```

```
r_s = 1.1507;
```

```
r_r = 1.0107;
```

```
l_ls = 0.0055;
```

```
l_lr = 0.0055;
```

```
l_m = 0.1260;
```

```
l_s = l_m+l_ls;
```

```
l_r = l_m+l_lr;
```

```
m_t = 0;
```

```
p = 2;
```

```
B_tr = 0;%Koeficijent trenja
```

```
rho0 = 0;%Pocetni polozej DQ sustava
```

```
w_s = 2*pi*50;%Sinkrona brzina
```

```
w_abc = 0;
```

```
w_k = 2*pi*50;
```

```
R_s=[r_s 0;0 r_s];
```

```
R_r=[r_r 0;0 r_r];
```

```
L_m=[l_m 0;0 l_m];
```

```
L_s=[l_s 0;0 l_s];
```

```

L_r=[l_r 0;0 l_r];
L = [l_s 0 l_m 0;
      0 l_s 0 l_m;
      l_m 0 l_r 0;
      0 l_m 0 l_r];];

%% Parametri DC motora
u_a = 220;
u_f = 177;
R_a = 0.54;
R_f = 135;
L_a = 13.1e-3;
L_f = 11.6;
L_af = 0.93;
R_t=9.0567;
try
    [SimOut]=sim('mjerenje1_model_podesen_fazni.mdl','srcworkspace'...
        ,'current','SaveOutput','on','OutputSaveName','youtNew');
catch
    ocjena=1e50;
    return
end
n_sim=SimOut.get('n_sim');
I_asim=SimOut.get('I_asim');
delta=0;
delta1=0;
delta2=0;
for i=1:1:18000
    delta1=[n_mjer(i)-n_sim(i)]^2+delta1;
    delta2=[I_amjer(i)-I_asim(i)]^2+delta2;
    delta=delta1+delta2+delta;
end
ocjena=delta;
end

```

```

%%Estimacija momenta tromosti i radnog otpora tereta istosmjernog generatora%%

load('mjerjenje1_workspace_fazni.mat');
r_s = 1.1507;
r_r = 1.0107;
l_ls = 0.0055;
l_lr = 0.0055;
l_m = 0.1260;
l_s = l_m+l_ls;
l_r = l_m+l_lr;
m_t = 0;
p = 2;

B_tr = 0;%Koeficijent trenja
rho0 = 0;%Pocetni polozaj DQ sustava
w_s = 2*pi*50;%Sinkrona brzina

w_abc = 0;
w_k = 2*pi*50;
R_s=[r_s 0;0 r_s];
R_r=[r_r 0;0 r_r];
L_m=[l_m 0;0 l_m];
L_s=[l_s 0;0 l_s];
L_r=[l_r 0;0 l_r];
L = [l_s 0 l_m 0;
      0 l_s 0 l_m;
      l_m 0 l_r 0;
      0 l_m 0 l_r];

%% Parametri DC motora
u_a = 220;
u_f = 177;
R_a = 0.54;
R_f = 135;
L_a = 13.1e-3;
L_f = 11.6;
L_af = 0.93;

```

```

%% Pozivanje optimizacije rojem estica i postavljanje opcija%%
nvars = 2;
lb = [0 5];
ub = [1 15];
x0=lb + (ub-lb).*rand;
options=optimoptions(@particleswarm,'SwarmSize',50,'UseParallel',true ...
    , 'InitialSwarm',x0,'StallIterLimit',10,'display','iter');
[x,ocjena,output] = particleswarm(@(x) fcilja_2(x,n_mjer,I_amjer)...
    ,nvars,lb,ub,options);

```

```

%%Funkcija cilja za estimaciju momenta tromosti i otpora tereta%%

```

```

function [ocjena] = fcilja_2(x,n_mjer,I_amjer)
J=x(1);
R_t=x(2);
load('mjerjenje1_workspace_fazni.mat');
r_s = 1.1507;
r_r = 1.0107;
l_ls = 0.0055;
l_lr = 0.0055;
l_m = 0.1260;
l_s = l_m+l_ls;
l_r = l_m+l_lr;
m_t = 0;
p = 2;

