Objektivno rangiranje iz subjektivnih usporedbi uz nepotpune podatke

Krpić, Mirna

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK

Sveučilišni studij računarstva
Smjer programsko inženjerstvo

OBJEKTIVNO RANGIRANJE IZ SUBJEKTIVNIH USPOREDBI UZ NEPOTPUNE PODATKE

Završni rad

Mirna Krpić

Osijek, 2023.

FERIT
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA **OSIJEK**

Obrazac Z1P - Obrazac za ocjenu završnog rada na preddiplomskom sveučilišnom studiju

Osijek, 15.09.2023.

Odboru za završne i diplomske ispite

Prijedlog ocjene završnog rada na preddiplomskom sveučilišnom studiju

Ime i prezime Pristupnika:	Mirna Krpić
Studij, smjer:	Programsko inženjerstvo
Mat. br. Pristupnika, godina upisa:	R4522, 27.07.2020.
OIB Pristupnika:	61249961044
Mentor:	doc. dr. sc. Hrvoje Leventić
Sumentor:	,
Sumentor iz tvrtke:	
Naslov završnog rada:	Objektivno rangiranje iz subjektivnih usporedbi uz nepotpune podatke
Znanstvena grana rada:	**Obradba informacija (zn. polje računarstvo)**
Zadatak završnog rad:	Istražiti i opisati metode rangiranja pomoću usporedbi izbora, opisati relevantne pojmove iz literature rangiranja izbora (sustavi glasovanja, matrica usporedbi, Condorcetove paradoks, Borda kriterij, itd.). Istražiti i opisati razvijene metode za rangiranje izbora uz nepotpune podatke. Implementirati vlastiti algoritam za rangiranje na sintetičkim podacima. Rezervirano za: Mirna Krpić
Prijedlog ocjene završnog rada:	Izvrstan (5)
Kratko obrazloženje ocjene prema Kriterijima za ocjenjivanje završnih i diplomskih radova:	Primjena znanja stečenih na fakultetu: 3 bod/boda Postignuti rezultati u odnosu na složenost zadatka: 3 bod/boda Jasnoća pismenog izražavanja: 3 bod/boda Razina samostalnosti: 3 razina
Datum prijedloga ocjene od strane mentora:	15.09.2023.
Datum potvrde ocjene od strane Odbora:	24.09.2023.

Potvrda mentora o predaji konačne verzije rada:	Mentor elektronički potpisao predaju konačne verzije. Datum:

IZJAVA O ORIGINALNOSTI RADA

Osijek, 26.09.2023.

Ime i prezime studenta:	Mirna Krpić
Studij:	Programsko inženjerstvo
Mat. br. studenta, godina upisa:	R4522, 27.07.2020.
Turnitin podudaranje [%]:	2

Ovom izjavom izjavljujem da je rad pod nazivom**: Objektivno rangiranje iz subjektivnih usporedbi uz nepotpune podatke**

izrađen pod vodstvom mentora doc. dr. sc. Hrvoje Leventić

i sumentora ,

moj vlastiti rad i prema mom najboljem znanju ne sadrži prethodno objavljene ili neobjavljene pisane materijale drugih osoba, osim onih koji su izričito priznati navođenjem literature i drugih izvora informacija.
Izjavljujem da je intelektualni sadržaj navedenog rada proizvod mog vlastitog rada, osim u onom dijelu za koji mi je bila potrebna pomoć mentora, sumentora i drugih osoba, a što je izričito navedeno u radu.

Potpis studenta:

Sadržaj

Popis slika

Popis tablica

1. UVOD

Glasanje i rangiranje su kompleksni problemi koji se susreću u različitim kontekstima, kao što su izbori, ocjenjivanje proizvoda, rangiranje web stranica u pretraživačima ili donošenje odluka u grupama. U ovom radu razlikujemo rangiranje s potpunim i nepotpunim podacima. Rangiranje s potpunim podacima podrazumijeva da svaki glasač ima sve potrebne informacije o svakom kandidatu ili elementu uključenom u glasovanje, dok rangiranje s nepotpunim podacima znači da glasači nemaju potpuni uvid u informacije ili da im je na izbor dan samo dio kandidata ili elemenata. Razlog korištenja rangiranja s nepotpunim podacima može biti nedostupnost svih potrebnih informacija ili namjerno uklanjanje istih radi smanjenja broja odluka koje je potrebno donijeti jer prosječna osoba često se suočava s ograničenjima u vremenu, znanju, motivaciji i sl. Stoga, provesti temeljito rangiranje svih dostupnih opcija može biti dugotrajan i zamoran proces. Problem kod nepotpunih podataka jest pitanje ispravnosti dobivenih rezultata. Korištenjem ove metode lako može doći do iskrivljenja rangiranja te je jedan od glavnih izazova način nošenja s prazninama u podacima. Cilj istraživanja na ovu temu je pronaći pouzdane i računalno efikasne načine za očuvanje ispravnosti i pouzdanosti rezultata. U ovom radu će se predstaviti metode rangiranja i glasanja te obaviti istraživanje rezultata dobivenih iz rangiranja s potpunim i nepotpunim podacima.

U poglavlju 2 predstavljene su metode glasanja i rangiranja, a u 3. poglavlju iznesen je pregled literature na teme rangiranja s nepotpunim podacima. U poglavlju 4 su predstavljene mjere korelacije prema kojima se određuju rezultati. Naposljetku, u poglavlju 5 nalazi se opis provedenog istraživanja te zaključak u poglavlju 6 i sažetak rada.

1.1. Zadatak završnog rada

Zadatak ovog završnog rada je istražiti i opisati metode rangiranja pomoću usporedbi izbora, opisati relevantne pojmove iz literature rangiranja izbora (sustavi glasovanja, matrica usporedbi, Condorcetov paradoks, Borda kriterij, itd.). Istražiti i opisati razvijene metode za rangiranje izbora uz nepotpune podatke te implementirati vlastiti algoritam za rangiranje na sintetičkim podacima.

2. METODE GLASANJA I RANGIRANJA

Postoje mnoge metode glasanja i rangiranja od kojih svaka ima svoju svrhu i ulogu u raznim sferama života. Većina je nastala iz potrebe za pravednijim metodama s ciljem da se želje glasača uzmu u obzir u što većoj mjeri i donesu pravilnije odluke. Svaka metoda donosi vlastite prednosti, ali i nedostatke. Prema [2] u kojem je demonstriran takozvani „Arrowov teorem nemogućnosti" koji kaže kako je matematički nemoguće predstaviti preference više pojedinaca zajedničkom preferencom koja potpuno i uvijek poštuje aksiome nediktature, jednoglasnosti, neovisnosti u odnosu na irelevantne alternative, tranzitivnosti i univerzalnosti. Arrowov teorem jamči da nijedna metoda rangiranja ne poštuje sve aksiome istovremeno. Nediktatura znači da jedan birač i njegova biračka sklonost ne mogu predstavljati cijelu zajednicu. Aksiom jednoglasnosti nalaže da preference većine trebaju direktno utjecati na ukupnu preferencu zajednice. Neovisnost u odnosu na irelevantne alternative znači da odabir između dvije alternative ne smije ovisiti o preferencama koje se odnose na treću alternativu. Aksiom tranzitivnosti tvrdi da ako je prvi poželjniji od drugog i drugi poželjniji od trećeg, tada je prvi zasigurno poželjniji od trećeg. Univerzalnosti zahtijeva da metoda funkcionira, poštujući sve druge aksiome, za bilo koji skup preferenci glasača.

2.1. Metode glasanja

Oblik glasanja u kojem svaki glasač bira samo jednog kandidata koji predstavlja njegov prvi izbor naziva se glasanje s jednim izborom ili jednočlano pluralno glasanje (engl. *First-past-the-post voting*, FPTP). Ovo je jedan od najjednostavnijih načina glasanja i koristi se u većini predsjedničkih izbora, a pobjednik je onaj koji ima najviše osvojenih glasova. Ukoliko je potrebno birati između više od dva kandidata ovakvim načinom glasanja gube se informacije o sklonosti glasača o drugim kandidatima te postoji mogućnost da pobjednik ne bude izabran od strane većine. Zbog navedenih nedostataka [3] navodi kako je taktičko glasanje na štetu manje omiljenih kandidata korištenjem ove metode lako ostvarivo te ima značajan utjecaj na krajnji ishod.

Preferencijalno glasanje (engl. *preference voting*) je oblik glasanja gdje glasači trebaju rangirati kandidate od najviše do najmanje poželjnog izbora. Razlikujemo potpuno preferencijalno glasanje u kojemu je glasač obavezan navesti preference za sve kandidate. Parcijalno preferencijalno glasanje u kojemu je potrebno da glasač navede preference za minimalno određeni broj kandidata koji je obično jednak broju onih koji će biti izabrani te opcionalno preferencijalno glasanje u kojem je obavezno samo navesti prvi izbor te dodjela daljnih preferenci nije obavezna. Ovakav način glasanja omogućuje da se u određenim slučajevima uzme u obzir potpuna preferenca glasača i iznese pobjednik unutar jednog kruga glasanja. Kada se koristi u političkom glasanju osigurava zastupljenost manjina i teži raspodjeli mjesta proporcionalno broju birača koji favoriziraju različite stranke [4].

2.2. Metoda većine

Metoda većine (engl. *majority criterion*) kaže da pobjednik glasanja mora imati većinu glasova tj. mora imati 50% ili više glasova [5]. S obzirom na to pravilo ova metoda uglavnom se koristi kada postoje samo dva kandidata jer u protivnome je teško ostvariti većinu glasova [6]. Nedostatak ove ali i ostalih metoda jest, iako je to rijedak slučaj, pogotovo kad je u pitanju veliki broj glasača da ako ih je paran broj može doći do izjednačenja glasova kada je nemoguće odrediti pobjednika. Zbog nepraktičnosti korištenja u slučajevima s više kandidata ova metoda koristiti se u kombinaciji s drugima (vidi potpoglavlje 2.3).

