

# Analiza rubnih uvjeta upotrebom HFSS računalnog programa

---

**Krajcar, Krunoslav**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:200:401626>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-22**

*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I  
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA**

**Sveučilišni preddiplomski studij**

**ANALIZA RUBNIH UVJETA UPOTREBOM HFSS  
RAČUNALNOG PROGRAMA**

**Završni rad**

**Krunoslav Krajcar**

**Osijek, 2016.**

## SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
1.1. Zadatak završnog rada.....	2
2. ELEKTROMAGNETIZAM .....	3
3. RUBNI UVJETI I FRESNELOVE JEDNADŽBE .....	7
3.1. Prijelaz sredstava dielektrik-dielektrik.....	8
3.1.1. Indeks refrakcije .....	8
3.1.2. Rubni uvjeti na granici dielektrik- dielektrik .....	8
3.1.3. Fresnelove jednadžbe .....	15
3.2. Dielektrik-metal .....	18
3.3. Kompleksni indeks refrakcije.....	22
4. KUT REFLEKSIJE I TRANSMISIJE, BREWSTEROV KUT .....	24
4.1. Elektromagnetski val na prijelazu sredstvo1-sredstvo2-sredstvo1 .....	24
4.2. Kut refleksije .....	25
4.3. Kut refrakcije.....	25
4.4. Brewsterov kut .....	26
5. SIMULACIJE REFLEKSIJE I TRANSMISIJE ELEKTROMAGNETSKOG VALA.....	27
5.1. Pojašnjenje HFSS računalno programa.....	27
5.2. Prijelaz dielektrik-dielektrik.....	28
5.2.1. Okomita polarizacija .....	28
5.2.2. Paralelna polarizacije .....	30

5.3. Prijelaz dielektrik-dielektrik gdje sredstvo 1 ima veći indeks refrakcije .....	33
5.3.1. Okomita polarizacija .....	33
5.3.2. Paralelna polarizacija .....	35
5.4. Prijelaz vakuum-metal.....	36
5.4.1. Ovisnost koeficijenta refleksije o valnoj duljini .....	36
5.4.2. Ovisnost koeficijenta refleksije o sredstvu.....	40
5.4.3. Dubina prodiranja u sredstva.....	43
6. ZAKLJUČAK .....	44
LITERATURA.....	45
SAŽETAK.....	46
SUMMARY .....	46
ŽIVOTOPIS .....	47

# 1. UVOD

Prijenos podataka od velike je važnosti u modernom dobu. Gotovo svaki čovjek svakodnevno koristi uređaje čija osnovna funkcija je prijenos informacija, počevši od telefonije, televizije, radioprijamnika, mobilnih uređaja itd. Kao što se vidi broj korisnika se može mjeriti u milijunima. Prvobitno prijenos podataka se vršio isključivo žičanim putem, korištenje mu je bilo u telefoniji. Napretkom tehnologije došlo je sve većih zahtjeva za prijenosom informacija, te je zbog praktičnosti počela upotreba elektromagnetskog vala za bežični prijenos informacija prostorom. Upotrebom bežičnog prijenosa nije bilo potrebno graditi infrastrukturu koja je fiksna, već je samo potrebna odašiljačka i prijamna antena kako bi se ostvarila komunikacija. Time je omogućen velik broj korisnika te korisnik je mogao koristiti uslugu na različitim lokacijama. No glavna mana bežičnog prijenosa je mogućnost većeg gubitka i smetnje u odnosu na žičani prijenos. Smetnje se mogu događati zbog nekolicine razloga. Jedan od razloga je što prilikom propagacije, elektromagnetski val prolazi kroz različita sredstva, te prolaskom mijenja svoja svojstva. Na granici prijelaza iz sredstva u sredstvo dolazi do refleksije i transmisije vala. Odnosno, dio vala se reflektira a dio vala nastavi propagaciju. Uslijed toga dolazi do gubitaka snage vala. Upravo to je tema ovog završnog rada, tj. analiza teorijskih uvjeta koji se događaju na granici dvaju sredstava uslijed prolaska elektromagnetskog vala. Rezultati teorijske analize također bit će uspoređeni sa simulacijom konkretnog slučaja u HFSS računalnom programu.

Struktura završnog rada se sastoji od prvog dijela koji govori o elektromagnetizmu. Zatim se uz pomoć Maxwellovih jednadžbi određuju rubni uvjeti i Fresnelove jednadžbe. Zatim se objašnjava kut refleksije i transmisije i Brewsterow kut. Posljednji dio rada prikazuje rezultate simulacije refleksije i transmisije elektromagnetskog vala na prijelazu raznih sredstava.

## **1.1. Zadatak završnog rada**

Zadatak završnog rada je analiza rubnih uvjeta prilikom prolaska elektromagnetskog vala iz sredstva u sredstvo. Analiza se vrši za slučajeve okomite i paralelne polarizacije elektromagnetskog vala. Iz rubnih uvjeta se izvode Fresnelove jednačbe koje prikazuju udio refleksije i transmisije vala na prijelazu sredstava. Upotrebom HFSS računalnog programa simulira se ponašanje vala na prijelazu raznih sredstava.

## 2. ELEKTROMAGNETIZAM

Električki nabijena tijela u svojoj okolini proizvode električno polje, dok vodiči kroz koje teče struja u svojoj okolini proizvode magnetsko polje. Međutim ako u strujnom krugu dođe do bilo kakve promjene električnog napona ili struje dolazi do stvaranja elektromagnetskih valova.

Ponašanje elektromagnetskog vala uvelike je objasnio J.C. Maxwell. Maxwell je ponašanje elektromagnetskog vala opisao električnim i magnetskim jednadžbama, time otkrivši valnu prirodu električnog i magnetskog polja i njihovu simetriju. Promatrajući valne jednadžbe Maxwell je utvrdio kako se elektromagnetski val kreće brzinom koja je usporediva brzini svjetlosti, time je zaključio kako je svjetlost elektromagnetski val.[1]

Maxwell je do svojih zaključaka došao koristeći sljedeće zakone:

- Gaussov zakon – tok električnog polja  $\vec{E}$  kroz bilo koju zatvorenu površinu  $S$  jednak je algebarskom zbroju naboja  $Q$  koji se nalaze unutar te površine

$$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2-1)$$

- Zakon konzervacije magnetskog toka – ukupan magnetski tok  $\vec{B}$  kroz zatvorenu plohu  $S$  jednak je nuli

$$\oint B \cdot dA = 0 \quad (2-2)$$

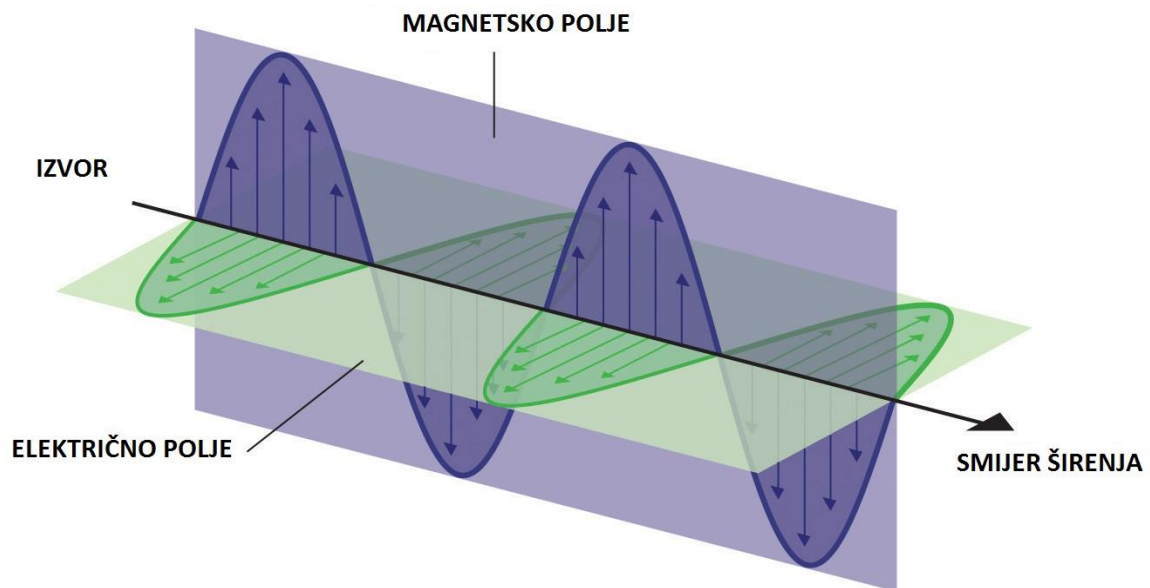
- Faradayev zakon elektromagnetske indukcije – promjena magnetskog polja  $\vec{B}$  stvara električno polje  $\vec{E}$

$$\oint E \cdot dS = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (2-3)$$

- Amperov zakon protjecanja – linijski integral jakosti magnetskog polja  $\vec{H}$  uzduž zatvorene krivulje jednak je ukupnoj struji  $I$  obuhvaćenoj tom krivuljom

$$\oint B \cdot dS = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 I \quad (2-4)$$

Maxwellove jednađbe je kasnije eksperimentalno dokazao Henrich Herz. Po Maxwellovim jednađbama, promjenjivo magnetsko polje za posljedicu stvara promjenjivo električno polje, isto vrijedi i u suprotnom slučaju. Maxwellove jednađbe govore kako promjenjivo električno polje stvara promjenjivo magnetsko polje. Promjene u magnetskom i električnom polju ponašaju se sinusoidno. Smjerovi električnog i magnetskog polja okomiti su na smjer kretanja elektromagnetskog vala, isto tako okomiti su jedan na drugog kao što se jasno vidi na slici Sl. 2.1.[2]



*Sl. 2.1. Širenje elektromagnetskog vala, silnice električnog i magnetskog polja su okomite na smjer širenja vala [3]*



Svojstva ravnih elektromagnetskih valova:

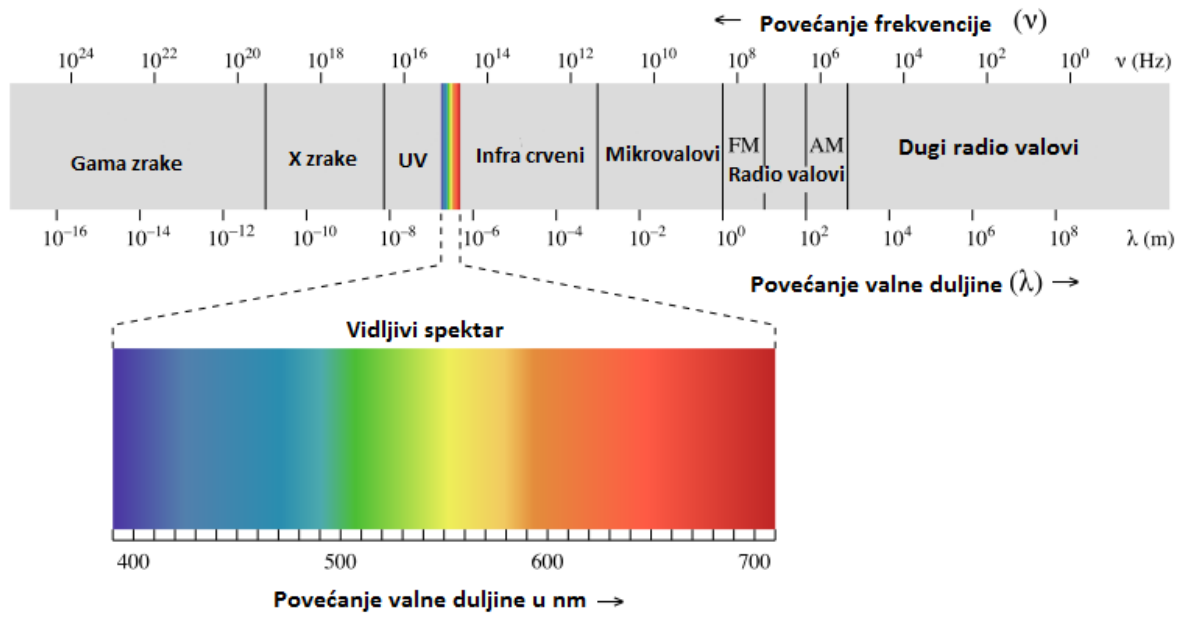
- Šire se i u vakuumu
- Električna i magnetska polja u linearno polariziranom elektromagnetskom valu su u fazi
- Smjerovi električnog i magnetskog polja međusobno su okomiti
- Brzina elektromagnetskih valova ovisi o električnim i magnetnim svojstvima medija kroz koji se šire

Kada govorimo o elektromagnetskim valovima, bitna je frekvencija, tj. frekvencija sinusoide koja opisuje ponašanje električnog i magnetskog polja. Sve moguće frekvencije elektromagnetskog vala stvaraju elektromagnetski spektar, čije vrijednosti se kreću od 10Hz do  $10^{24}$  Hz. Elektromagnetski spektar podijeljen je u grupe ovisno o frekvenciji. Od najmanje do najveće frekvencije imamo radiovalove, mikrovalove, infracrvene zrake, vidljivu svjetlost, ultraljubičaste zrake, x zrake i gama zrake.