B_tr = 0;%Koeficijent trenja
rho0 = 0;%Pocetni polozej DQ sustava
w_s = 2*pi*50;%Sinkrona brzina

w_abc = 0;
w_k = 2*pi*50;
R_s=[r_s 0;0 r_s];
R_r=[r_r 0;0 r_r];
L_m=[l_m 0;0 l_m];
L_s=[l_s 0;0 l_s];
L_r=[l_r 0;0 l_r];
L = [l_s 0 l_m 0;
    0 l_s 0 l_m;
    l_m 0 l_r 0;

```

```

    0 l_m 0 l_r];];

%% Parametri DC motora
u_a = 220;
u_f = 177;
R_a = 0.54;
R_f = 135;
L_a = 13.1e-3;
L_f = 11.6;
L_af = 0.93;
try
    [SimOut]=sim('mjerenje1_model_podesen_fazni.mdl','srcworkspace'...
        , 'current' , 'SaveOutput', 'on', 'OutputSaveName', 'youtNew');
catch
    ocjena=1e50;
    return
end
n_sim=SimOut.get('n_sim');
I_asim=SimOut.get('I_asim');
delta=0;
delta1=0;
delta2=0;
for i=1:1:18000
    delta1=[n_mjer(i)-n_sim(i)]^2+delta1;
    delta2=[I_amjer(i)-I_asim(i)]^2+delta2;
    delta=delta1+delta2+delta;
end
    ocjena=delta;
end

```

## PRILOG 4

### RStudio skripta za statističku analizu rezultata estimacije i Matlab skripta za statističku analizu optimalnih reziduala

```
str(J_mjerenje1_optimizacija1)

V1 <- J_mjerenje1_optimizacija1$V1

remove_outliers <- function(x, na.rm = TRUE, ...) {
  qnt <- quantile(x, probs=c(.25, .75), na.rm = na.rm, ...)
  H <- 1.5 * IQR(x, na.rm = na.rm)
  y <- x
  y[x < (qnt[1] - H)] <- NA
  y[x > (qnt[2] + H)] <- NA
  y
}

podaci_bez_outliera <- na.omit(remove_outliers(V1))

range(podaci_bez_outliera)

fivenum(podaci_bez_outliera)

boxplot(podaci_bez_outliera)

dev.copy(png, filename="boxplot_J_m1_opt1.png");
dev.off ();
plot(density(podaci_bez_outliera), xlab=NA, ylab='Gustoa', main=NA)
curve(dnorm(x, mean(podaci_bez_outliera), sd(podaci_bez_outliera)), add=T,
      col="red")
legend("topleft", c(expression(Mjerenja), expression(Teorijska)), lwd = 3,
      lty = 1, col=c('black', 'red'))
dev.copy(png, filename="gustoca_J_m1_opt1.png");
dev.off ();
qqnorm(podaci_bez_outliera)
qqline(podaci_bez_outliera)
dev.copy(png, filename="qqline_J_m1_opt1.png");
dev.off ();
shapiro.test(podaci_bez_outliera)
```