2.3. Metoda pluraliteta

Kada postoje tri ili više kandidata onda je metoda pluraliteta (engl. *plurality method*) bolji izbor od metode većine za odabir pobjednika. Metoda pluraliteta još se naziva i metoda relativne većine jer pobjednik je onaj koji zadobije najviše glasova neovisno o tome je li odabir većine glasača ili nije [6]. Metoda pluraliteta često se koristi zbog jednostavnosti i izravnosti odabira pobjednika bezobzira što, zbog prethodno navedenog nedostatka, lako može rezultirati nepoštenim izborom pobjednika.

2.3.1 Primjer nedostatka metode pluraliteta i rješenja

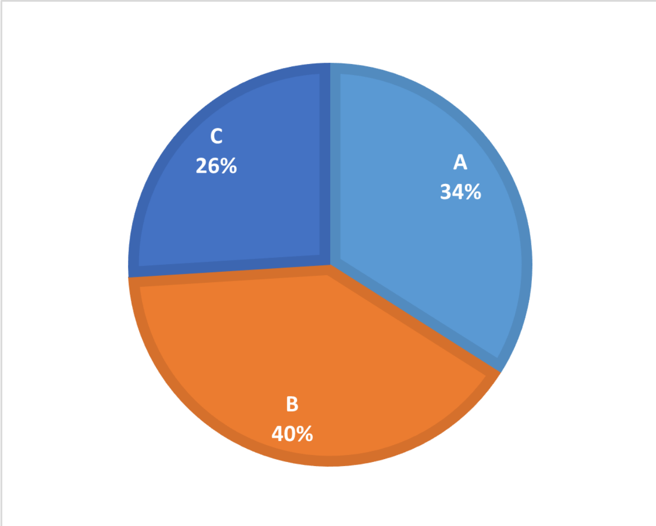
Pretpostavimo da postoje tri kandidata (A, B, C) i da svaki birač na svom listiću zaokružuje jednog kandidata koji predstavlja njegov prvi izbor odnosno koristi se glasanje s jednim izborom. Na izborima je glasalo 100 glasača, a rezultati* su prikazani u tablici 2.1.

Tab. 2.1: *Metoda pluraliteta – primjer rezultata glasanja*

Kandidat	Broj glasova	Postotak glasova
A	34	34%
B	40	40%
C	26	26%

*rezultati su slučajno generirani koristeći Python program

U primjeru je vidljivo kršenje aksioma jednoglasnosti. Korištenjem metode pluraliteta možemo zaključiti kako je kandidat B pobjednik izbora jer ima više glasova od kandidata A i C. Ako detaljnije promotrimo glasove lako možemo uočiti da pobjednik ovog glasovanja nije prvi izbor većine glasača, točnije 60% glasača glasalo je za nekog drugog kandidata što je lako uočljivo na grafu prikazanom na slici 2.1. Ovakav nepovoljan ishod vrlo je česta pojava kod korištenja ove metode te se zbog toga ona koristi u kombinaciji s drugim metodama ili modificira korištenjem preferencijalnog glasanja.



Sl. 2.1: *Prikaz rezultat glasanja iz tablice 2.1*

Metoda drugog kruga (engl. *runoff election*) je slučaj u kojem se kombiniraju metoda pluraliteta i metoda većine. Glasanje se obično odvija u dva kruga. U prvom krugu koristi se metoda pluraliteta i ukoliko jedan od kandidata nije ostvario više od 50% glasova, određuju se dva kandidata s najvećim brojem glasova koji ulaze u drugi krug [5]. U danom primjeru u drugi krug ulaze kandidati A i B. Glasači koji su glasali za kandidata C u ovome krugu moraju dati potporu nekom od drugih kandidata. Nakon provedenog glasanja rezultati su prikazani u tablici 2.2.

Tab. 2.2: *Metoda drugog kruga – primjer rezultata glasanja*

Kandidat	Broj glasova	Postotak glasova	Udio glasača kandidata C
A	52	52%	18%
B	48	48%	8%

Prema rezultatima uočljivo je kako glasači kandidata C više podupiru kandidata A koji odnosi pobjedu prema pravilu većine sa 52% glasova. Iako bolja, ova metoda i dalje pridaje važnost samo prva dva izbora glasača. Metoda većine s eliminacijom (engl. *instant-runoff election*) slična je metodi drugog kruga s razlikom da se provodi, ukoliko je to potrebno, u više krugova. Nakon svakog kruga izbacuje se kandidat s najmanje glasova i glasovanje se ponavlja sve dok jedan od kandidata ne dobije više od 50% glasova [5, 7]. Kada se bira između tri kandidata ova metoda potpuno je identična metodi drugog kruga.

2.4. Borda kriterij

Borda kriterij (engl. *Borda count*), nazvan prema francuskom matematičaru Jean-Charles de Borda, nalaže da se svakom kandidatu dodjele bodovi ovisno o mjestu rangiranja. Tako kandidat na zadnjem mjestu ostvaruje najmanji broj bodova. Na primjer, zadnje mjesto ostvaruje jedan bod, predzadnje dva boda i tako sve do prvog mjesta koje donosi najveći broj bodova, u ovome slučaju taj broj bi iznosio *n*, koji predstavlja ukupan broj kandidata (*n*, *n*-1, ..., 1). Nakon što se zbroje svi bodovi kandidat s najviše bodova pobjeđuje. Ova metoda stvara kompromis između broja glasova i sveukupne preference glasača jer je upotreba ove metode ostvariva jedino uporabom preferencijalnog glasovanja. Provedbom istraživanja u kojima su glasači iznosili nepotpune preference zaključeno je kako takvo rangiranje proizvodi drugačiji poredak od onoga koji proizlazi iz pune rang liste [8].

2.4.1 Primjer korištenja Borda kriterija

Pretpostavimo ponovno da imamo 3 kandidata (A, B, C). Svaki birač na svom listiću rangira kandidate od prvog do trećeg mjesta. Na izborima je glasalo 100 glasača, a rezultati su prikazani u tablici 2.3.

Tab. 2.3: *Preferencijalno glasanje i Borda kriterij – primjer 1*

Borda bodovi	Izbor	Kandidat A	Kandidat B	Kandidat C
3	Prvi	39	36	25
2	Drugi	25	33	37
1	Treći	36	31	38
Konačni bodovi:		**203**	**205**	**187**

Prema konačnim bodovima dobivenima primjenom Borda kriterija kandidat B je pobjednik izbora s najvećim brojem bodova. Bitno je primijetiti kako kandidat B nije prvi niti drugi izbor većine birača. Jasno je vidljivo da u slučaju korištenja metode pluraliteta pobjednik bi bio kandidat A. Kada pobjednik izbora prema Borda kriteriju nema potporu većine glasača kaže se da Borda kriterij krši kriterij pluraliteta, odnosno krši aksiom jednoglasnosti. U sljedećem primjeru bit će prikazano da to nije uvijek slučaj. Ponovno je glasalo 100 glasača čije su preference zbrojene i prikazane u tablici 2.4. U ovom slučaju pobjednik Borda kriterija ujedno je i pobjednik metode pluraliteta te je očuvana istinitost aksioma jednoglasnosti.

Tab. 2.4: *Preferencijalno glasanje i Borda kriterij – primjer 2*

Borda bodovi	Izbor	Kandidat A	Kandidat B	Kandidat C
3	Prvi	22	32	46
2	Drugi	38	36	25
1	Treći	40	32	29
Konačni bodovi:		**182**	**200**	**217**

2.5. Condorcetov kriterij

Nazvan je prema francuskom matematičaru i političkom teoretičaru Marquisu de Condorcetu koji je ovu metodu objavio 1785. u radu „Ogled o primjeni analize na vjerojatnost odluka donesenih većinom glasova“. Condorcetov kriterij (engl. *Condorcet criterion*) je metoda prema kojoj je pobjednik izbora onaj koji je pobijedio sve ostale kandidate u sukobima jedan na jedan, odnosno kandidat koji predstavlja poželjniju alternativu u odnosu na druge [9]. Smatra se pravednijom metodom nego Borda kriterij no nedostatak je da može dovesti do stanja netranzitivnosti u kojemu ne postoji pobjednik ni gubitnik te ju se tada ne može valjano primijeniti. Takav slučaj naziva se Condorcetov paradoks i događa se u situaciji koja se još naziva "Condorcetova trojka" u kojoj A pobjedi B, B pobjedi C i C pobjedi A. U situacijama u kojima ne dolazi do ciklusa netranzitivnosti Condorcet je bolji izbor od Borda kriterija [10].

2.5.1 Primjer korištenja Condorcetovog kriterija

Pretpostavimo da imamo 3 kandidata. Svaki glasač mora tri puta odabrati poželjnijeg kandidata u sukobu jedan na jedan. Svojim odabirom kandidatu dodjeljuje jedan bod. Kandidat s najviše bodova odnosi pobjedu. Na izborima je bilo deset glasača, a rezultati su izneseni u tablici 2.5.