Valna duljina je također bitna kod valova, i ona je usko povezana s frekvencijom. Veza frekvencije i valne duljine opisana je relacijom

$$v = f * \lambda \quad (2-5)$$

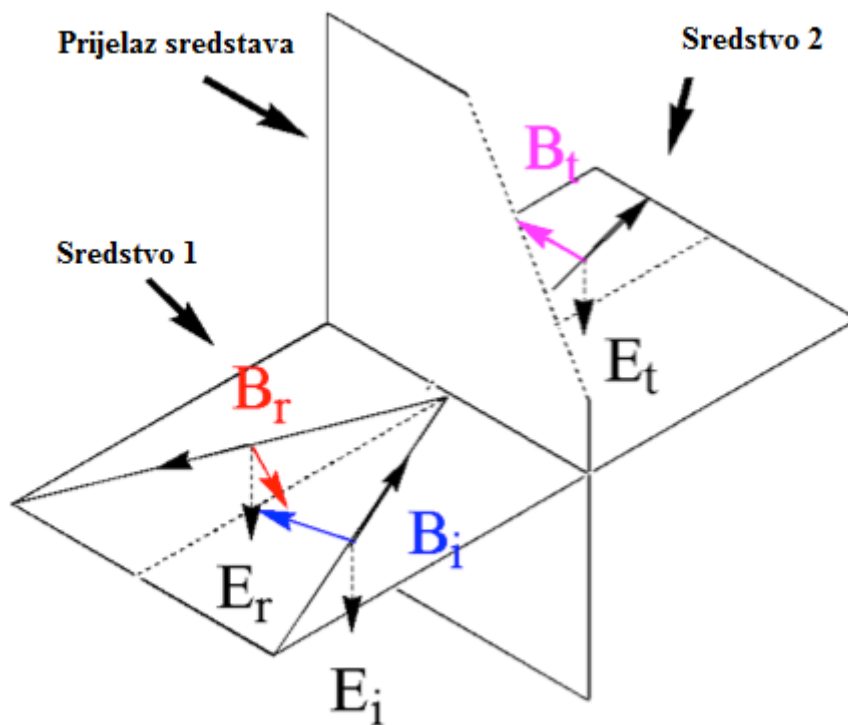
U relaciji (2-5)  $v$  je brzina vala, koja je u vakuumu jednaka brzini svjetlosti. Tijekom propagacije elektromagnetskog vala iz sredstva u sredstvo, brzina vala i valna duljina se mijenja, no frekvencija mu ostaje konstanta.[1]



Sl. 2.2. Spektar elektromagnetskog vala. [4]

### 3. RUBNI UVJETI I FRESNELOVE JEDNADŽBE

Elektromagnetski val ne kreće se isključivo jednim sredstvom, već prelazi is sredstva u sredstvo. Na prijelazu sredstava dolazi do nekolicine promjena u ponašanju elektromagnetnog vala.



Sl. 3.1. Elektromagnetski val na granici dvaju sredstava [5]

Na slici se vidi kako kod prijelaza is sredstva u sredstvo dio vala se reflektira pod nekim kutom, dok dio vala nastavlja kretanje unutar drugog sredstva, s tim da je smjer kretanja vala pomaknut za određeni kut od smjer kretanja upadnog vala. Ovisno o tome kroz koje sredstvo val nastavlja kretanje razlikuje se dva slučaja, slučaj dielektrika te slučaj metala.

## 3.1. Elektromagnetski val na prijelazu sredstava dielektrik-dielektrik

### 3.1.1. Indeks refrakcije

Prijelazom elektromagnetskog vala iz sredstva u sredstvo dolazi do promjene brzine kretanja vala. Brzina kojom se elektromagnetski val kreće sredstvom opisana je jednadžbom

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (3-1)$$

Iz jednadžbe se vidi kako je brzina kretanja uvjetovana dielektričnom konstantom i konstantom permeabilnosti sredstva. Povežemo li brzinu kretanja vala u vakuumu i kretanja u sredstvu dolazimo do jednadžbe kojom se računa indeks refrakcije sredstva.

$$n = \frac{v_{vac}}{v_{sre}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{\mu_0 * \epsilon_0}}}{\frac{1}{\sqrt{\mu_0 * \mu_r * \epsilon_0 * \epsilon_r}}} = \sqrt{\epsilon_r * \mu_r} \quad (3-2)$$

Za dielektrike je permeabilnost jednaka 1, zbog toga je indeks refrakcije jednak

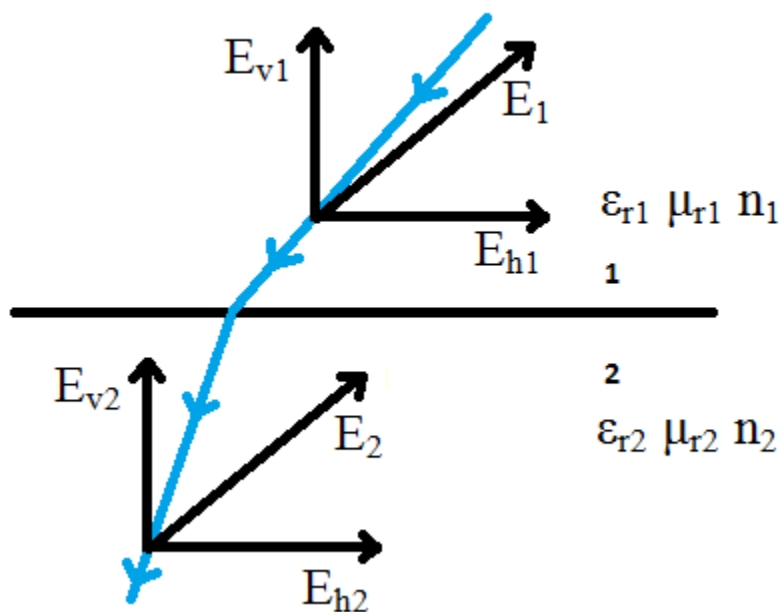
$$n = \sqrt{\epsilon_r} \quad (3-3)$$

### 3.1.2. Rubni uvjeti na granici dielektrik-dielektrik

Prilikom analize rubnih uvjeta koriste se 4. Maxwellove jednadžbe što će za posledicu dati 4 rubna uvjeta. Prvi rubni uvjet se izvodi iz 1. Maxwellove jednadžbe

$$\oint E \cdot dA = \frac{\sum Q}{\epsilon_0} \quad (3-4)$$

Prva Maxwellova jednadžba bavi se električnim poljem, zbog toga promatramo električnu komponentu vala, koju dalje rastavljamo na vektore polja  $E_v$  i  $E_h$ , odnosno horizontalni i vertikalni vektor polja.

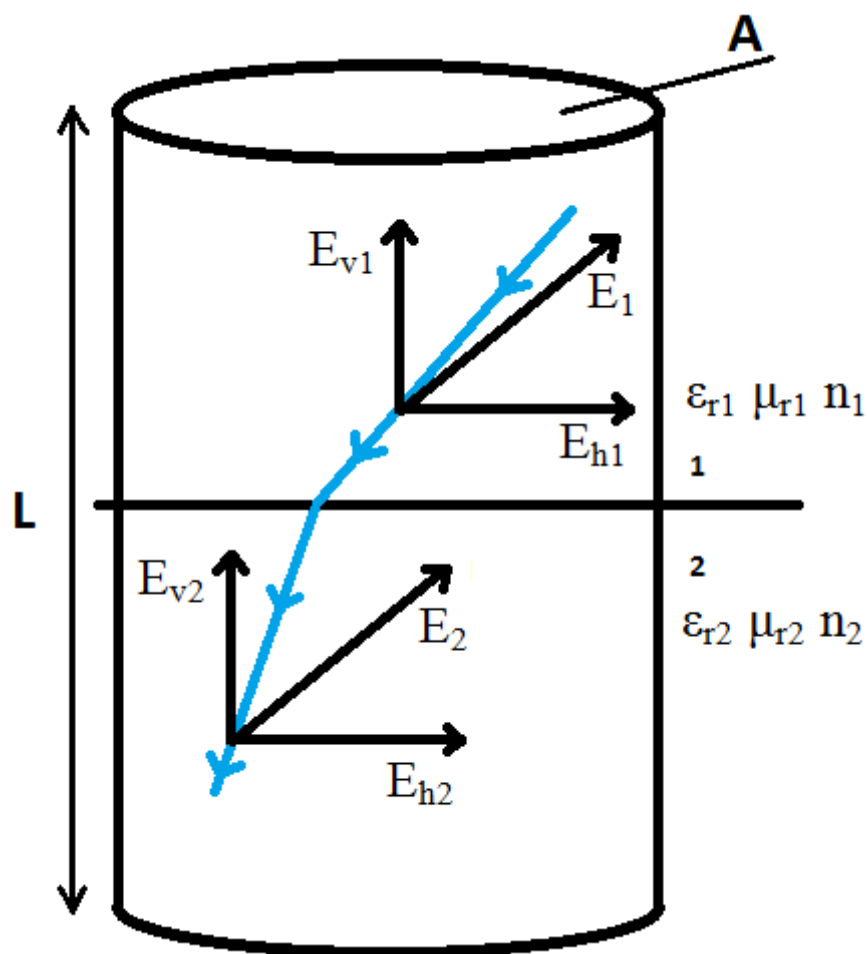


*Sl. 3.2. Vektori električne komponente vala na prijelazu dvaju sredstava*

Slika prikazuje vektor električnog polja u dvjemasredstvima, te njihovu vertikalnu i horizontalnu komponentu. Zbog toga što u dielektricima nema nosioca naboja  $Q=0$  te zato što sredstvo kroz koji val propagira nije vakuum koristi se i  $\epsilon_r$  te dobivamo formulu:

$$\epsilon_0 \epsilon_r \oint E \cdot dA = \sum Q = 0 \quad (3-5)$$

Kako bi se mogla koristiti navedena formula na slučaju s slike Sl.3.2. potrebno je koristiti cilindar oko mjesta gdje elektromagnetski val prijelazi iz sredstva u sredstvo, kako bi se moglo što bolje vidjeti smjerovi vektora polja kojima se električno polje kreće.



*Sl. 3.3. Cilindar koji okružuje prijelaz sredstava koji se koristi za lakšu analizu vektora električnog polja.  $L$  predstavlja visinu cilindra,  $A$  predstavlja površinu kruga.*

Nakon što se konstruira cilindar, promatra se koja komponenta polja prolazi kroz koji dio cilindra.  $E_v$  komponenta polja prolazi kroz vrhove cilindra dok  $E_h$  komponente polja prolaze kroz bokove cilindra. Raspisivanjem se dobiva.

$$\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_{v1} A - \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_{v2} A + \gamma = 0 \quad (3-6)$$

U relaciji se nalaze vertikalne komponente polja  $E_{v1}$  i  $E_{v2}$ , dok su doprinosi horizontalne komponente polja jednostavna opisane s konstantom propagacije  $\gamma$ . Kako bismo pojednostavili slučaj, i izbacili  $\gamma$ , visina cilindra se smanjuju na vrijednost koja je gotovo 0, odnosno

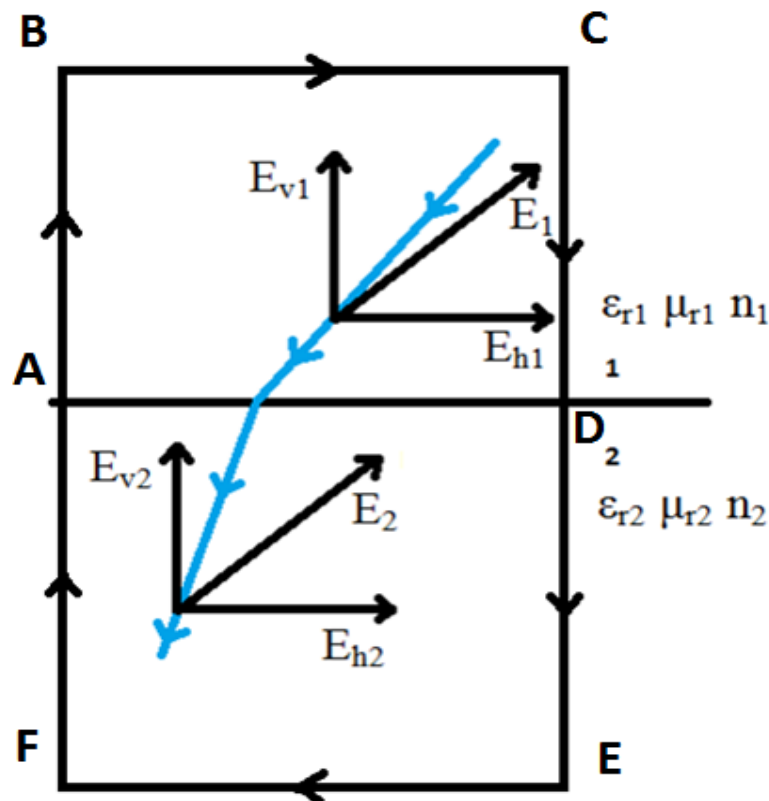
zanemariva. Zbog toga što je visina cilindra jednaka 0 i površina strana cilindra je 0, znači da nema niti vektora polja koji prolaze tom površinom i  $\gamma$  je jednako 0.