```

%% statisticka obrada reziduala %%

clear
for a=1:50
    load ([ 'rezultati_J ', num2str(a), '.mat' ], 'n_mjer ', 'n_sim ', 'I_amjer ', 'I_asim ');
    n_rezid=n_mjer-n_sim;
    I_arezid=I_amjer-I_asim;
    srednja_n(a)=mean(n_rezid);
    max_n(a)=max(n_rezid);
    stand_dev_n(a)=std(n_rezid);
    median_n(a)=median(n_rezid);
    Q1_n(a)=quantile(n_rezid,0.25);
    Q3_n(a)=quantile(n_rezid,0.75);
    IQR_n(a)=iqr(n_rezid);
    RMS_n(a)=rms(n_rezid);
    RMS_n_mjer(a)=rms(n_mjer);
    rel_gr_n(a)=(RMS_n/RMS_n_mjer)*100;
    srednja_I(a)=mean(I_arezid);
    max_I(a)=max(I_arezid);
    stand_dev_I(a)=std(I_arezid);
    median_I(a)=median(I_arezid);
    Q1_I(a)=quantile(I_arezid,0.25);
    Q3_I(a)=quantile(I_arezid,0.75);
    IQR_I(a)=iqr(I_arezid);
    RMS_I(a)=rms(I_arezid);
    RMS_I_mjer(a)=rms(I_amjer);
    rel_gr_I(a)=(RMS_I/RMS_I_mjer)*100;
    clear ('n_mjer ', 'n_mjer ', 'n_sim ', 'I_amjer ', 'I_asim ')
end

srednja_n_final=mean(srednja_n);
max_n_final=mean(max_n);
stand_dev_n_final=mean(stand_dev_n);
median_n_final=mean(median_n);
IQR_n_final=mean(IQR_n);
Q1_n_final=mean(Q1_n);
Q3_n_final=mean(Q3_n);
RMS_n_final=mean(RMS_n);
rel_gr_n_final=mean(rel_gr_n);
srednja_I_final=mean(srednja_I);
max_I_final=mean(max_I);

```

```

stand_dev_I_final=mean(stand_dev_I);
median_I_final=mean(median_I);
Q1_I_final=mean(Q1_I);
Q3_I_final=mean(Q3_I);
IQR_I_final=mean(IQR_I);
RMS_I_final=mean(RMS_I);
rel_gr_I_final=mean(rel_gr_I);

%% Pohrana u vektor%%

output(1,2)=srednja_n_final;
output(2,2)=max_n_final;
output(3,2)=stand_dev_n_final;
output(4,2)=median_n_final;
output(5,2)=IQR_n_final;
output(6,2)=RMS_n_final;
output(7,2)=rel_gr_n_final;
output(8,2)=srednja_I_final;
output(9,2)=max_I_final;
output(10,2)=stand_dev_I_final;
output(11,2)=median_I_final;
output(12,2)=IQR_I_final;
output(13,2)=RMS_I_final;
output(14,2)=rel_gr_I_final;
output(15,2)=Q1_n_final;
output(16,2)=Q3_n_final;
output(17,2)=Q1_I_final;
output(18,2)=Q3_I_final;
output1=num2cell(output);
output1(1,1)={'Srednja_vrijednost_reziduala_brzine'};
output1(2,1)={'Max_vrijednost_reziduala_brzine'};
output1(3,1)={'Standardna_devijacija_reziduala_brzine'};
output1(4,1)={'Median_reziduala_brzine'};
output1(5,1)={'IQR_reziduala_brzine'};
output1(6,1)={'RMS_reziduala_brzine'};
output1(7,1)={'Relativna_pogreka'};
output1(8,1)={'Srednja_vrijednost_reziduala_struje'};
output1(9,1)={'Max_vrijednost_reziduala_struje'};
output1(10,1)={'Standardna_devijacija_reziduala_struje'};

```

```
output1(11,1)={ 'Median_reziduala_struje '};
output1(12,1)={ 'IQR_reziduala_struje '};
output1(13,1)={ 'RMS_reziduala_struje '};
output1(14,1)={ 'Relativna_pogreka '};
output1(15,1)={ 'Prvi_kvartil_brzina '};
output1(16,1)={ 'Treci_kvartil_brzina '};
output1(17,1)={ 'Prvi_kvartil_struja '};
output1(18,1)={ 'Treci_kvartil_struja '};
%% spremanje u excel tablicu %%

xlswrite('tablica1.xlsx',output1);
```