Tab. 2.5: *Matrica usporedbe i proces rangiranja za Condorcetov kriterij*

	A	**B**	**C**	**Pobjede**
A	-	4	7	11
B	6	-	3	9
C	3	7	-	10

(a) *Matrica usporedbe i broj ukupnih pobjeda*

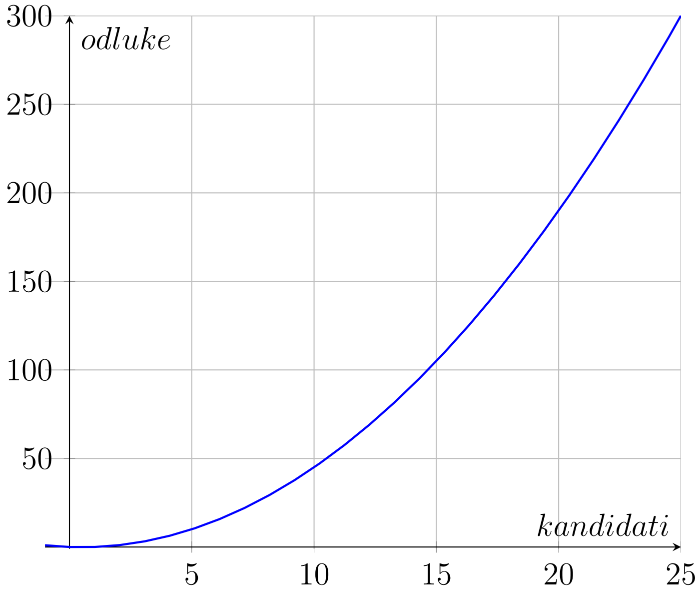
A > B
B < C
C < A

(b) *Tablica usporedbi*

Dobivenu matricu usporedbe može se analizirati na dva načina. Prvi način je da se zbroje rezultati u retcima i tako dobije ukupan broj pobjeda prema kojima se računa poredak. U drugom načinu uspoređuju se nasuprotni elementi matrice. Element s većom vrijednosti označava pobjedu kandidata u čijem se retku nalazi nad kandidatom u stupcu. Oba načina daju jednake rezultate koji su prikazani i u tablici usporedbi. Prema rezultatima glasanja kandidat A pobijedio je kandidata B, a kandidat C pobijedio je kandidata B no izgubio je od kandidata A. Tako je kandidat A postao Condorcetov pobjednik.

U ovom primjeru s tri kandidata svaki glasač bio je dužan donjeti tri odluke kako bi iznio svoju potpunu preferencu. Važno je primijetiti da se povećanjem broja kandidata povećava i broj odluka koje je glasač dužan donijeti. Broj odluka izračunava se prema formuli (2-1) gdje n označava broj kandidata:

$$p = \frac{(n-1)\cdot n}{2} \tag{2-1}$$

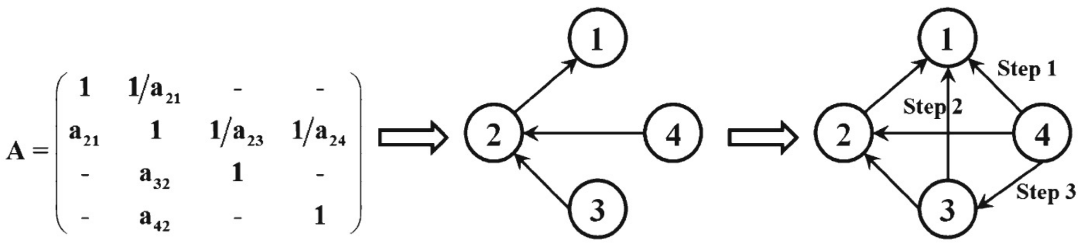


Sl. 2.2: *Graf odnosa broja kandidata s brojem potrebnih odluka*

Prema grafu prikazanom na slici 2.2 može se uočiti visoki porast broja odluka u odnosu na broj kandidata. Iz tog razloga Condorcetova metoda, ali i ostale koje zahtijevaju iznošenje potpune preference su nepovoljan izbor u slučajevima većeg broja kandidata. Takve situacije kod glasača lako mogu dovesti do poteškoća u donošenju odluka zbog osjećaja umora, gubitka zainteresiranosti, nedostatka vremena i sl. [11, 12].

3. PREGLED LITERATURE

Fedrizzi i Giove [13] su problemu nepotpunih podataka pristupili metodom za popunjavanje nedostajućih vrijednosti u matrici usporedbe. Definira se mjera nekonzistentnosti matrice uz pomoć koje se izračunaju nedostajući elementi maksimiziranjem globalne konzistentnosti. Glavna prednost predložene metode je njenja niska računalna složenost. Chen i sur. [1] koristili su metodu povezivanja putova (engl. *connecting path method*, CPM) koja je ranije usvojena samo u procjeni nedostajućih prosudbi, ističu da također osigurava i minimalnu vrijednost indeksa geometrijske konzistencije uključujući samo osnovne povezujuće putove tj. usmjereni graf nepotpune matrice usporedbe sadržava barem razapinjuće stablo (slika 3.1). Za razliku od većine postojećih pristupa koji prilagođavaju neskladne elemente temeljem vektora prioriteta i prosudbi, njihov predloženi postupak računa samo geometrijsku sredinu prosudbi te mijenja samo jedan element tijekom svakog ponavljanja i na kraju većinu prosudbi ostavlja nepromijenjenom, tako značajno pojednostavljuje i povećava učinkovitost.



Sl. 3.1: *Ilustracija pretpostavke razapinjućeg stabla za matricu usporedbe [1]*

Korištenje matrice usporedbi za rješavanje problema rangiranja predložio je Saaty [14] u analitičkom hijerarhijskom procesu (AHP) koji se temelji na usporedbi parova kao što je to prikazano u potpoglavlju 2.5 ali s dodatkom skale prioriteta. Kada se uspoređuju dva elementa, umjesto jednostavnog odlučivanja koji se preferira nad kojim, određuje se jačina preference, dakle moguće je reći da se A preferira 3 puta više od B, što zauzvrat znači da preferenca opcije B nad A iznosi recipročnu vrijednost od 1/3. Harker [15] se založio za AHP zbog svojstva očuvanja ranga unutar svojstvenog vektora (eigenvector). Proučavao je kriterije za zaustavljanje procesa donošenja odluka koji rade na način da nakon svake usporedbe izračunaju svojstveni vektor koji predstavlja težine asocirane s mogućim izborima iz kojih se može dobiti ordinalni poredak. Ako su promjene vrijednosti u svojstvenom vektoru dovoljno male da ne dolazi do izmjene ordinalnog poretka predlaže zaustavljanje glasanja. Važno je napomenuti kako se u ordinalnom poredku elementi klasificiraju prema njihovim međusobnim odnosima, a razlikujemo i kardinalni poredak u kojem se elementi razvrstavaju na temelju kvantitativnih mjera ili numeričkih vrijednosti. Liu i sur. [16] u svom istraživanju zaključili su kako pružanje mogućnosti izražavanja razine samopouzdanja tj. stupnja povjerenja pri glasanju svakom pojedinom glasaču ima utjecaj na grupnu odluku. Carmone i sur. [17] su problemu rangiranja s nepotpunim podacima pristupili korištenjem AHP-a. Potaknuti njegovim najvećim nedostatkom (vidi slika 2.2), istražili su točnost rezultata u slučaju kada glasači ne iznose potpunu preferencu. Zaključili su da kada se ne mogu napraviti nikakve pretpostavke o tome kako donositelji odluka ocjenjuju usporedbe parova može se ukloniti do 50% potrebnih usporedbi, a kada postoje pretpostavke o dosljednosti donositelja odluka moguće je ukloniti i više od pola usporedbi, no kao pravilo iznose da je 55% najoptimalnija količina odluka koje su potrebne za točne rezultate. Dong i sur. [18] dizajnirali su simulacijske eksperimente temeljene na načelu ograničene racionalnosti pomoću kojih su usporedili performanse potpunih relacija preferencija, nepotpunih relacija preferencija i samopouzdanih relacija preferencija s obzirom na njihovu točnost u aproksimaciji stvarnog vektora prioriteta. Prema rezultatima nepotpuna relacija preferencija nadmašuje potpunu preferencu u slučajevima kada se stupanj nepotpunosti preferencijalnih odnosa kreće između 20% i 40%. Nadalje, samopouzdani odnosi preferencija nadmašuju nepotpune odnose preferencija. Mala dimenzija skale samouvjerenosti poboljšava izvedbu samouvjerenih odnosa preferencija. Herrera-Viedma i sur. [19] pokušali su riješiti problem neizrazitog odnosa preferencije (engl. *fuzzy preference relation*) koji se koristi za modeliranje preferencija u situacijama gdje one nisu precizne ili jasno definirane, već uključuju stupnjeve neizvjesnosti, nejasnoće ili nepreciznosti. Za razliku od tradicionalnih odnosa preferencije koji koriste stroge numeričke vrijednosti kako bi uspostavili jasan poredak između alternativa, neizraziti odnosi preferencije omogućuju realniji prikaz kako pojedinci donose odluke. Rješavanju problema nepotpunih podataka pristupili su korištenjem svojstva aditivne konzistencije (engl. *additive-consistency property*, AC) koje se koristi za procjenu konzistencije parnih usporedbi koje čine pojedinci. Procjenu su proveli koristeći samo informacije koje pojedinac pruža, bez potrebe za informacijama drugih pojedinaca. AC osigurava da preferencije između alternativa ostanu konzistentne, poboljšavajući valjanost i pouzdanost procesa donošenja odluka. Za agregaciju preferenci modelirali su operator inducirane ponderirane prosjednice (engl. *Induced Ordered Weighted Averaging* , IOWA) te su novi operator nazvali AC-IOWA. Ureña i sur. [12] predložili CC-IOWA operator (*consistency and conffidence IOWA*) koji je povezan s izražavanjem stupnja povjerenja s ciljem povećanja dosljednosti donošenja grupne odluke.