Nakon toga dobiva se jednačba, koja je ujedno i prvi rubni uvjet.

$$\varepsilon_{r1}E_{v1} = \varepsilon_{r2}E_{v2} \quad (3-7)$$

1. Rubni uvjet govori kako prijelazom elektromagnetskog vala na granici sredstava gdje su oba sredstva dielektrici. Umnožak vertikalne komponente vektora električnog polja u sredstvu 1 i dielektrične konstante sredstva 1, je jednak umnošku vertikalne komponente električnog polja u sredstvu 2 i dielektrične konstante sredstva 2.

Kako bi se nastavilo analiziranje električnog polja unutar vala potrebno je koristiti 3. Maxwellovu jednačbu (2-3). Ponovno se analizira slučaj slike Sl.3.2. No ovog puta za analizu nije potreban cilindar oko prijelaza sredstava već pravokutna petlja kao što se vidi na slici Sl.3.4.



Sl. 3.4. Petlja oko prijelaza sredstava koja se koristi za lakšu analizu vektora električnog polja

Pri postavljanju jednadžbe potrebno je petlju podijeliti na područja, te raspisati slučaj za svako područje petlje. Za područja od ( AB i cd, te DE i FA) dolazi do poništavanja vektora koji bi prolazili tim područjima, zbog toga što su vektori polja u istom sredstvu te im je vrijednost jednaka a smjer petlje je suprotan dolazi do poništavanja vektora. Jedina područja koja se ne poništavaju su područja petlje od B do C te od E do F.

$$E_{h1} * L - E_{h2} * L = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (3-8)$$

Smanjenjem visine petlje, kao u slučaju 1. Maxwellove jednadžbe dolazimo do slučaja gdje je površina petlje gotovo jednaka 0. Dolazi se do drugog rubnog uvjeta.

$$E_{h1} = E_{h2} \quad (3-9)$$

2. rubni uvjet govori kako prilikom prijelaza elektromagnetskog vala na granici sredstava, gdje su oba sredstva dielektrici. Nema promjene u vrijednosti horizontalne komponente vektora električnog polja vala. Horizontalna komponenta u sredstvu 1 je jednaku horizontalnoj komponenti u sredstvu 2.

Za izvođenje graničnog uvjeta koji se odnosi na magnetsko polje elektromagnetskog vala koristi se 2. Maxwellova jednadžba (2-2).

Za promatranje magnetskog polja, potrebno je kao i za slučaj električnog polja rastaviti vektor polja na vektore  $B_v$  i  $B_h$ , tj vertikalnu i horizontalnu komponentu polja. Slika Sl. 3.5.izgleda gotovo upotpunosti jednaka kao i slika za slučaj električnog polja. Isto tako potrebno je napraviti cilindarkod prijelaza sredstava.

Uvrštavanjem vektora, ovisno o tome kojim dijelom cilindra prolazi, u 2. Maxwellovu jednadžbu dobiva se

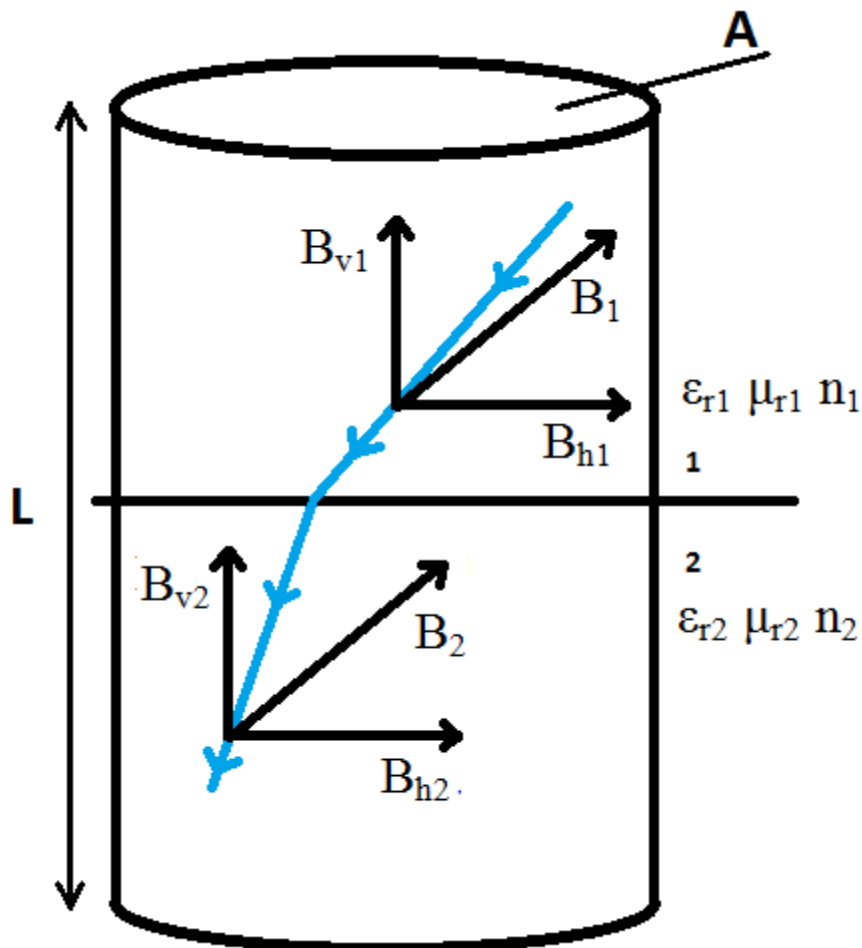
$$B_{v1} * A - B_{v2} * A + \gamma = 0 \quad (3-10)$$



Gdje je  $\gamma$  konstanta propagacije horizontalne komponente vektora magnetskog polja. Jednadžba se ponovno pojednostavi tako što se visina cilindra smanjuje gotovo na 0 i time je  $\gamma=0$ . Jednadžba koja se dobiva nakon toga je ujedno i 3. Rubni uvjet

$$B_{v1} = B_{v2} \quad (3-11)$$

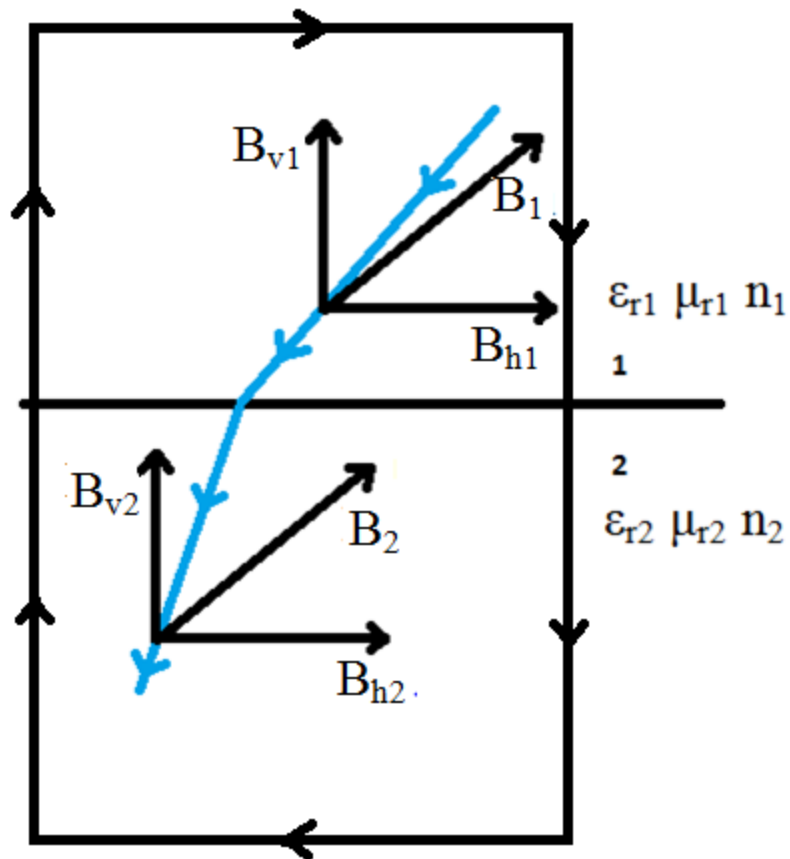
Rubni uvjet za magnetsko polje govori kako vertikalna komponenta magnetskog polja zadržava vrijednost u sredstvu 2 kao i sredstvu 1.



Sl. 3.5. Cilindar koji okružuje prijelaz sredstava koji se koristi za lakšu analizu vektora magnetskog polja.

Prilikom korištenja 4. Maxwellove jednačbe (2-4) potrebno je konstruirati petlju oko prijelaza sredstava, kao u slučaju 3. Maxwellove jednačbe.

Isto tako se kao i kod 3. Maxwellove jednačbe zbog toga što se neke regije petlje poništavaju u obzir se uzimaju sam gornja i donja stranica petlje.



Sl. 3.6. Petlja oko prijelaza sredstava koja se koristi za lakšu analizu vektora magnetskog polja

$$\frac{B_{h1} * L}{\epsilon_1 \mu_0} - \frac{B_{h2} * L}{\epsilon_2 \mu_0} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (3-12)$$

Ponovno se smanjuje duljina rubnih stranica petlje gotovo na 0. I time se dobiva posljednji rubni uvjet.

$$B_{h1} = B_{h2} \quad (3-13)$$

Posljednji rubni uvjet govori kako je prilikom prijelaza elektromagnetskog vala iz sredstva 1 u sredstvo 2, vrijednost horizontalne komponente vektora magnetskog polja u sredstvu 1 jednaka vrijednosti horizontalne komponente polja u sredstvu 2.

### 3.1.3. Fresnelove jednadžbe

Kod linearno polariziranih elektromagnetskih valova imamo dva slučaja polarizacije, okomita i paralelna polarizacija. Polarizacije vala se određuje u ovisnosti smjera vektora električnog polja.

Za analizu slučaja kada je vektor polja okomit na prijelaz sredstava potrebno je vektor polja rastaviti na vertikalnu i horizontalnu komponentu polja

$$B_h = B \cos \theta_i \quad (3-14)$$

$$B_v = B \sin \theta_i \quad (3-15)$$

Na navedeni slučaj se primjenjuju 2 granična uvjeta prethodno izvedena (3-10) i (3-13). Te korištenjem tih formula na :

$$E_i + E_r = E_t \quad (3-16)$$

Dobiva se

$$B_i \cos i - B_r \cos r = B_t \cos t \quad (3-17)$$

Daljnijim korištenjem formule, koja povezuje električno i magnetsko polje.

$$B = \frac{E}{c} = \frac{E}{v} = \frac{n}{c} * E \quad (3-18)$$

Dobiva se sljedeće:

$$\frac{n_1}{c} E_i \cos i - \frac{n_1}{c} E_r \cos r = \frac{n_2}{c} E_t \cos t \quad (3-19)$$

Zapiše li se jednačba tako da je  $i=r=\theta_1$  i da je  $t=\theta_2$  te korištenjem relacije (3-16) dobiva se 1. Fresnelova jednačba.

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (3-20)$$

1. Fresnelova jednačba kojom se računa koeficijentrefleksije elektromagnetskog vala. Nakon što se dobije Fresnelova jednačba za reflektiranu zraku može se izvesti i jednačba za transmisiju.

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (3-21)$$

Za slučaj kada je elektromagnetski val paralelno polariziran. Vektori električnog polja raspisuju se

$$E_h = E \cos \theta_i \quad (3-22)$$

$$E_v = E \sin \theta_i \quad (3-23)$$

Uz pomoć relacije za magnetsko polje i formule (3-18)

$$B_i + B_r = B_t \quad (3-24)$$

$$E_i \cos \theta_i - E_r \cos \theta_r = E_t \cos \theta_t \quad (3-25)$$

Dobiva se Fresnelovajednadžba za udio reflektirane zrake prilikom paralelne polarizacije.