4. KORELACIJE U RANGIRANJU

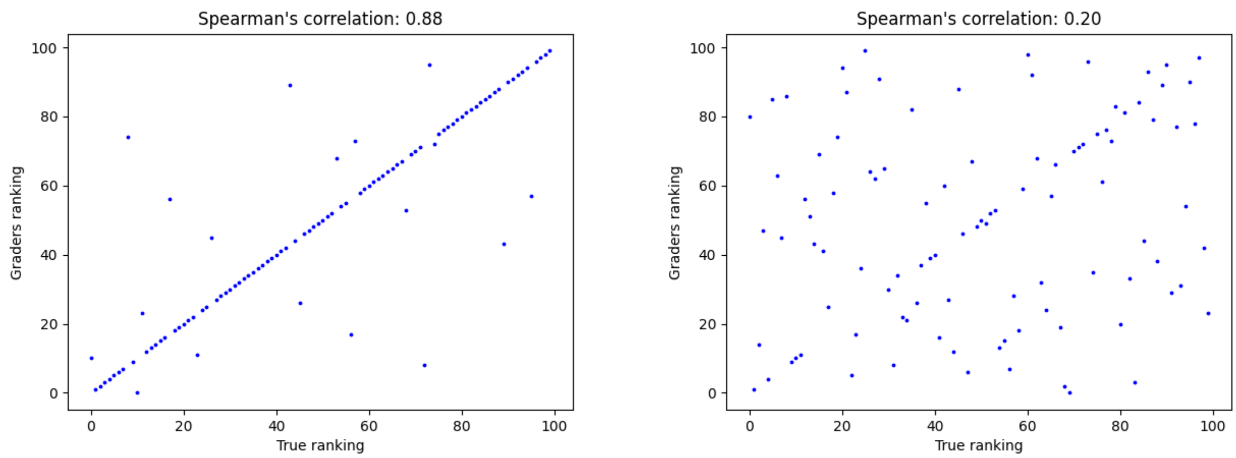
4.1. Spearmanov koeficijent korelacije

Spearmanov koeficijent korelacije ranga je neparametarska statistička mjera ranga koju je predložio Charles Spearman kao mjeru snage povezanosti između dviju varijabli. To je mjera monotone povezanosti koja se koristi kada distribucija podataka čini Pearsonov koeficijent korelacije nepoželjnim ili pogrešnim. Za razliku od Pearsonovog koeficijenta korelacije, ne zahtijeva pretpostavku da je odnos između varijabli linearan, niti zahtijeva da se varijable mjere na intervalnim skalama; može se koristiti za varijable mjerene na ordinalnoj razini [20]. Često se označava grčkim slovom ρ ili oznakom r_s, a formula je oblika (4-2):

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \tag{4-2}$$

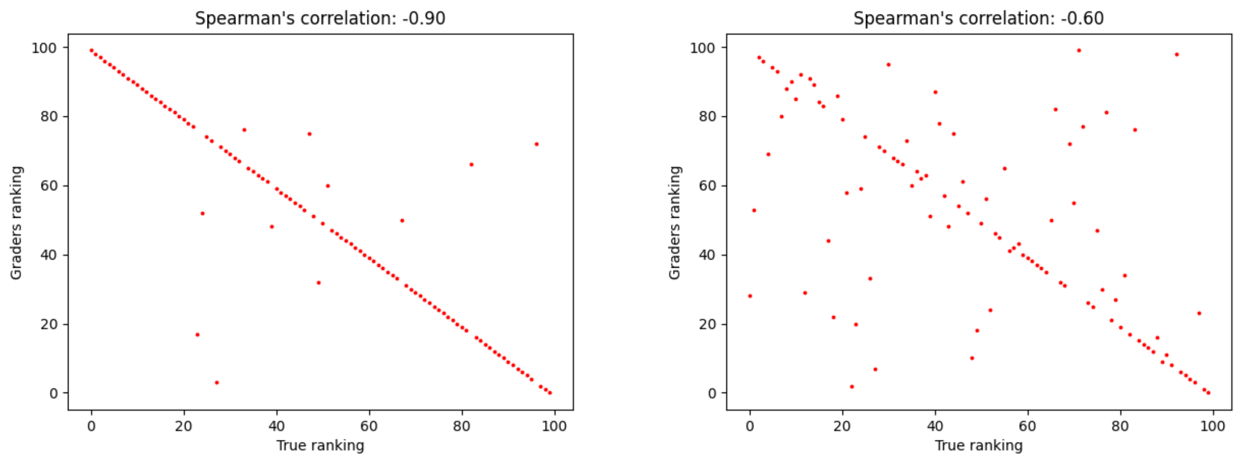
gdje je d_i^2 razlika između svakog para rangiranih varijabli, a n je ukupan broj uzoraka. Vrijednost se kreće od 1, što predstavlja savršenu korelaciju između dva poretka do -1, što označava potpuno obrnuti poredak.

Na slikama 4.1 i 4.2 grafički su prikazani primjeri pozitivne i negativne Spearmanove korelacije. Korišteni su podaci generirani u Python programu gdje se uspoređuje pravi poredak (true ranking) s poretkom ocjenjivača (grader's ranking). Sa sličnim podacima se provodi istraživanje.



(a) *Visoka pozitivna korelacija* **(b)** *Niska pozitivna korelacija*

Sl. 4.1: *Primjeri pozitivne Spearmanove korelacije*



(a) *Visoka negativna korelacija*

(b) *Srednja negativna korelacija*

Sl. 4.2: *Primjeri negativne Spearmanove korelacije*

4.1.1 Primjer izračuna Spearmanove korelacije

Pomoću programa za generiranje sintetičkih podataka dobiven je istiniti poredak i poredak glasača. Rangirano je 10 kandidata, a rezultati su prikazani u tablici 4.1. Oduzimanjem istinitog poretka od poretka glasača dobiva se vrijednost *d*.

Tab. 4.1: *Tablica za izračun Spearmanove korelacije*

Kandidat	Istiniti poredak	Poredak glasača	d	d^2
cand1	1	1	0	0
cand2	7	4	3	9
cand3	4	3	1	1
cand4	5	5	0	0
cand5	10	8	2	4
cand6	9	10	-1	1
cand7	3	6	-3	9
cand8	2	2	0	0
cand9	8	7	1	1
cand10	6	9	-3	9

Nakon što se odrede razlike rangiranih parova *d* potrebno je zbrojiti kvadrate razlike rangiranih parova d^2 i dobivenu vrijednost uvrstiti u (4-2) za izračun Spearmanove korelacije:

$$\sum_{i=1}^{n} d_i^2 = 0 + 9 + 1 + 0 + 4 + 1 + 9 + 0 + 1 + 9 = 34$$

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 34}{10 \cdot (100 - 1)} = 0.7939$$

4.2. Kendallov koeficijent korelacije

Kendallov koeficijent korelacije ranga τ također je neparametarska mjera za statističku ovisnost između dvije ordinalne veličine, koje se mogu promatrati kao alternativa Spearmanovom koeficijentu korelacije. Kendallov τ i Spearmanov ρ impliciraju različita tumačenja. Spearmanov ρ smatra se uobičajenim Pearsonovim koeficijentom korelacije u smislu udjela varijabilnosti koji se uzima u obzir, dok Kendallov τ predstavlja vjerojatnost, tj. razliku između vjerojatnosti da su promatrani podaci u istom redoslijedu i vjerojatnosti da promatrani podaci nisu poredani istim redom [20]. Izračunava se pomoću formule (4-3) gdje n_c označava broj tkz. skladnih parova koji su jednako poredani tj. vrijedi da je $x_i > x_j$ i $y_i > y_j$ ili $x_i < x_j$ i $y_i < y_j$, a n_d broj neskladnih parova koji su poredani obrnutim redoslijedom i za njih vrijedi $x_i > x_j$ i $y_i < y_j$ ili $x_i < x_j$ i $y_i > y_j$. U slučaju da je $x_i = x_j$ ili $y_i = y_j$, par nije ni skladan ni neskladan te se njegova vrijednost označava s 0.

$$\tau = \frac{n_c - n_d}{n_c + n_d} \tag{4-3}$$

τ zadovoljava određene elementarne zahtjeve mjere korelacije ranga. Iznosi +1 ako i samo ako postoji savršena korelacija između dva poretka. Iznosi -1 ako i samo ako je poredak točno obrnut. Za srednje vrijednosti pruža zadovoljavajuću mjeru korelacije između dva poretka [21].

Kendall [21] je u svom radu usporedio τ i ρ te je zaključio kako su njihove vrijednosti povoljno usklađene no iznosi kako ρ može poprimiti $\frac{n^3-n}{6}$ vrijednosti, dok τ može poprimiti samo $\frac{n^2-n}{2}$ vrijednosti. Usporedba vrijednosti Spearmanovog i Kendallovog koeficijenta korelacije iznesena je u tablici 4.2 (objektivni redoslijed je 1, 2, 3, ..., 10).

Tab. 4.2: *Primjeri odnosa vrijednosti τ i ρ*

Poredak	τ	ρ
4 7 2 10 3 6 8 1 5 9	0.11	0.14
1 6 2 7 3 8 4 9 5 10	0.56	0.64
7 10 4 1 6 8 9 5 2 3	-0.24	-0.37
6 5 4 7 3 8 2 9 10 1	0.2	0.3
10 1 2 3 4 5 6 7 8 9	0.60	0.45
10 9 8 7 6 1 2 3 4 5	-0.56	-0.76

*podaci preuzeti iz [21]

U većini slučajeva, Kendallove i Spearmanove vrijednosti vrlo su bliske i dovele bi do istih zaključaka, ali je relativno sigurnije usvojiti niže vrijednost kada dođe do odstupanja. Budući da Spearman zbraja kvadrate pogrešaka, to znači da je na njih osjetljiviji, dok Kendall zbraja apsolutna odstupanja i zbog toga je neosjetljiv na pogreške [22].

4.2.1 Primjer izračuna Kendallove korelacije

U sljedećem primjeru koristiti će se isti poretci kao u 4.1.1. Za razliku od prošlog primjera kandidati su poslagani prema istinitom poretku od najmanje do najveće vrijednosti kako bi poslužio kao objektivni redoslijed. Za izračun Kendallove korelacije potrebno je odrediti vrijednosti skladnih n_c i neskladnih n_d parova. Za računanje skladnih parova gleda se poredak glasača i broji koliko je rangova ispod njega veće. Na primjer, postoji 9 brojeva ispod "1" koji su veći, pa n_c iznosi 9. Za računanje neskladnih parova postupak je identičan ali se ovaj put broji koliko brojeva ispod ranga je manje. Iznose n_c i n_d potrebno je zbrojiti i uvrstiti u (4-3) kako bi se izračunala Kendallova korelacija.

Tab. 4.3: *Tablica za izračun Kendallove korelacije*

Kandidat	Istiniti poredak	Poredak glasača	n_c	n_d
cand1	1	1	9	0
cand8	2	2	8	0
cand7	3	6	4	3
cand3	4	3	6	0
cand4	5	5	4	1
cand10	6	9	1	3
cand2	7	4	3	0
cand9	8	7	2	0
cand6	9	10	0	1
cand5	10	8	0	0
Zbroj			**37**	**8**

$$\tau = \frac{37 - 8}{37 + 8} = 0.6445$$

5. OBJEKTIVNO RANGIRANJE IZ SUBJEKTIVNIH USPOREDBI

Na temelju prethodno predstavljenih pojmova i postupaka pripremljena je eksperimentalna analiza koja za cilj ima proučiti učinkovitost korelacije pojedinačnih glasača na ukupnu korelaciju u slučaju potpunih, ali i nepotpunih podataka. Za provedbu analize bilo je potrebno napisati algoritam za generiranje sintetičkih podataka i program pomoću kojega se podaci analiziraju i pohranjuju. U ovom poglavlju predstaviti će se korišteni podaci, opisati provedba istraživanja i iznijeti zaključci iz dobivenih rezultata.

5.1. Podatkovni skup

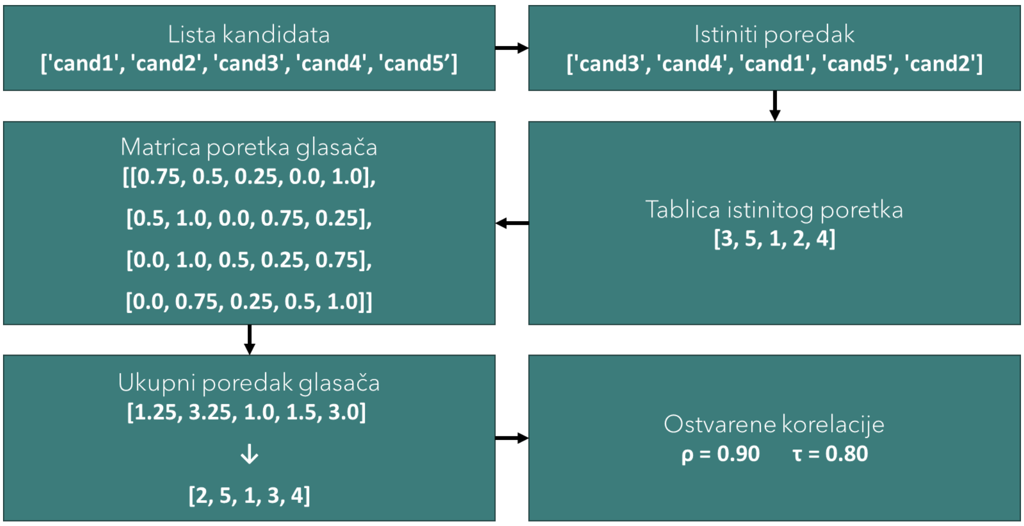
Za potrebe istraživanja generirani su sintetički podaci pomoću programa napisanog u Python programskom jeziku koji je pobliže opisan u algoritmu 1. Važno je napomenuti da se svako pojedino istraživanje provodi u 100 iteracija, a rezultati se spremaju u bazu podataka i kasnije analiziraju. Podaci se sastoje od dvije cjeline. Prva cjelina je rangiranje predstavljeno klasom `Ranking` koja služi za generiranje liste kandidata i utvrđivanje poretka koji služi kao izvor istine. Drugu cjelinu čine ocjenjivači tj. glasači predstavljeni klasom `Grader`, oni na temelju liste kandidata iznose svoj poredak. Poredak se stvara pomoću prilagođene `shuffle` metode koja je dio `Random` biblioteke. Kako je praćenje korelacije bitan dio ovog eksperimenta slučajnost kojom su se generirali podaci predstavljala je problem zbog neizvjesnosti rezultatima te je iz tog razloga generiranje podataka prošireno metodom za namještanje željene korelacije. Glasači s visokim stupnjem korelacije [1, 0.7] smatraju se ”dobrim” glasačima, glasači sa srednjim stupnjem korelacije [0.69, 0.3] ”neodlučni”, a oni s niskim [0.29, -1] ”loši”. Iz liste poretka generira se tablica poretka u kojoj je naznačeno ostvareno mjesto svakog kandidata brojem od 1 do n. Pomoću nje utvrđuje se ukupni poredak prema Borda kriteriju (vidi 2.4), no zbog praktičnosti najbolje rangirani kandidat ima najmanje bodova, a najlošije rangirani ima najviše (1, 2, ..., n). Zbrajanjem normaliziranih vrijednosti u tablici poretka svakog pojedinog glasača dobiva se ukupni poredak koji se uspoređuje s istinitim poretkom radi izračunavanja Spearmanove ρ i Kendallove τ korelacije za procjenu točnosti provedenog glasovanja. Proces pretvorbe podataka nalazi se na slici 5.1.

5.2. Provedba istraživanja

U ovom potpoglavlju bit će opisana provedba istraživanja nad podacima predstavljenim u 5.1. Istraživanje je podijeljeno u dva dijela; u prvom se istraživanje provodi nad potpunim podacima, a u drugom nad nepotpunim. Rezultati će biti prikazani u sljedećim mjerama: Spearmanova ρ i Kendallova τ korelacija, srednja vrijednost $\bar{x}$, apsolutna devijacija *D*, korijen srednje kvadratne pogreške (*RMSE*) i relativna standardna devijacija (*RSD*).

Algoritam 1 Algoritam za generiranje i ocjenu sintetičkih rangiranja

Ulaz:
n_k: Broj kandidata
n_g: Broj ocjenjivača
$correlation$: Ciljana korelacija
for _ **in range**(100) **do** ▷ Svaka iteracija predstavlja jedan eksperiment
    $true\_ranking \leftarrow$ Generiraj rangiranje s n_k kandidata
    $true\_ranking\_table \leftarrow$ Dohvati tablicu "istinitog rangiranja"
    $ranking\_tables \leftarrow []$
    for _ **in range**(n_g) **do**
        $new\_grader \leftarrow$ Stvori novog ocjenjivača
        $grader\_table \leftarrow$ Dohvati tablicu rangiranja za novog ocjenjivača
        $adjusted\_table \leftarrow$ Prilagodi rangiranje prema izabranoj korelaciji
        Dodaj $adjusted\_table$ u $ranking\_tables$
    end for
    $combined\_points \leftarrow$ Zbroji pojedinačne tablice ocjenjivača
    $total\_ranking \leftarrow$ Izračunaj ukupno rangiranje
    $spearman\_rho \leftarrow$ Izračunaj Spearmanovu ρ korelaciju
    $kendall\_tau \leftarrow$ Izračunaj Kendallovu τ korelaciju
    Dodaj rezultate u bazu podataka
end for



Sl. 5.1: *Proces pretvorbe podataka*

5.2.1 Objektivno rangiranje uz potpune podatke

Cilj ovog dijela istraživanja je proučiti utjecaj različitih glasača na ukupni poredak cijele grupe i koliko je on različit, odnosno sličan, istinitom poretku. Prvi dio istraživanja je generiranje pojedinačnih poredaka koji imaju konzistentne korelacije s istinitim poretkom te istražiti hoće li ta korelacija ostati ista kada se analizira ukupni poredak. Neka je $K^P = \{k_1^P, k_2^P, ..., k_n^P\}$ skup pojedinačnih korelacija. Pojedinačni poredci generirani su prema korelacijama $K^P = \{0.8 \pm 0.02, 0.4 \pm 0.02, -0.2 \pm 0.02\}$. Iznos 0.02 predstavlja toleranciju na odstupanje od zadane korelacije. Bitno je primijetiti, kako zbog svojstva ρ i τ da mogu poprimiti samo određene vrijednosti u intervalu [-1, 1], nemoguće je u nekim slučajevima dobiti točan iznos željene korelacije (vidi 4.2). Tome svojstvu prilagođene su i očekivane vrijednosti korelacije $K^E = \{k_1^E, k_2^E, ..., k_n^E\}$ koje za vrijednosti iz K^P iznose K_ρ^E = {0.80607, 0.40607, -0.19998} za Spearmanov ρ, a za Kenadollov τ K_τ^E = {0.82223, 0.42223, -0.19998}. Za svaku pojedinu vrijednost K^P analiza je provedena u 100 iteracija. U svakoj iteraciji je birano između 10 kandidata, a potom je provedeno glasanje od strane 5 sudionika. Podaci o prosječnim vrijednostima i standardnim devijacijama su prikazani u tablicama 5.1 i 5.2. Potrebno je napomenuti da su mjere odstupanja izračunate korištenjem očekivane vrijednosti K^E umjesto prosječne vrijednosti $\bar{x}$.