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} \quad (3-26)$$

Jednadžba za omjer transmitirane zrake glasi:

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} \quad (3-27)$$

### 3.2. Elektromagnetski val na prijelazu sredstava dielektrik-metal

U metalima, koji su savršeni vodiči, vrijednost električnog polja je jednaka 0 zbog brojnih slobodnih nosioca naboja koji neutraliziraju električno polje tako što stvaraju struju u vodiču. No to nije tako za slučaj metala koji nisu savršeni vodiči. Unutar njim elektromagnetski val propagira do neke dubina, koja ovisi o vodljivosti metala te frekvenciji elektromagnetskog vala. Prilikom prodiranja vala u metal amplituda vala eksponencijalno pada kako ulazi dublje u vodič. Vrijednost električnog polja doseže 37% na dubini koja se računa formulom (3-29).[2]

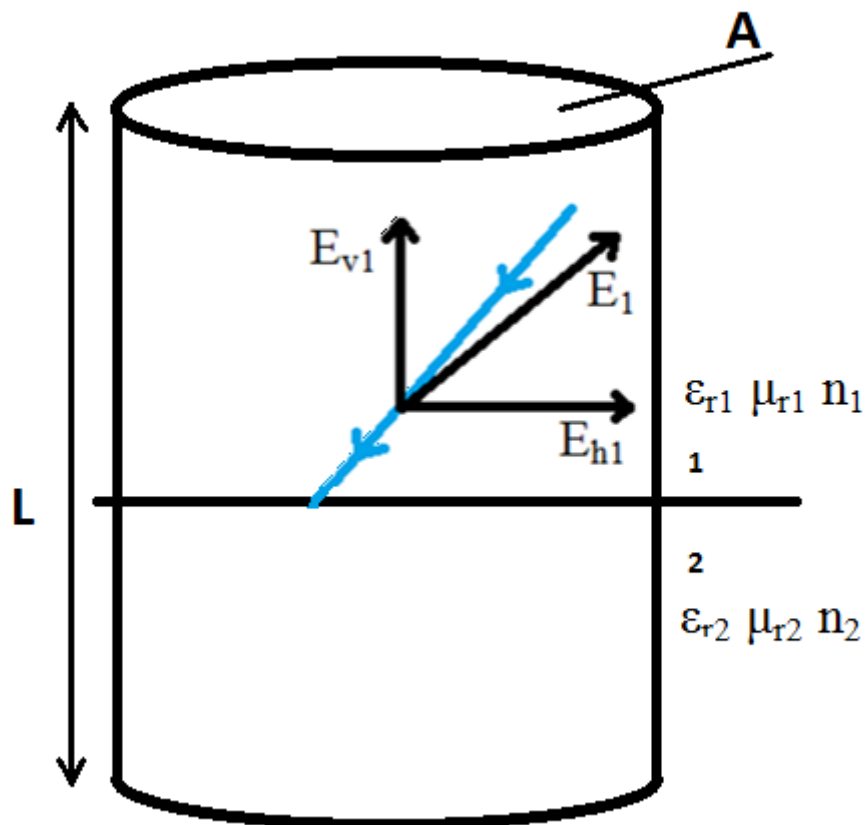
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} \quad (3-28)$$

Iz formule se vidi kako će dubina prodiranja biti mala u slučaju metala s velikom vodljivošću i kod velikih frekvencija elektromagnetskog vala.

Kod promatranja ponašanja elektromagnetskog vala na prijelazu s metalom, ponovno se promatra vektor električnog polja koji se rastavlja na komponente okomitog i paralelnog vektora polja. Korištenjem prve Maxwellove jednadžbe dobiva se.

$$\oint E \cdot dA = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV \quad (3-29)$$

Gdje je  $\rho$  volumna gustoća naboja unutar metala. Kako bi se riješio integral potrebno je koristiti cilindar oko vala koji promatramo na prijelazu sredstava. Sredstvom 2 se širi električno polje iz sredstva 1 te se pretvara u struju zbog toga što metal sadrži brojne nosioce naboja.



Sl. 3.7. Cilindar koji okružuje prijelaz sredstava koji se koristi za lakšu analizu vektora električnog polja na prijelazu dielektrik-metal

$$E_N dA = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV \quad (3-30)$$

Tada se  $dV$  zamjeni s  $dl \cdot dA$  dok se visina  $L$  cilindra smanjuje na vrijednost koja je gotovo jednaka 0. Time se dobiva prvi rubni uvjet:

$$E_n dA = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_s dA \quad (3-31)$$

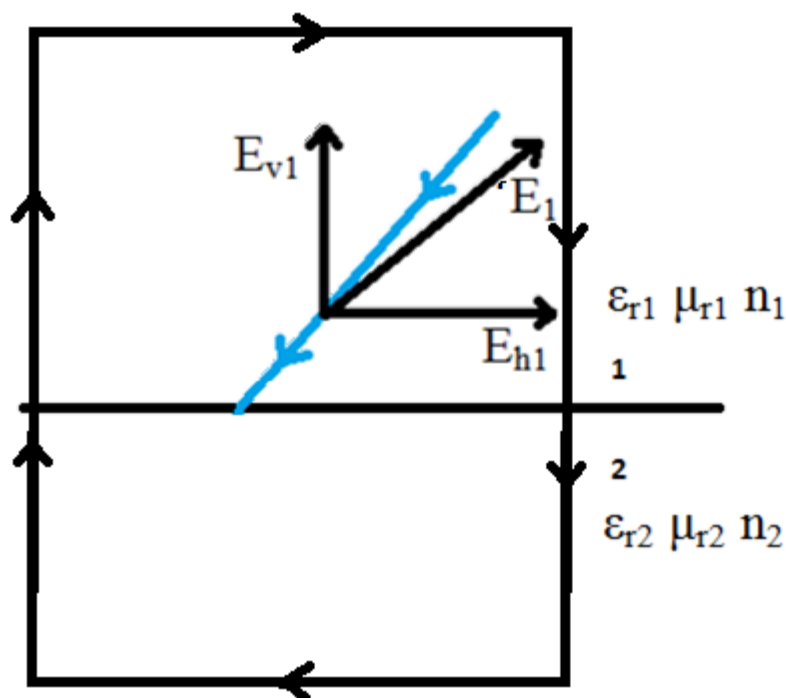
Koristi li se 2. Maxwellova jednadžba (2-2), ponovno se ponavlja postupak rastavljanja polja na komponente, no ovog puta magnetskog polja. Isto se ponovno smanjuje visina cilindra na vrijednost koja je gotovo jednaka 0.

Time se dobiva drugi rubni uvjet:

$$B_n dA = 0 \quad (3-32)$$

$$B_n = 0 \quad (3-33)$$

Korištenjem 3. Maxwellova jednadžba (2-3) te petlje oko prijelaza sredstava, kao i kod primjera za dielektrika. Strane petlje se poništavaju, i u obzir se uzima samo gornja i donja stranica petlje. Odnosno u konkretnom slučaju samo gornja stranica, jer se donja stranica nalazi u metalu, zbog toga što snaga elektromagnetskog vala, kako je prethodno rečeno, pada eksponencijalno kako se širi unutar metala zbog slobodnih nosioca naboja u metalima.



*Sl. 3.8. Petlja oko prijelaza sredstava koja se koristi za lakšu analizu vektora električnog polja na prijelazu dielektrik-metal*



$$E_T L = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (3-34)$$

Smanjenjem visine petlje gotovo na 0 dobivamo rubni uvjet:

$$E_T = 0 \quad (3-35)$$

4. Maxwellov zakon (2-4) ponovno koristi petlju i kao u prethodnom slučaju, stranice se poništavaju u obzir se uzima samo gornja stranica petlje, te nakon što se smanji visina petlje gotovo na 0 dobiva se 4. rubni uvjet.

$$B_T = \frac{\mu_0 I}{L} = \mu_0 J_s \quad (3-36)$$

Gdje je  $J_s$  gustoća struje unutar sredstva 2.

Pogledaju li se 4 rubna uvjeta za granicu dielektrik-metal vidi se kako električna i magnetska komponenta polja  $E_t$  i  $B_n$  ne nastavljaju kretanju unutar metala, jer se iz rubnih uvjeta vidi kako je vrijednost  $E_{t2}$  i  $B_{n2}$  jednaka 0. Komponente polja  $E_{n1}$  i  $B_{t1}$  utječu na nosioce naboja unutar metala i dolazi do kretanja nosioca naboja unutar metala. Odnosno do induciranja struje.

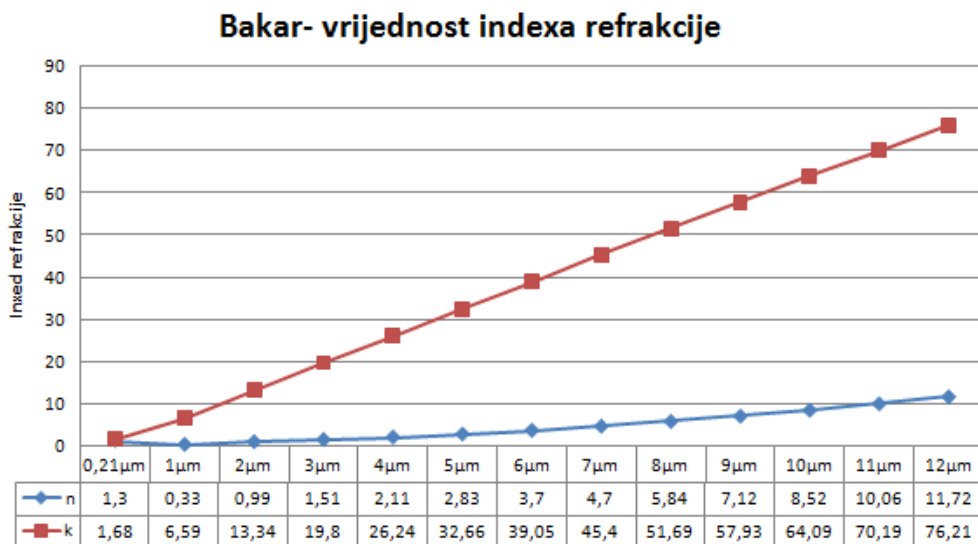
### 3.3. Kompleksni indeks refrakcije

Kako bi se znao udio zrake koja se reflektira koriste se Fresnelove formule(3-21), (3-22), (3,27) i (3-28). No metali imaju kompleksan indeks refrakcije, te Fresnelove jednađbe mijenjaju oblik.

Za metale indeks refrakcije je kompleksan broj, zapis kojim se opisuje je

$$\tilde{n} = n + ik \quad (3-37)$$

Relacija sadrži realnu komponentu  $n$  koja se odnosi na brzinu propagacije vala, imaginarni dio  $\kappa$  opisuje apsorpciju vala u sredstvu. Vrijednosti realne i imaginarne komponente uvelike ovise o valnoj duljini. Slika Sl.3.9. prikazuje indeks refrakcije bakra u ovisnosti o valnoj duljini. Time se može zaključiti kako indeks refrakcije ovisi i o sredstvu propagacije, jer se valna duljina mijenja ovisno o sredstvu kojim se val kreće. Mjerno područje indeksa refrakcije je za graf od  $0,21\mu\text{m}$  do  $12\mu\text{m}$ .



**Sl. 3.9.** Graf ovisnosti indeksa refrakcije bakra o valnoj duljini

Kao što je poznato valna duljina i frekvencija sredstva su obrnuto proporcionalne, što govori kako na manjim frekvencijama indeks refrakcije je veći.

**Tab. 3.1.** Kompleksni indeksi refrakcije nekih metala za valnu duljinu  $\lambda=589\text{nm}$

Naziv sredstva	Indeks refrakcije
Zlato	0,27+2,95i
Srebro	0,20+3,44i
Bakar	0,62+2,57i
Platina	2,63+3,54i
Aluminij	1,44+5,23i

Navedena tablica koristi indekse refrakcije mjerene za područje valne duljine 589 nm. Kada bi se koristilo neko drugo valno područje vrijednosti bi se uvelike mijenjale.