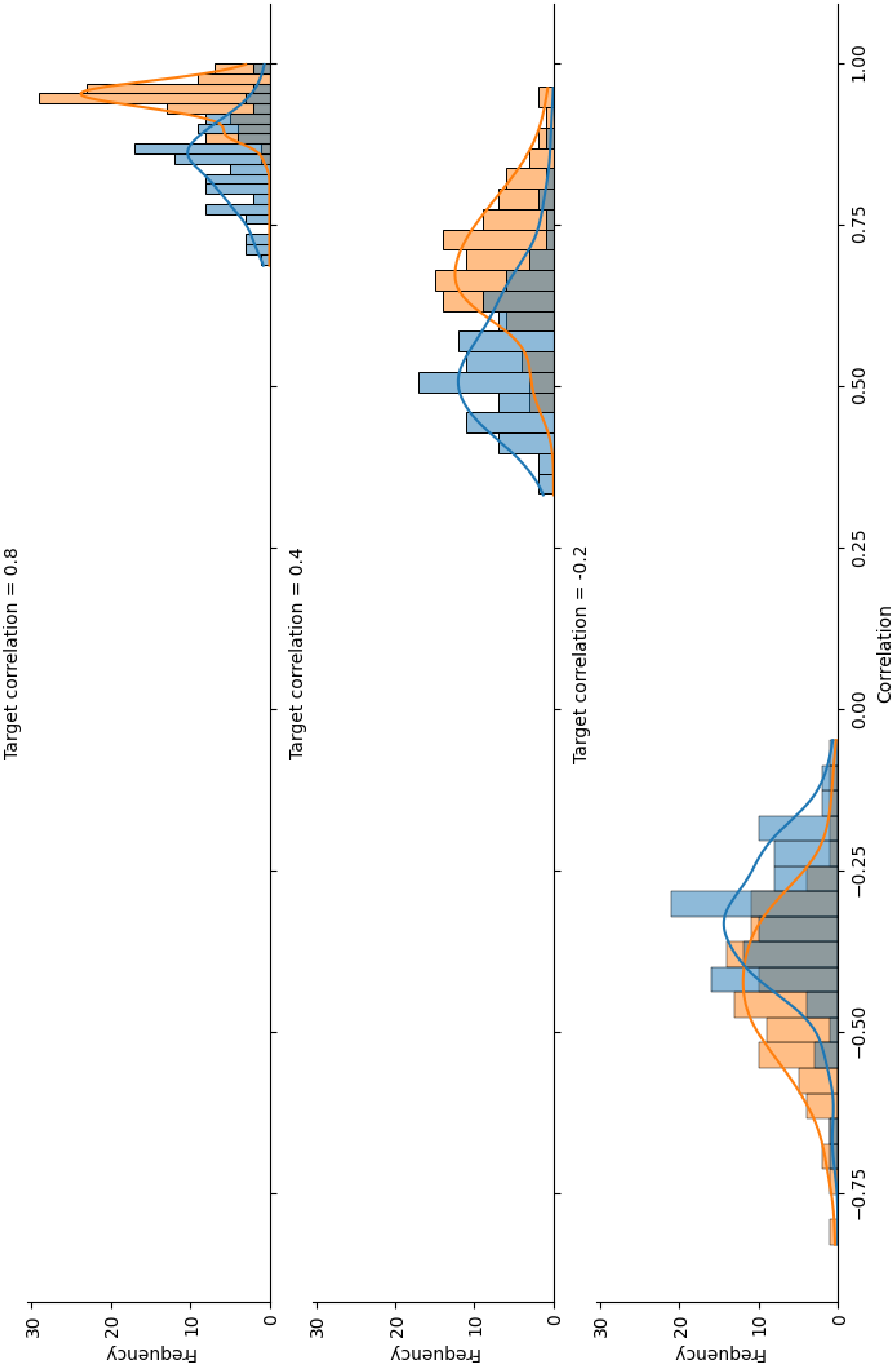
Tab. 5.1: *Analiza odstupanja Spearmanovog* ρ

K^P	K_ρ^E	$\bar{x}$	*D*	*RMSE*	*RSD* (%)
0.8 ± 0.02	0.80607	0.94418	0.13811	0.14120	3.63917
0.4 ± 0.02	0.40607	0.69508	0.28902	0.30593	24.70365
-0.2 ± 0.02	-0.19998	-0.42962	0.23310	0.26107	62.11060

Tab. 5.2: *Analiza odstupanja Kendallovog* τ

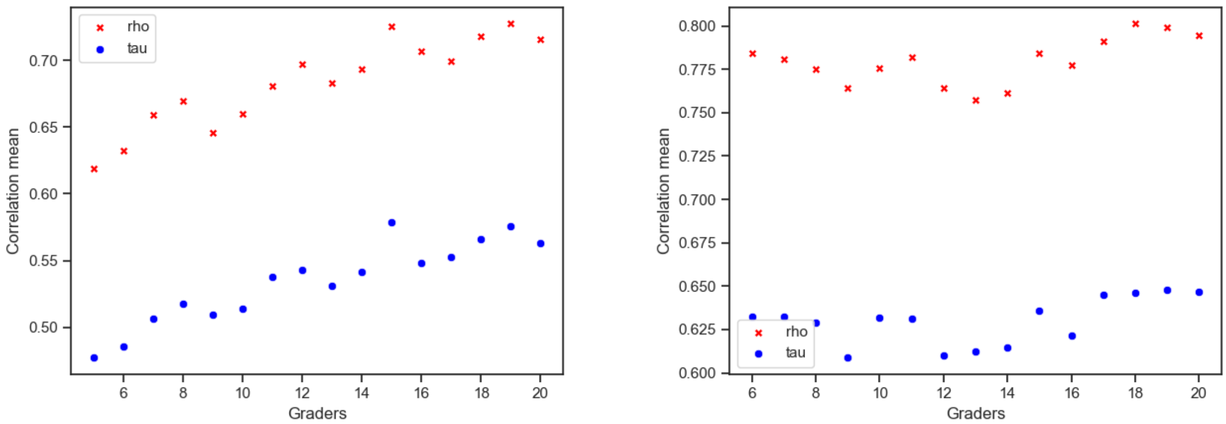
K^P	K_τ^E	$\bar{x}$	*D*	*RMSE*	*RSD* (%)
0.8 ± 0.02	0.82223	0.84924	0.02702	0.06684	7.43443
0.4 ± 0.02	0.42223	0.54491	0.12269	0.16035	24.45319
-0.2 ± 0.02	-0.19998	-0.32314	0.13319	0.16355	53.81047

Kao što se može uočiti prosječna vrijednost $\bar{x}$ prati očekivanu korelaciju K^E, no bitno je zamijetiti da je $\bar{x}$ uvijek veći od K^E kada su u pitanju pozitivne korelacije dok je vrijednost manja u slučaju negativnih. Devijacija *D* pokazuje koliko podaci odstupaju od očekivane vrijednosti pa tako kod Spearmanovog ρ možemo vidjeti da dolazi do znatno većih odstupanja nego kod Kendallovog τ. Pomoću *RMSE* moguće je uvidjeti koliki je prosječni interval odstupanja od očekivane vrijednosti. Prema dobivenim rezultatima moguće primijetiti da τ ima znatno manje intervale odstupanja nego ρ. *RSD* mjera pokazuje koliko su podaci raspršeni. U slučaju malih vrijednosti podaci su skupljeni oko zadanog središta, dok velike vrijednosti upućuju na veću raspršenosti. Moguće je primijetiti da kod slučaja visoke korelacije podaci se nalaze bliže očekivanoj vrijednosti dok kod srednje i negativne korelacije dolazi do sve veće raspršenosti u vrijednostima ostvarenih korelacija. To je moguće proučiti i na grafovima prikazanima na slici 5.2.



Sl. 5.2: *Raspršenost korelacija (narančasta - ρ, plava - τ)*

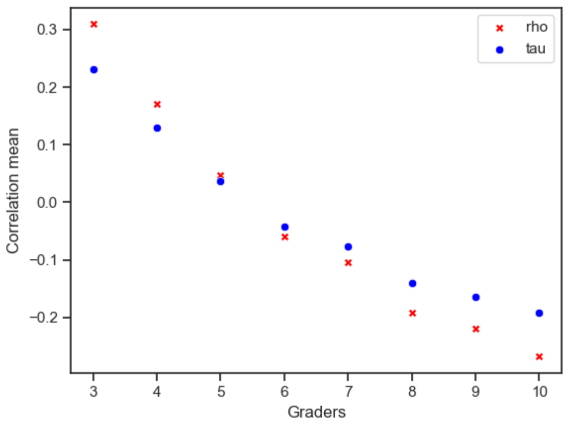
Drugi dio istraživanja s potpunim podacima je odrediti utjecaj "loših" glasača na ukupnu korelaciju tj. odrediti koliki postotak "loših" glasača je dovoljan za uzrokovanje krivog poretka. Hipoteza jest da povećanjem postotka "loših" ocjenjivača tj. glasača postupno će se smanjivati ukupna korelacija. U prvom slučaju su korelacije "loših" ocjenjivača postavljene na vrijednosti 0.2 ± 0.1. Broj ocjenjivača kreće se od 5 do 20 i u svakoj grupi nalazi se jedan ocjenjivač čija korelacija iznosi 0.9 ± 0.05. Nakon analize podataka rezultate je moguće vidjeti na grafu sa slike 5.3 pod a). Iako je bilo očekivano smanjivanje uočen je konstantni porast vrijednosti korelacije zajedno s porastom broja kandidata. Vrijednost ρ kreće se između 0.61 i 0.72, a τ između 0.47 i 0.57, to su vrijednosti koje upućuju na srednju do visoku korelaciju. Nadalje, grupa glasača proširena je s još jednim "dobrim" i jednim "neodlučnim" glasačem čije korelacije sada iznose $K^P = \{0.9 \pm 0.05, 0.7 \pm 0.05, 0.5 \pm 0.05\}$ kako bi se moglo simulirati realno okruženje. Iz grafa na slici 5.3 pod b) vidimo da ne dolazi do smanjenja vrijednosti korelacije, ali ni do znatnog povećanja, već korelacija stagnira. Iz dobivenih rezultata možemo zaključiti da neovisno o slaboj korelaciji svakog pojedinog kandidata one su i dalje pozitivne te zbrajanjem tih korelacija zadržava se točnost rezultata.