Korištenjem indeksa refrakcije te modificiranih Fresnelovih jednadžbu može se računati koeficijent refleksije na prijelazu dielektrik-metal.

$$R_{s12}(\theta_I) = \frac{(\sqrt{a+z}-\sqrt{2} \cos \theta_I)^2+a-z}{(\sqrt{a+z}+\sqrt{2} \cos \theta_I)^2+a-z} \quad (3-38)$$

$$R_{p12}(\theta_I) = R_{s12}(\theta_I) * \frac{(\sqrt{a+z}-\sqrt{2} \sin \theta_I \tan \theta_I)^2+a-z}{(\sqrt{a+z}+\sqrt{2} \sin \theta_I \tan \theta_I)^2+a-z} \quad (3-39)$$

$$z = n^2 - \kappa^2 - (\sin \theta_I)^2 \quad (3-40)$$

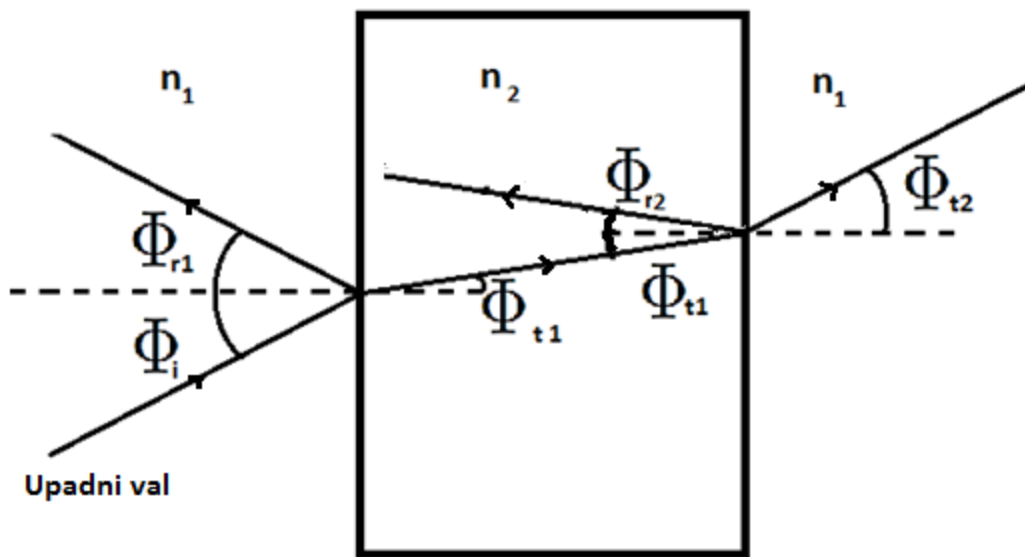
$$a = \sqrt{z^2 + 4n\kappa} \quad (3-41)$$

Navedene jednadžbe (3-39) i (3-40) se koriste prilikom računanja koeficijenta refleksije za slučajeve prijelaza sredstava dielektrik-metal zbog toga što metali imaju kompleksne indekse refrakcije.[6]

## 4. KUT REFLEKSIJE I TRANSMISIJE, BREWSTEROV KUT

### 4.1. Elektromagnetski val na prijelazu sredstvo1-sredstvo2-sredstvo1

Pri svakom prolasku elektromagnetskog vala iz jednog sredstva u drugo dolazi do brojnih promjena koje prvenstveno ovise o karakteristikama medija unutar kojeg val propagira. Pri prolasku vala u drugi medij dio vala se reflektira, odnosno mijenja smjer kretanja. Udio vala koji se ne reflektira nastavi se širiti unutar novog sredstva ali mu se također mijenja kut kretanja.

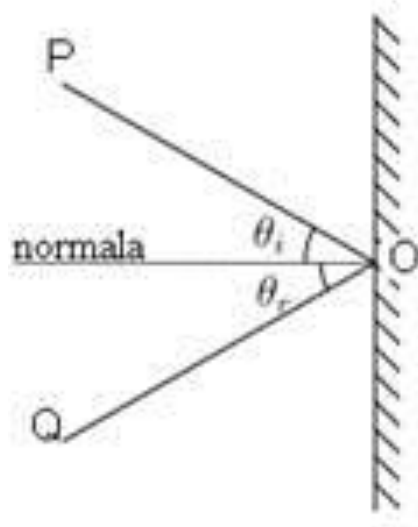


*Sl. 4.1. Refleksije i transmisija vala pri prijelazu iz sredstva 1 u sredstvo 2 te ponovno u sredstvo 1*

Na slici se jasno vidi kako se upadni val prilikom svakog prijelaza dijeli na dva vala, tj. reflektirani i transmitirani val.

## 4.2. Kut refleksije

Refleksija se definira kao promjena smjera širenja elektromagnetskog vala, na granici dvaju sredstava. Ovo je najučestaliji primjer koji se događa kad elektromagnetni val putuje zrakom, doseže površinu nekog objekta, te se odbija, mijenjajući smjer svog širenja. Matematički, ta se promjena smjera opisuje pomoću dviju veličina – upadnog kuta, i kuta refleksije. Ti se kutovi definiraju u odnosu na normalu površine na koju svjetlost upada. Zakon refleksije jednostavno kaže kako je upadni kut jednak kutu refleksije.[1]



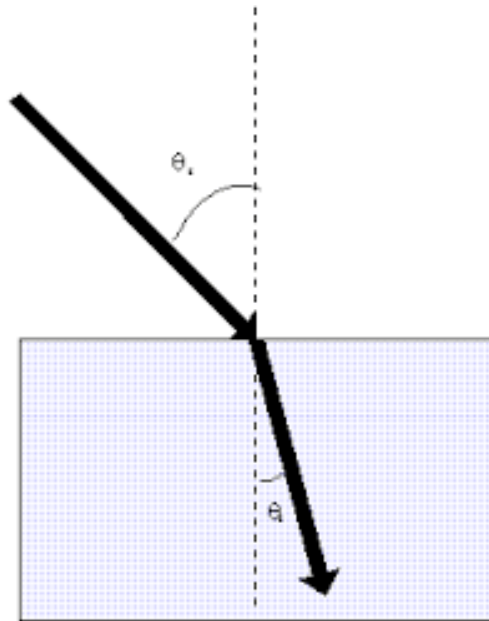
Sl. 4.2. Kut refleksije [7]

## 4.3. Kut refrakcije

Sljedeće osnovno svojstvo koje se pojavljuje prilikom širenja elektromagnetskog vala. To je pojava koja se javlja kad val prelazi iz jednog propagacijskog sredstva u drugo, i time mijenja brzinu. Naime, za svako sredstvo se može definirati tzv. indeks refrakcije, koji govori koliko će dano sredstvo usporiti gibanje svjetlosti. Zakon refrakcije kaže da će se zbog promjene brzine gibanja svjetlosti, promijeniti i njen smjer širenja. Ukoliko definiramo upadni kut i kut refleksije s obzirom na normalu granice između dvaju sredstava, onda će vrijediti da se sinus upadnog kuta prema sinusu kuta refrakcije odnosi kao upadna brzina svjetlosti prema izlaznoj brzini. Ukoliko upadnu i izlaznu brzinu izrazimo pomoću indeksa loma. [1]

Zakon refrakcije možemo formulirati ovako:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{\mu_1 \epsilon_1}} \quad (4-1)$$



Sl. 4.3. Kut refrakcije [8]

#### 4.4. Brewsterov kut

Brewsterov kut se odnosi na slučaj kada je kut upada vala na prijelaz sredstava takav, da za posljedicu reflektirana zraka je jednaka 0. Uvjet za Brewsterov kut je taj da upadna zraka mora biti paralelno polarizirana te kut upada jednak:

$$\theta_B = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad (4-2)$$

## **5. SIMULACIJE REFLEKSIJE I TRANSMISIJE ELEKTROMAGNETSKOG VALA**

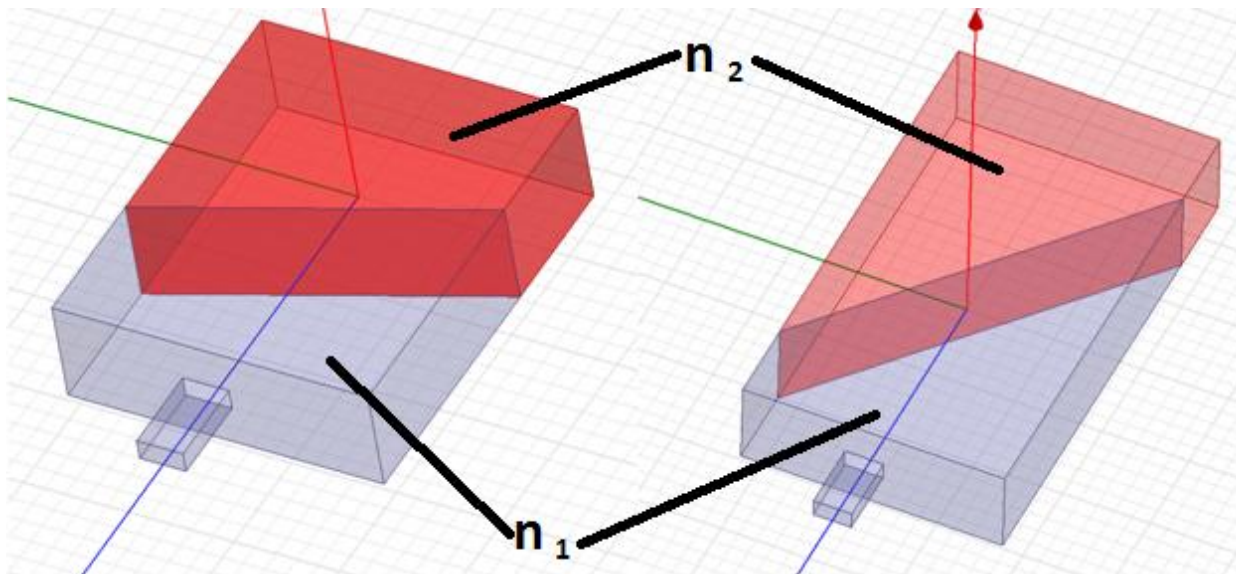
### **5.1. Pojašnjenje HFSS računalnog programa**

HFSS je računalni program tvrtke Ansys. HFSS je akronim za HighFrequencyStructural Simulator što u prijevodu znači visokofrekvencijski strukturalni simulator. Prvobitno je razvijen od strane Profesora Zoltana Cendesa i njegovih studenata na sveučilištu CarnegieMellon.

HFSS je postao industrijski standard za 3-D simulaciju elektromagnetskih polja. HFSS rješava i simulira brojne situacije vezane uz zračenje antena, složene RF krugove te brojne druge slučajeve u kojima dolazi do širenja elektromagnetskih valova. [9]

Za analizu koeficijenata refleksije i transmisije napravljen je prostorni model prikazan slikom Sl. 5.1.

Na slici se vidi otvor antene koji je spojen na kvadrat zraka kojim zrači elektromagnetski val. Unutar zračnog kvadrata postavljena je ploča materijala kojem se mijenjaju svojstva te kut pod kojim se nalazi u odnosu na izvor zračenja.



*Sl. 5.1. Model koji je korišten za simulacije, sastoji se od izvora zračenja spojenog na kvadrat od vakuuma unutar kojeg se nalazi sredstvo koje se analizira*

## 5.2. Elektromagnetski val na prijelazu sredstava dielektrik-dielektrik

Za simulaciju slučaja dielektrik-dielektrik. Dielektrik označen s  $n_1$  na slici Sl.5.1 je vakuum. Ploča unutar kvadrata od vakuuma načinjena je od nekolicine dielektrika različitih svojstava. Kod svih sredstava mijenjan je kut upada na sredstvo te je dobivena tablica koja prikazuje ovisnost koeficijenta refleksije o sredstvu te kutu upada.

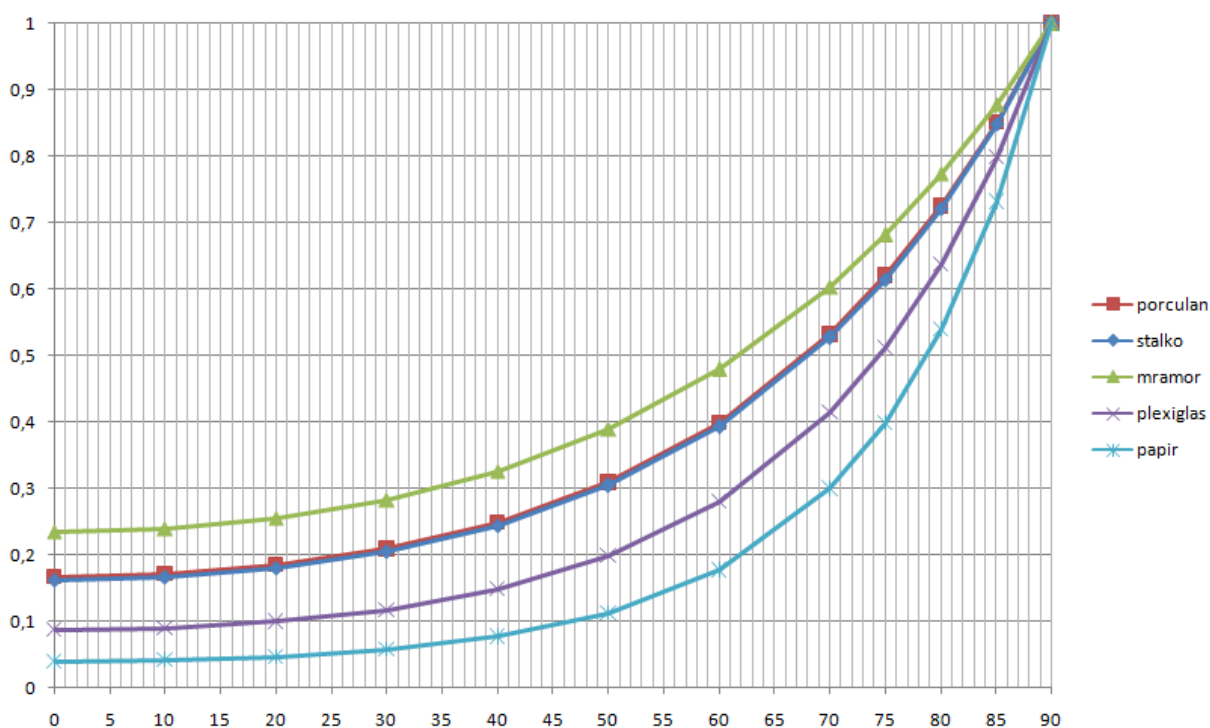
### 5.2.1. Okomita polarizacija

Kod prijelaza elektromagnetskog vala iz sredstava u sredstvo, gdje su oba sredstva dielektrici dolazi do refleksije i transmisije vala. Fresnelove jednadžbe jasno prikazuju kako omjer refleksije i transmisije ovisi o indeksu refrakcije, te upadnom kutu na prijelaz sredstava. Odnosno ovise o kutu upada, i dielektričnoj konstanti. Tablica Tab.5.1. sadrži nekolicinu dielektrika različitih dielektričnih konstanta, te prikazanu refleksiju ovisnu o upadnom kutu za svako sredstvo prilikom okomite polarizacije.



**Tab 5.1.** Koeficijent refleksije na prijelazu dielektrik-dielektrik , prilikom okomite polarizacije, za različite vrijednosti kuta upada

Naziv sredstva	$\epsilon_r$	$\mu_r$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	75°	80°	85°	90°
porculan	5,7	1	0,17	0,19	0,21	0,25	0,31	0,4	0,53	0,62	0,73	0,85	1
staklo	5,5	1	0,17	0,18	0,21	0,24	0,3	0,39	0,53	0,62	0,72	0,85	1
mramor	8,3	1	0,24	0,26	0,28	0,33	0,39	0,48	0,6	0,68	0,77	0,88	1
pleksiglas	3,4	1	0,09	0,1	0,12	0,15	0,2	0,28	0,42	0,51	0,64	0,8	1
papir	2,3	1	0,04	0,05	0,06	0,08	0,11	0,18	0,3	0,4	0,54	0,73	1



**Sl. 5.2.** Graf koeficijenta refleksije prilikom okomite polarizacije u ovisnosti o kutu upada

Usporedbom sredstava po dielektričnim konstantama vidi se kako sredstva čija je dielektrična konstanta veća imaju veći udio refleksije nego sredstva manje dielektrične konstante.

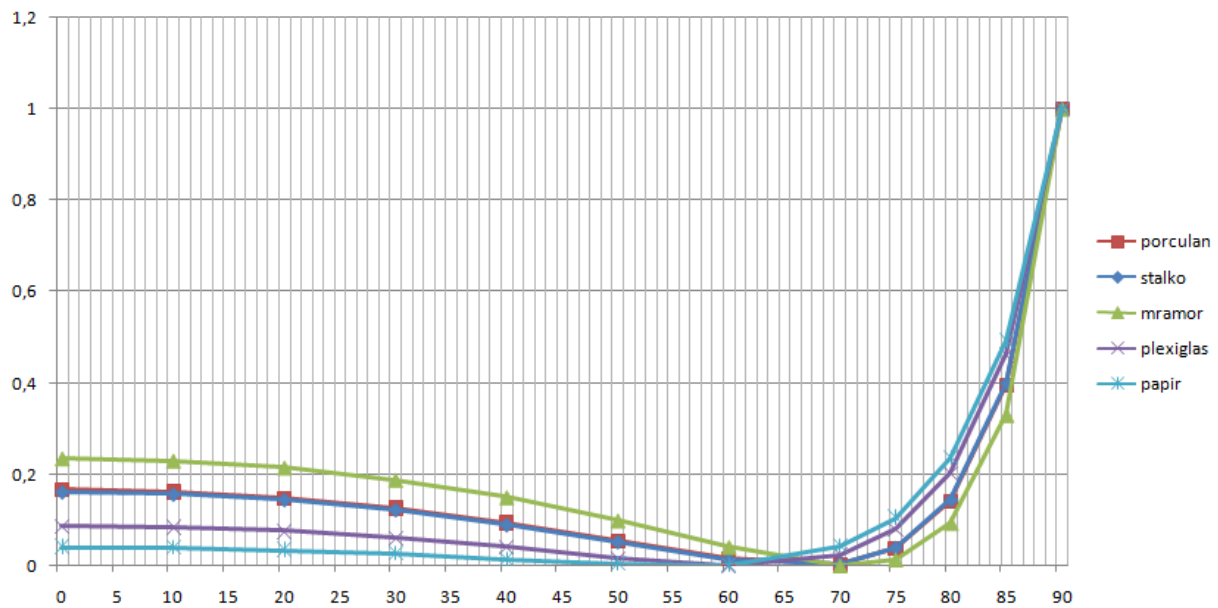
Isto tako promatra li se kut upada i koeficijent refleksije jasno se vidi kako na manjim kutovima upada koeficijent refleksije je manji, te kako kut upada raste i približava 90° raste i koeficijent refleksije.

### 5.2.2. Paralelna polarizacije

Kao i kod okomite polarizacije provedena je ista usporedba i kod paralelne polarizacije. Sredstva različitih dielektričnih konstanta su uspoređeni te promatran koeficijent refleksije ovisno o kutu upada.

**Tab. 5.2.** Koeficijent refleksije na prijelazu dielektrik-dielektrik , prilikom paralelne polarizacije, za različite vrijednosti kuta upada

Naziv sredstva	$\epsilon_r$	$\mu_r$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	75°	80°	85°	90°
porculan	5,7	1	0,16	0,15	0,13	0,1	0,06	0,02	0	0,04	0,14	0,4	1
staklo	5,5	1	0,16	0,15	0,12	0,09	0,05	0,01	0	0,04	0,15	0,4	1
mramor	8,3	1	0,23	0,22	0,19	0,15	0,1	0,04	0	0,01	0,09	0,33	1
pleksiglas	3,4	1	0,09	0,08	0,06	0,04	0,02	0	0,02	0,08	0,2	0,46	1
papir	2,3	1	0,04	0,04	0,03	0,02	0	0	0,04	0,11	0,24	0,49	1



Sl. 5.3. Graf koeficijenta refleksije prilikom paralelne polarizacije u ovisnosti o kutu upada

Kao što se vidi kod paralelne polarizacije postoji slučaj Brewsterovog kuta. Koeficijent refleksija na vrijednostima  $10^\circ$  ima neku vrijednost, te kako se povećava kut upada, vrijednost koeficijenta refleksije pada sve dok na vrijednosti, koja je dobivena Brewsterovim kutom, dolazi do 0. Nakon toga koeficijent refleksije naglo počinje rasti sve dok ne dosegne vrijednost 1 u  $90^\circ$ .

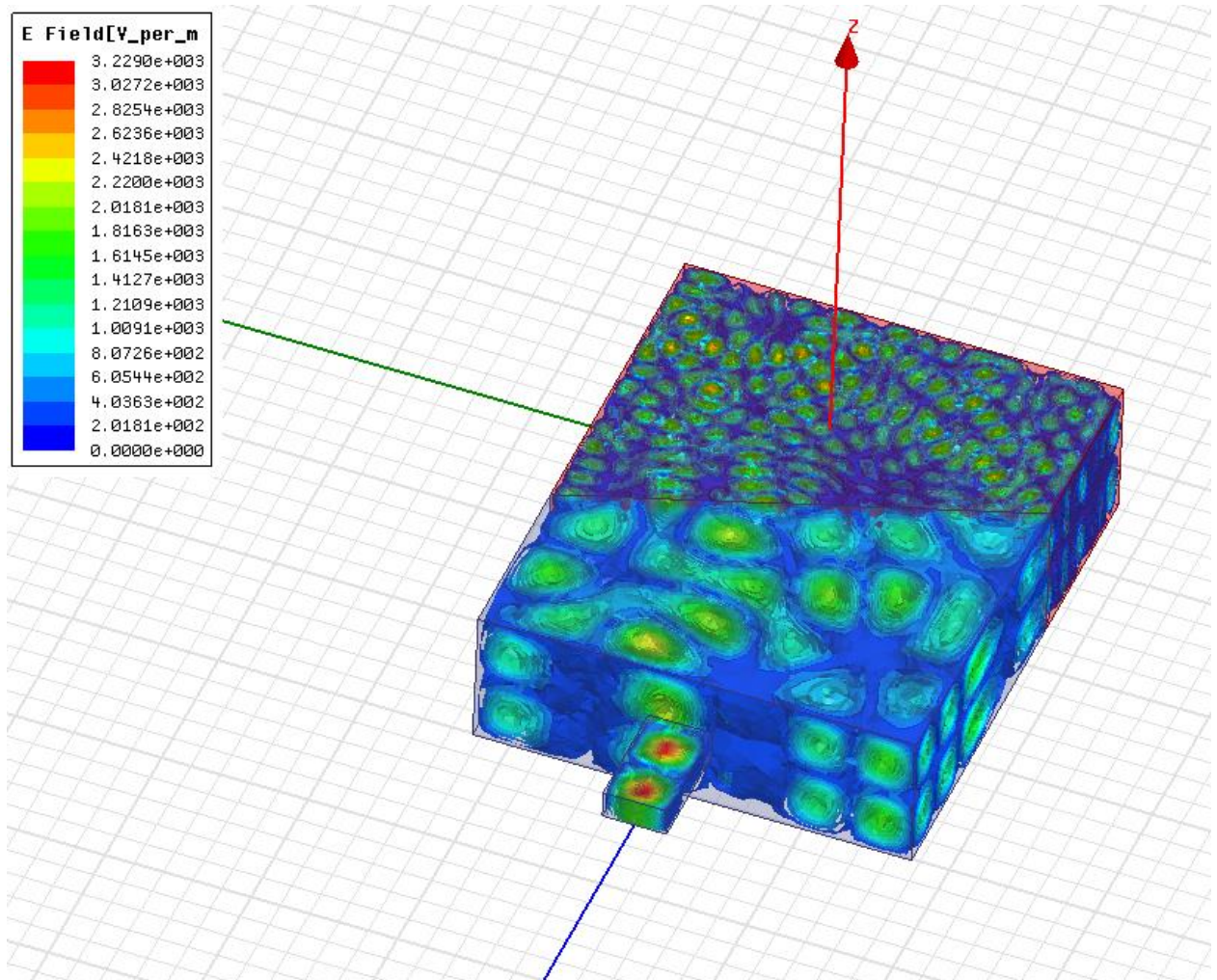
Računajući Brewsterov kut za porculan ili staklo može se vidjeti kako je vrijednost Brewsterovog kuta približno jednaka vrijednosti kuta upada gdje je koeficijent refleksije jednak 0.

$$\theta_{Bporculan} = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1} = 67,27^\circ \quad (5-1)$$

$$\theta_{Bstaklo} = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1} = 66,9^\circ \quad (5-2)$$

Kao što je rečeno, vrijednosti izračunatog Brewsterovog kuta za porculan i staklo su  $67,27^\circ$  i  $66,9^\circ$ . Što je veoma blizu vrijednosti iz tablice Tab 5.2. iz koje se može pročitati kako je Brewsterov kut  $70^\circ$ .

Kod paralelnepolarizacije također kao i kod okomite polarizacije na vrijednostima upadnog kuta ispod  $50^\circ$  za navedene slučajeve koeficijent refleksije je veći za sredstva veće dielektrične konstante nego za sredstava manje dielektrične konstantu.



*Sl. 5.4. Prijelaz sredstva dielektrik-dielektrik. Dio vala se reflektira od granice sredstava dok dio vala prelazi u drugo sredstvo*

Graf je znatno drugačiji nego kod okomite polarizacije. Vrijednosti refleksije padaju, te nakon što dosegnu 0, počnu eksponencijalno rasti. Graf prikazuje kako sredstva manje dielektrične konstante imaju brži rast vrijednosti nakon što im vrijednost koeficijenta refleksije dosegne 0.