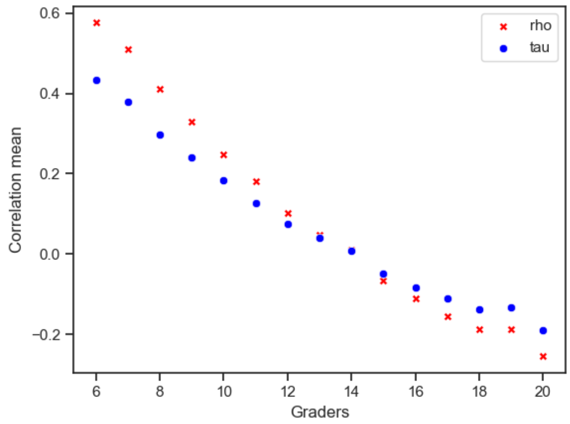
(a) *1 vs n* **(b)** *3 vs n*

Sl. 5.3: *Odnos broja "pozitivno loših" glasača i ukupne korelacije*

U drugom slučaju za vrijednost pojedinačnih korelacija glasača uzeta je vrijednost -0.2 ± 0.1 koja se smatra blago negativnom, a korelacija "dobrog" glasača povećana je na 0.95 ± 0.05. Broj ocjenjivača kreće se od 3 do 10 te se također u svakoj grupi nalazi samo po jedan "dobar" glasač. U ovom slučaju rezultati, prikazani na grafu 5.4 pod a), poklapaju se s početnom hipotezom da porastom broja "loših" glasača opada ukupna korelacija. U slučaju kada "loši" glasači čine više $\approx 60\%$ tj. 2/3 grupe korelacija je slaba ali i dalje pozitivna. Kada taj postotak prijeđe $\approx 80\%$ tj. 4/5 ukupna korelacija postaje negativna. Istraživanje je ponovljeno radi simulacije realnog glasanja pomoću dva "dobra" i jednog "neodlučnog" glasača kako bi potvrdili dobivene rezultate. Njihove korelacije također iznose $K^P = \{0.9 \pm 0.05, 0.7 \pm 0.05, 0.5 \pm 0.05\}$, no broj glasača kreće se od 6 do 20. Kao i u prethodnoj simulaciji rezultati su identični te su prikazani na slici 5.4 b).



(a) *1 vs n*



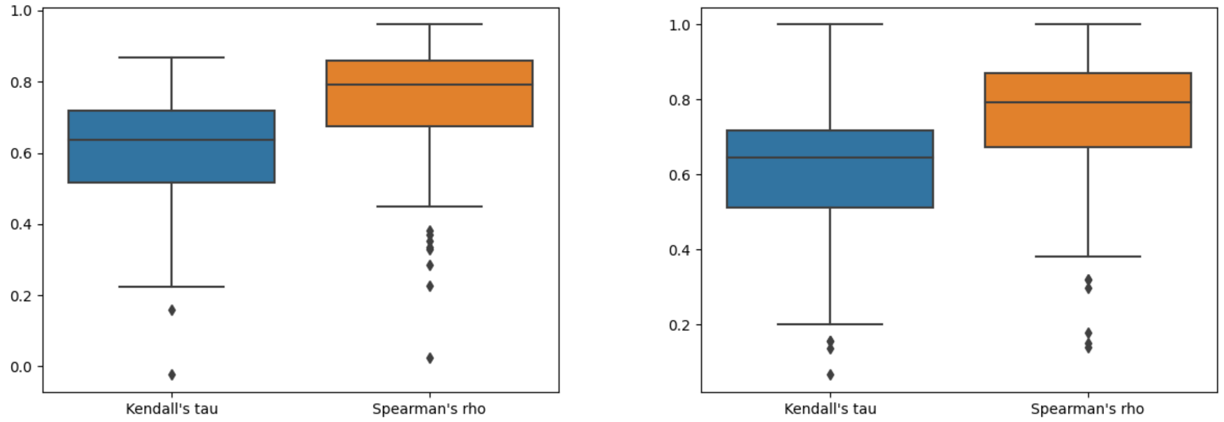
(b) *3 vs n*

Sl. 5.4: *Odnos broja "negativno loših" glasača i ukupne korelacije*

5.2.2 Objektivno rangiranje uz nepotpune podatke

U poglavlju 3 iznesene su metode za popunjavanje nedostajućih podataka ili eliminaciju potencijalno suvišnih izbora u matrici usporedbe iz koje se kasnije iznosi poredak kandidata. U ovom istraživanju korišteni su sintetički generirani poredci koji se temelje na korelaciji, a ne na matrici usporedbe. Iz tog razloga nemoguće je koristiti proučene metode, ali je moguće proučiti rezultate dobivene primjenom zaključaka donesenih u proučenoj literaturi i promotriti uspješnost odabranog modela nepotpunog rangiranja. Iz liste kandidata izdvaja se određeni postotak unaprijed određenih kandidata kako bi se osigurala konzistentnost i ravnomjerna raspodjela. Ovaj pristup preferira se nad slučajnim izborom kandidata zbog mogućnosti da se neki kandidat ne nađe nijednom ili da se nađe u nedovoljnom broju podijeljenih listi što bi prema [1] imalo nepovoljan utjecaj na konačni poredak. Liste s polovičnim brojem kandidata predodređeno su podijeljene u četiri skupine: prva polovica kandidata, druga polovica kandidata, kandidati s parnim brojem i kandidati s neparnim brojem. U slučaju neparnog broja ukupnih kandidata naknadno se dodjeljuje još članova sve dok se ne ostvari željeni broj u podijeljenoj listi. Poredak glasača generira se namještanjem korelacije s jednako podijeljenom tablicom istinitog poretka. Naposljetku, tablice poretka glasača se zbrajaju i iznosi se ukupni poredak.

1. **Polovica podataka dovoljna je za utvrđivanje točnog poretka**
   Prateći zaključak iz [17] svakom glasaču dana je polovica kandidata na rangiranje. Istraživanje je provedeno s tri seta od četiri kandidata, sveukupno 12, u kojemu je svatko dobio po jednu od četiri skupine kandidata. Pojedinačne korelacije svih kandidata iznose 0.9. Rezultati su izneseni u tablici 5.3 i grafu na slici 5.5 pod a). Vidljivo je da, iako je srednja vrijednost korelacije relativno visoka većinom joj je vrijednost ispod vrijednosti pojedinačnih korelacija. Također, moguće je primijetiti i vrlo niske stršeće vrijednosti zbog kojih je zaključak da ovaj pristup rangiranju, iako može proizvesti vrlo dobre rezultate, nije pouzdan. Postupak je ponovljen sa šest tj. 60% kandidata u svakoj podijeljenoj listi. Rezultati, prikazani na grafu 5.5 b) i tablici 5.3, zanemarivo su bolji te je i dalje je moguća pojava niskih korelacija, ali vrijednosti *RSD* ukazuju na nešto manju raspršenost, dok kod *RMSE* nema većih promjena.



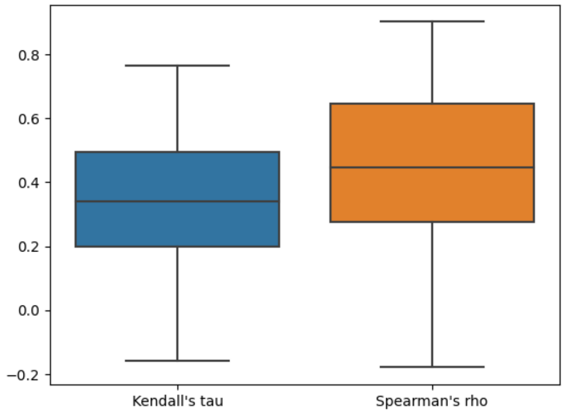
(a) *lista s 50% kandidata* **(b)** *lista s 60% kandidata*

Sl. 5.5: *Kutijasti dijagram korelacija za nepotpune podatke*

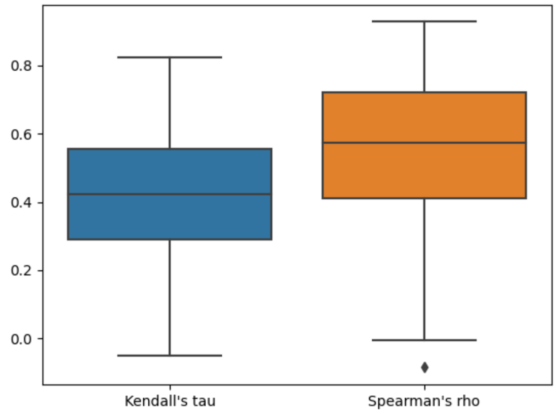
Tab. 5.3: *Tablica rezultata za nepotpune podatke*

	ρ				τ			
	$\bar{x}$	D	$RMSE$	RSD (%)	$\bar{x}$	D	$RMSE$	RSD (%)
50%	0.74	0.13	0.18	24.08	0.60	0.15	0.17	28.14
60%	0.75	0.12	0.17	21.66	0.61	0.16	0.16	26.56

2. **Dodavanje razine samopouzdanja**
Razina samopouzdanja (RS), spomenuta u [16, 17, 18], pomaže u uspostavi poretka tako što glasačima omogućuje da izraze svoju sigurnost u točnost njihovih prosudbi. Sudionici koji posjeduju znanje i iskustvo u području koje se rangira će samostalno dodijeliti ili imati dodijeljenu višu razinu samopouzdanja. Korištenjem razine samopouzdanja algoritam pridaje veću važnost glasačima čija se prosudba smatra ispravnijom. Time se osigurava da procjene donesene s višim stupnjem pouzdanja imaju veći utjecaj na konačni rezultat, što doprinosi objektivnijem i uravnoteženijem rangiranju. U ovom istraživanju koristiti će se dvije razine samopouzdanja (1, 2). Glasačima s visokim stupnjem korelacije bit će dodijeljena viša razina samopouzdanja. S njom će biti pomnoženi bodovi koje je glasač dodijelio povećavajući tako njihov utjecaj. Istraživanje je provedeno s dva seta od četiri glasača. U jednom setu korelacije glasača su 0.95 ± 0.05 i RS = 2, a u drugom 0.6 ± 0.1 i RS = 1. Prema rezultatima vidljivima na slikama 5.6 uočljivo je poboljšanje u vrijednostima korelacija dodatkom razine samopouzdanja. U prosijeku je vrijednost ρ porasla za 0.11, a τ za 0.08. S ovim rezultatom moguće je potvrditi da iznošenje razine samopouzdanja pomaže u postizanju boljih rezultata.