### 5.3. Prijelaz dielektrik-dielektrik gdje sredstvo 1 ima veći indeks refrakcije

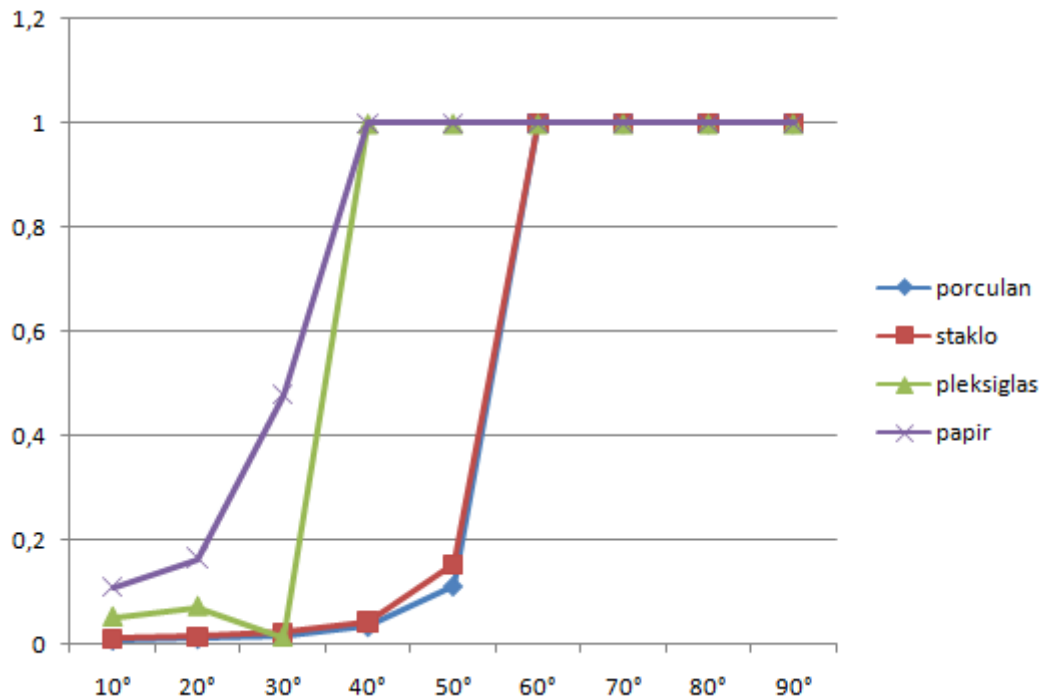
Nakon analize zrak-dielektrik potrebno je proučiti što se događa na prijelazu dielektrik-dielektrik. Jer elektromagnetski valovi se mogu kretati i dielektricima, te dolazi do slučajeva gdje za razliku od slučaja vakuum-dielektrik. Elektromagnetski val prelazi is sredstva većeg indeksa refrakcije u sredstvo koje ima manji indeks refrakcije.

#### 5.3.1. Okomita polarizacija

Za sredstvo 1 kojim se val kreće odabran je slučaj mramora jer ima najveći indeks refrakcije on sredstava iz tablice Tab.5.2. iz razloga kako bi u svakom od slučajeva bio prijelaz iz sredstva većeg indeksa refrakcije u manji.

*Tab. 5.3. Prijelaz sredstava mramor-dielektrik u ovisnosti o kutu upada pri okomitoj polarizaciji*

Naziv sredstva	$\epsilon_r$	$\mu_r$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
porculan	5,7	1	0,009	0,012	0,018	0,035	0,113	1	1	1	1
staklo	5,5	1	0,011	0,014	0,021	0,043	0,153	1	1	1	1
pleksiglas	3,4	1	0,053	0,073	0,0137	1	1	1	1	1	1
papir	2,3	1	0,11	0,165	0,479	1	1	1	1	1	1



*Sl. 5.5. Graf prijelaza sredstava mramor-dielektrik u ovisnosti o kutu upada pri okomitoj polarizaciji*

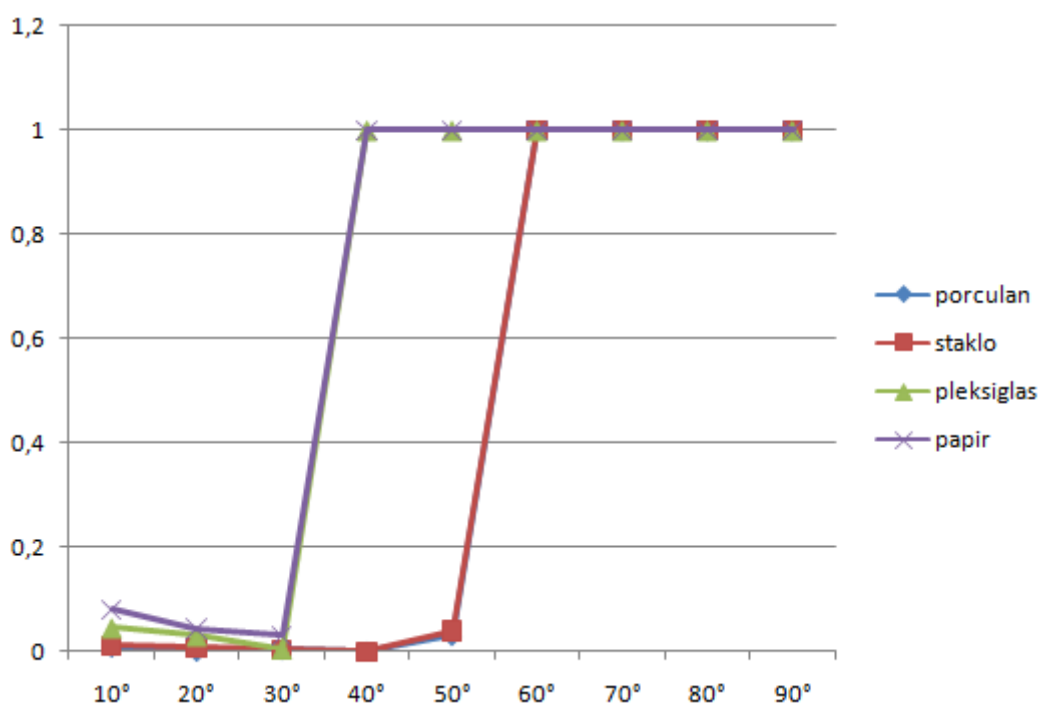
Pri prijelazu dielektrik-dielektrik kada val putuje iz sredstva većeg indeksa refrakcije u sredstvo manjeg indeksa refrakcije. Po tablici Tab. 5.3. vidi se kako za male vrijednosti kuta upada koeficijent refleksije je također mali. No kako se povećava kut upada dogoditi će se nagli skok u vrijednosti koeficijenta refleksije. Graf Sl. 5.4. pokazuje taj nagli skok. Ovisno o omjeru indeksa refleksije dvaju materijala na prijelazu sredstava skok će se dogoditi na manjoj ili većoj vrijednosti upadnog kuta. Za usporedbu papir je dobio nagli skok u vrijednosti koeficijenta refleksije kada je kut upada imao vrijednost oko 35°. Porculan je zbog toga što ima veći indeks refrakcije dobio taj skok kasnije, na većim vrijednostima kuta upada, konkretno kada je kut upada bio 60°

### 5.3.2. Paralelna polarizacija

Ponovo će se koristiti mramor kao sredstvo iz kojeg val ulazi u druga sredstva. No ovaj put je val paralelno polariziran.

**Tab. 5.4.** Prijelaz sredstava mramor-dielektrik u ovisnosti o kutu upada pri paralelnoj polarizaciji

Naziv sredstva	$\epsilon_r$	$\mu_r$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
porculan	5,7	1	0,008	0,006	0,003	0	0,03	1	1	1	1
staklo	5,5	1	0,01	0,007	0,003	0	0,04	1	1	1	1
pleksiglas	3,4	1	0,044	0,029	0,0034	1	1	1	1	1	1
papir	2,3	1	0,08	0,044	0,031	1	1	1	1	1	1



**Sl. 5.6.** Graf prijelaza sredstava mramor-dielektrik u ovisnosti o kutu upada pri okomitoj polarizaciji

Kod paralelne polarizacije slučaj je sličan kao i kod okomite. Na malim vrijednostima kuta upada koeficijent refleksije je mali. Zatim dolazi do naglog skoka te koeficijent refleksije iznosi 1. Ovisno o indeksu refrakcije taj skok će biti na manjoj ili većoj vrijednosti upadnog kuta.

## 5.4. Elektromagnetski val na prijelazu sredstava vakuum-metal

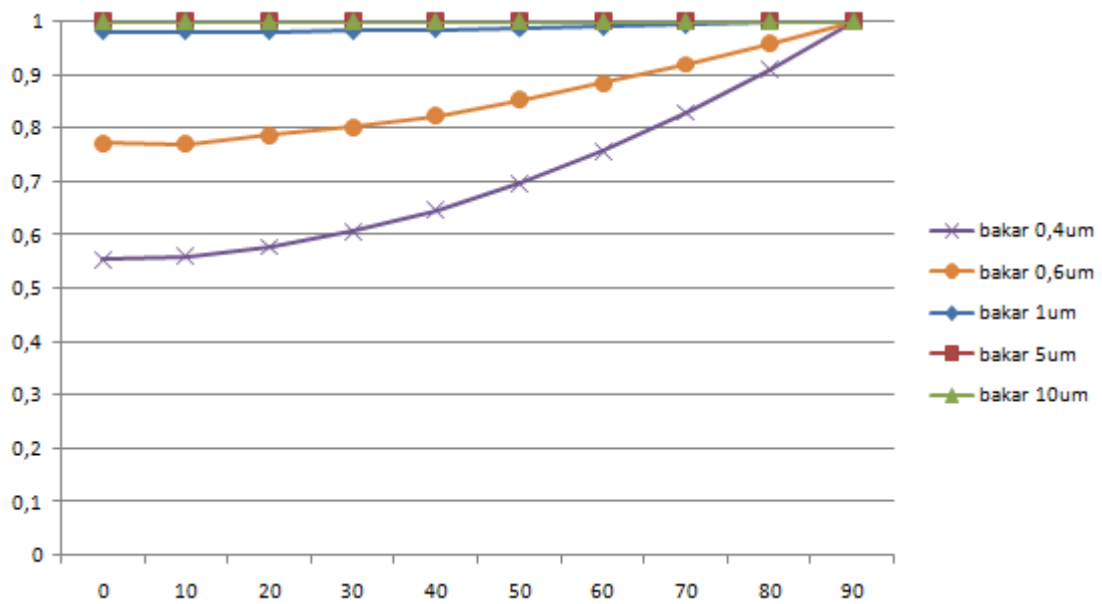
### 5.4.1. Ovisnost koeficijenta refleksije o valnoj duljini

Kao što je prethodno navedeno koeficijent refrakcije uvelike ovisi o valnoj duljini, a samim time i o frekvenciji vala. Kako bi se prikazala ta ovisnost tablice Tab. 5.5 i Tab 5.6. prikazuju vrijednosti koeficijenta refleksije bakra u ovisnosti o valnoj duljini.

**Tab. 5.5.** Koeficijent refleksije bakra prilikom okomite polarizacije, za različite vrijednosti valne duljine, za različite kutove upada

	0,4 $\mu$ m	0,6 $\mu$ m	1 $\mu$ m	5 $\mu$ m	10 $\mu$ m
10°	0,559796	0,769469	0,980361	0,998917	0,999635
20°	0,57773	0,786423	0,981251	0,998936	0,999652
30°	0,606066	0,801484	0,982713	0,999048	0,999685
40°	0,646805	0,823792	0,984693	0,999133	0,999721
50°	0,696974	0,852718	0,987137	0,999272	0,999762
60°	0,757484	0,884601	0,989983	0,99945	0,999818
70°	0,829207	0,919571	0,993137	0,999624	0,999875
80°	0,909411	0,958687	1	0,999809	0,999936
90°	1	1	1	1	1