(a) *bez razine samopouzdanja*



(b) *sa razinom samopouzdanja*

Sl. 5.6: *Kutijasti dijagram korelacija za nepotpune podatke uz razine samopouzdanja*

5.2.3 Osvrt na istraživanje

U ovom istraživanju su promatrani rezultati dobiveni iz sintetički generiranih podataka rangiranja. U prvom dijelu istraživanja korišteni su potpuni poretci, a rezultati su relativno očekivani i pouzdani. U drugom dijelu, gdje su korišteni nepotpuni podaci, nailazi se na velike varijacije u rezultatima zbog kojih se gubi pouzdanost. Kako bi se povratila pouzdanost u rezultate, istraživanje bi, u kasnijim izvedbama, trebalo proširiti korištenjem strojnog učenja uz pomoć kojeg bi bilo moguće upotpuniti nedostajuće podatke i izvući informacije i obrasce iz dostupnih podataka. Na taj način bilo bi moguće optimizirati podatke prema više odrednica osim korelacije i prije generiranja ukupnog poretka. Prema proučenoj literaturi i analizi u ovom radu zaključuje se da je dublji uvid u postupak rangiranja potreban za ostvarivanje boljih rezultata s nepotpunim podacima.

6. ZAKLJUČAK

Donošenje odluka dio je svakodnevnog života ljudi ali ono također može predstavljati mukotrpan posao i izazov, zbog toga je bitno proučavati načine na koje možemo donositi što bolje odluke s nepotpunim podacima. U ovom radu proučeni su rezultati dobiveni izračunom grupnih odluka glasača iz sintetički simuliranog postupka glasanja. U prvom dijelu poretci glasača sadržavali su potpune podatke i cilj je bio saznati koliko i kako ”loši” glasači mogu utjecati na ukupni poredak. Otkriveno je kako, osim ako ”loši” glasači ne donose suprotne odluke od onih pravilnih, da neće doći do velikih odstupanja u konačnom poretku. Drugim riječima, slabe ali pozitivne korelacije teško mogu izazvati krive poretke, upravo suprotno, povećanjem broja takvih glasača poboljšava se rezultat. Problem nastaje kod glasača čije su korelacije negativne jer su njihove odluke suprotne od očekivanih. Otkriveno je da polovica takvih glasača u grupi može ozbiljno naštetiti krajnjem poretku grupe. U istraživanju poretka nastalih rangiranjem s nepotpunim podacima cilj je bio otkriti kakav utjecaj ima izostanak podataka te postoji li značaj u dodavanju stupnja samopouzdanja. Otkriveno je da, kada se ukloni polovica kandidata s liste i oslanja samo na visoku korelaciju za ostvarivanje dobrog poretka, može doći do zadovoljavajućeg ukupnog poretka grupe, ali takav rezultat nije zagarantiran jer može doći i do loših rezultata s vrlo niskim ili čak negativnim korelacijama. Nadalje, prilikom povećanja količine podataka koji se rangiranju došlo je do poboljšanja, ali bez velikog značaja. Naposljetku, promatran je jednostavan slučaj dodatka razine samopouzdanja u kojemu je otkriveno da ona doista ima povoljan utjecaj na konačni rezultat. Provedeno istraživanje potrebno je proširiti korištenjem strojnog učenja i proširivanjem oblika podataka, pa čak korištenjem i stvarnih izvora podataka kako bi se u istraživanje mogao uključiti i ljudski faktor.

Literatura

[1] K. Chen, G. Kou, J. M. Tarn, and Y. Song, “Bridging the gap between missing and inconsistent values in eliciting preference from pairwise comparison matrices,” *Annals of Operations Research*, vol. 235, pp. 155–175, Sept. 2015.

[2] K. J. Arrow, *Social Choice and Individual Values*. 2017.

[3] A. Blais, *To Keep or To Change First Past The Post?* Oxford University Press, May 2008.

[4] P. C. Fishburn and S. J. Brams, “Paradoxes of preferential voting,” *Mathematics Magazine*, vol. 56, pp. 207–214, Sept. 1983.

[5] A. Y. Kondratev and A. S. Nesterov, “Weak mutual majority criterion for voting rules,” 2018.

[6] S. G. Wright and W. H. Riker, “Plurality and runoff systems and numbers of candidates,” *Public Choice*, vol. 60, pp. 155–175, Feb. 1989.

[7] D. Lippman, “Instant runoff voting.” https://courses.lumenlearning.com/waymakermath4libarts/chapter/instant-runoff-voting/. [Accessed: 15. june 2023.].

[8] P. Emerson, “The original borda count and partial voting,” *Social Choice and Welfare*, vol. 40, pp. 353–358, Oct. 2011.

[9] M. Homp, A. Seideman, and S. Gravelle, “Cm pairwise comparisons and the condorcet criterion.” https://mathbooks.unl.edu/Contemporary/sec-5-4-condorcet.html. [Accessed: 15. june 2023.].

[10] J. C. C. B. S. Mello, S. F. G. Júnior, L. Angulo-Meza, and C. L. de Oliveira Mourão, “Condorcet method with weakly rational decision makers: A case study in the formula 1 constructors’ championship,” *Procedia Computer Science*, vol. 55, pp. 493–502, 2015.

[11] D. H. Ebenbach and C. F. Moore, “Incomplete information, inferences, and individual differences: The case of environmental judgments,” *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, vol. 81, pp. 1–27, Jan. 2000.

[12] R. Ureña, F. Chiclana, H. Fujita, and E. Herrera-Viedma, “Confidence-consistency driven group decision making approach with incomplete reciprocal intuitionistic preference relations,” *Knowledge-Based Systems*, vol. 89, pp. 86–96, Nov. 2015.

[13] M. Fedrizzi and S. Giove, “Incomplete pairwise comparison and consistency optimization,” *European Journal of Operational Research*, vol. 183, pp. 303–313, Nov. 2007.

[14] T. L. Saaty, “What is the analytic hierarchy process?,” in *Mathematical Models for Decision Support*, pp. 109–121, Springer Berlin Heidelberg, 1988.

[15] P. Harker, "Incomplete pairwise comparisons in the analytic hierarchy process," *Mathematical Modelling*, vol. 9, no. 11, pp. 837–848, 1987.

[16] W. Liu, Y. Dong, F. Chiclana, F. J. Cabrerizo, and E. Herrera-Viedma, "Group decision-making based on heterogeneous preference relations with self-confidence," *Fuzzy Optimization and Decision Making*, vol. 16, pp. 429–447, Nov. 2016.

[17] F. J. Carmone, A. Kara, and S. H. Zanakis, "A monte carlo investigation of incomplete pairwise comparison matrices in AHP," *European Journal of Operational Research*, vol. 102, pp. 538–553, Nov. 1997.

[18] Y. Dong, W. Liu, F. Chiclana, G. Kou, and E. Herrera-Viedma, "Are incomplete and self-confident preference relations better in multicriteria decision making? a simulation-based investigation," *Information Sciences*, vol. 492, pp. 40–57, Aug. 2019.

[19] E. Herrera-Viedma, F. Chiclana, F. Herrera, and S. Alonso, "Group decision-making model with incomplete fuzzy preference relations based on additive consistency," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 37, pp. 176–189, Feb. 2007.

[20] J. Hauke and T. Kossowski, "Comparison of values of pearson's and spearman's correlation coefficients on the same sets of data," *QUAGEO*, vol. 30, pp. 87–93, June 2011.

[21] M. G. Kendall, "A new measure of rank correlation," *Biometrika*, vol. 30, p. 81, June 1938.

[22] C. Xiao, J. Ye, R. M. Esteves, and C. Rong, "Using spearman's correlation coefficients for exploratory data analysis on big dataset," *Concurrency and Computation: Practice and Experience*, vol. 28, pp. 3866–3878, Dec. 2015.

SAŽETAK

U ovom radu istražuje se rangiranje s potpunim i nepotpunim podacima. Predstavljeni su oblici i metode glasanja i rangiranja zajedno s vrstama korelacija korištenih za validaciju rezultata. Podaci su sintetički generirani korištenjem Python programa. Rezultati su poretci ostvareni iznošenjem preferenci grupe glasača. Poretci se uspoređuju s tkz. ”istinitim poretkom”, koji je slučajno generiran pomoću metode unutar `Random` biblioteke, radi izračuna korelacije koja služi kao mjera povezanosti dva poretka. U istraživanju s potpunim podacima bavi se utvrđivanjem ukupne korelacije grupe glasača i utjecajem ”loših” glasača na konačni poredak. S nepotpunim podacima istražuju se rezultati ostvareni kada se glasačima dodjeli samo određeni postotak kandidata za rangiranje te utjecaj dodatka razine samopouzdanja, koja služi za pridavanje više važnosti mišljenjima glasača s višom razinom, na donošenje konačnog poretka.

Ključne riječi: glasač, kandidat, korelacija, nepotpuni podaci, poredak, potpuni podaci

ABSTRACT

Objective ranking from subjective comparisons with incomplete data
This paper explores ranking with complete and incomplete data. Forms and methods of voting and ranking, along with types of correlations used for result validation, are presented. The data is synthetically generated using a Python program. The results are orders achieved by presenting the preferences of a group of voters. The orders are compared to the so-called ”true order,” which is randomly generated using a method within the `Random` library, for the purpose of calculating the correlation that serves as a measure of the relationship between two orders. In the study with complete data, the overall correlation of the group of voters and the impact of ”poor” voters on the final ranking are examined. With incomplete data, the results obtained when voters are assigned only a certain percentage of candidates for ranking are investigated, as well as the influence of adding a level of self-confidence, which is used to give more importance to the opinions of voters with a higher level, on the process of determining the final order.

Key words: candidate, complete data, correlation, incomplete data, rank, vote