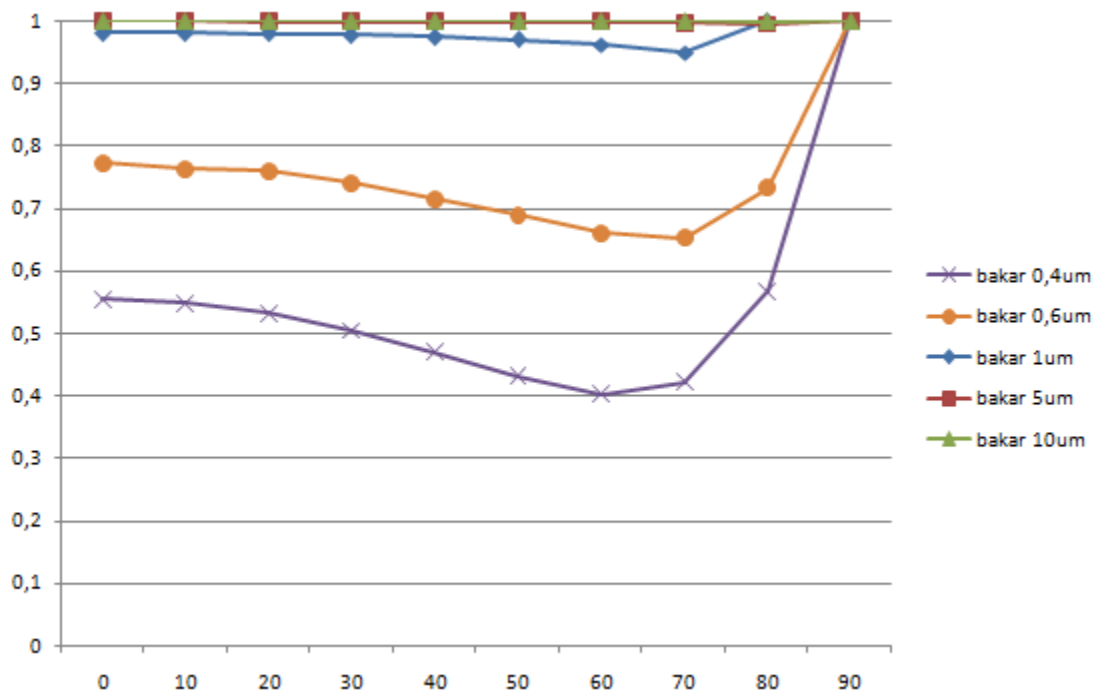




*Sl. 5.7. Graf koeficijenta refleksije bakra prilikom okomite polarizacije, za različite vrijednosti valne duljine, za različite kutove upada*

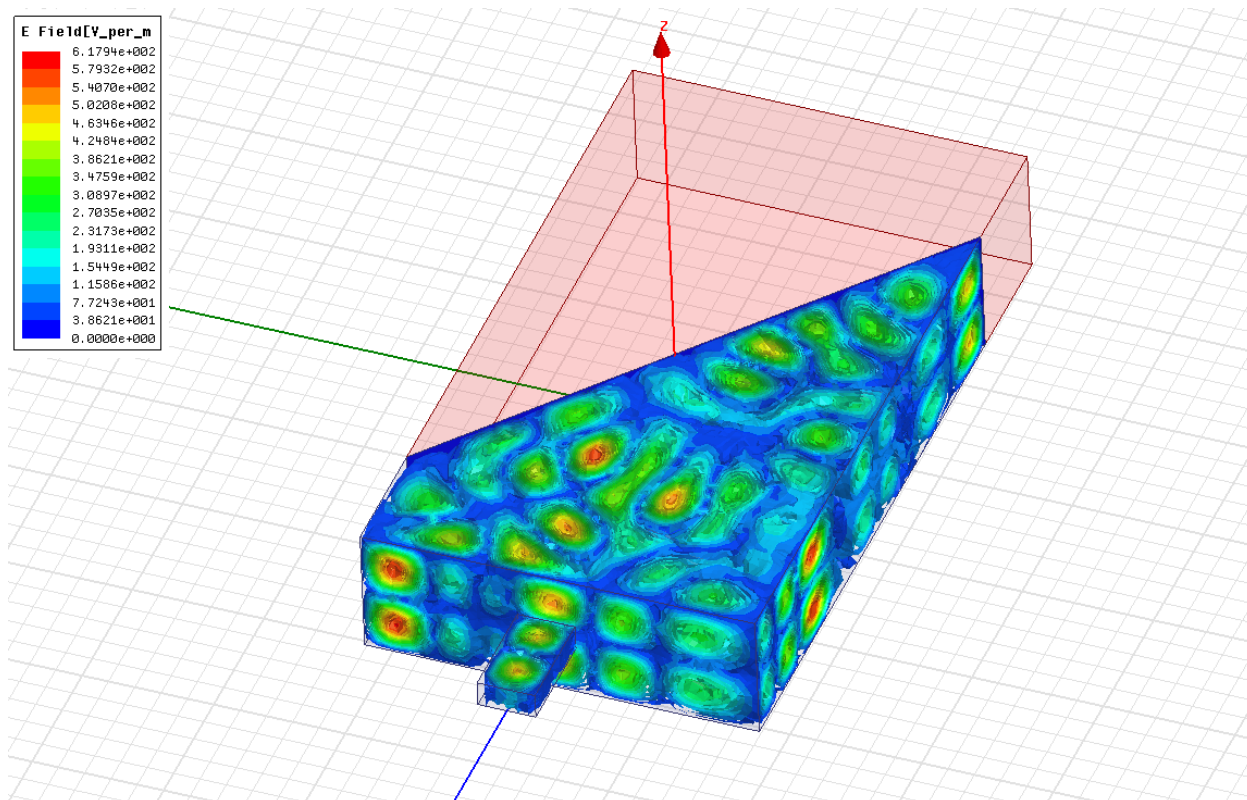
*Tab. 5.6. Koeficijent refleksije bakra prilikom paralelne polarizacije, za različite vrijednosti valne duljine, za različite kutove upada*

	0,4μm	0,6μm	1μm	5μm	10μm
10°	0,548141	0,762372	0,979743	0,998883	0,999623
20°	0,531511	0,758849	0,978746	0,998795	0,999605
30°	0,503571	0,739549	0,976935	0,99873	0,99958
40°	0,468927	0,714792	0,97397	0,998522	0,999525
50°	0,43095	0,68804	0,96935	0,998242	0,999424
60°	0,402761	0,659784	0,961808	0,997807	0,999273
70°	0,421754	0,651668	0,949096	0,996802	0,998936
80°	0,566308	0,732822	1	0,993863	0,997922
90°	1	1	1	1	1



*Sl. 5.8. Graf koeficijenta refleksije bakra prilikom paralelne polarizacije, za različite vrijednosti valne duljine, za različite kutove upada*

Kao što se vidi iz grafa smanjenjem valne smanjuje se i koeficijent refleksije elektromagnetnog vala. Na valnoj duljini 10 μm koeficijent refleksije je imao vrijednost gotovo 100% refleksije, dok za usporedbu isto sredstvo pri valnoj duljini 0,4μm imalo vrijednosti koeficijenta refleksije oko 50% za većinukutova upada. To govori kako na manjim frekvencijama koeficijent refleksije je veći, te da se povećanjem frekvencije smanjuje. Odnosno apsorpcija vala unutar metala je veća.



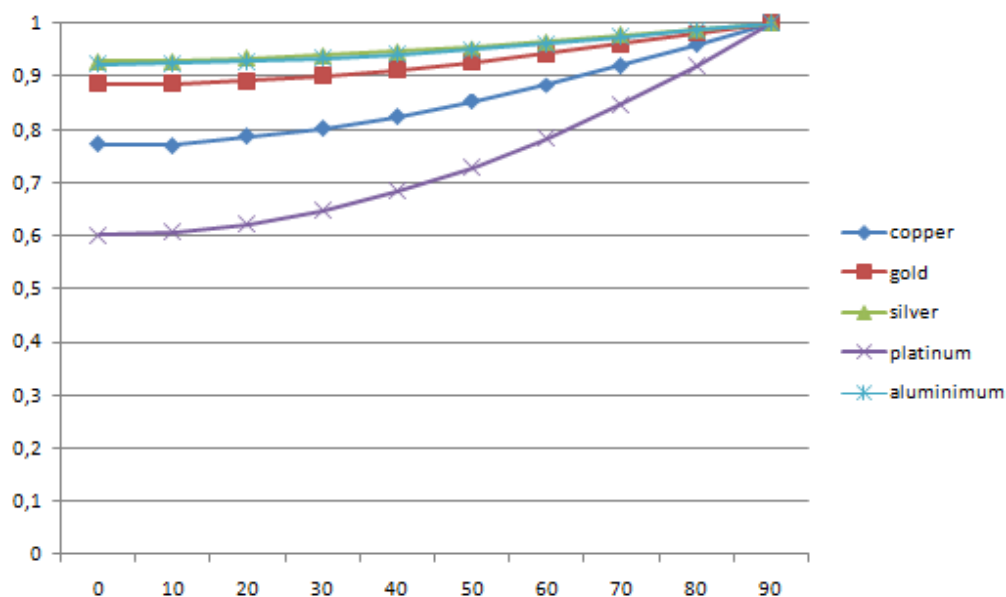
*Sl.5.9. Prijelaz dielektrik-bakar. Elektromagnetski val ne nastavlja kretanje u potpunosti kroz bakar, već samo do male dubine*

## 5.4.2. Ovisnost koeficijenta refleksije o sredstvu

Ovisnost koeficijenta refleksije o karakteristikama sredstva. U tablici Tab.5.7. se nalaze nekolicina metala različitih karakteristika, te njihov indeks refrakcije za područje valne duljine 589nm.

*Tab. 5.7. Koeficijent refleksije metala prilikom okomite polarizacije za različite kutove upada*

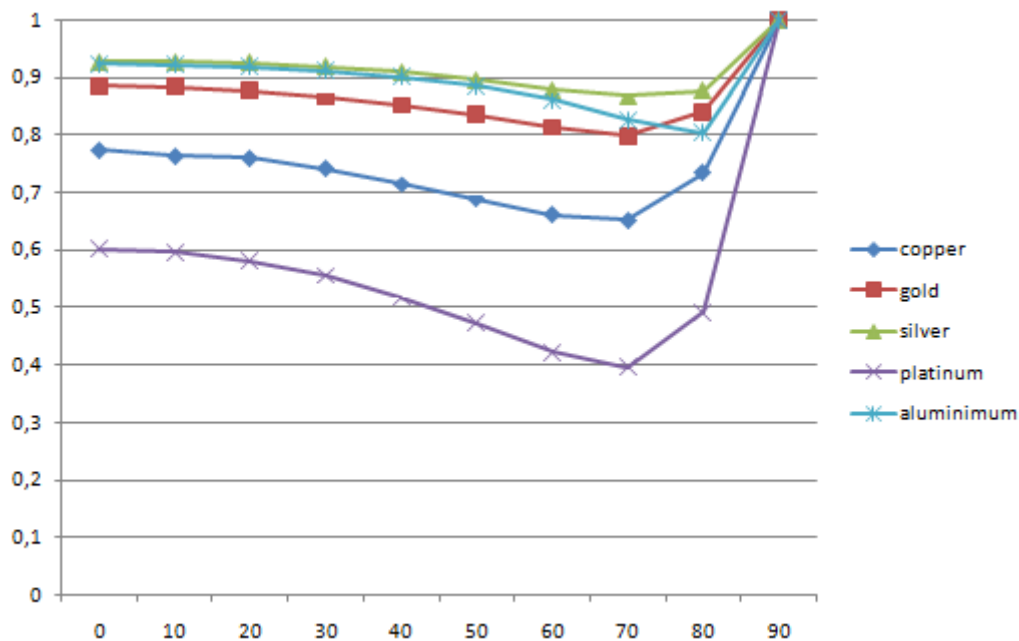
	Bakar	Zlato	Srebro	Platina	Aluminij
n	0,62+2,57i	0,27+2,95i	0,2+3,44i	2,63+3,54i	1,44+5,23i
10°	0,769469	0,88636	0,927939	0,606075	0,923409
20°	0,786423	0,891304	0,93392	0,62151	0,927363
30°	0,801484	0,899395	0,938947	0,646879	0,932881
40°	0,823792	0,910465	0,945834	0,682727	0,940393
50°	0,852718	0,926328	0,954321	0,727465	0,950143
60°	0,884601	0,942219	0,964289	0,782272	0,96101
70°	0,919571	0,960102	0,97656	0,846419	0,973162
80°	0,958687	0,980093	0,987427	0,918893	0,986257
90°	1	1	1	1	1



*Sl. 5.10. Graf koeficijenta refleksije metala prilikom okomite polarizacije za različite kutove upada*

*Tab. 5.8. Koeficijent refleksije metala prilikom paralelne polarizacije za različite kutove upada*

	Bakar	Zlato	Srebro	Platina	Aluminij
n	0,62+2,57i	0,27+2,95i	0,2+3,44i	2,63+3,54i	1,44+5,23i
10°	0,762372	0,882683	0,92561	0,59584	0,92104
20°	0,758849	0,876543	0,924902	0,580506	0,917846
30°	0,739549	0,865973	0,918402	0,554375	0,911007
40°	0,714792	0,850468	0,908583	0,517806	0,900085
50°	0,68804	0,834747	0,894966	0,471134	0,884661
60°	0,659784	0,81227	0,8774	0,421224	0,860022
70°	0,651668	0,798132	0,86705	0,394684	0,824653
80°	0,732822	0,839631	0,876561	0,490231	0,802386
90°	1	1	1	1	1



*Sl.5.11. Graf koeficijenta refleksije metala prilikom paralelne polarizacije za različite kutove upada*

Kod okomite polarizacije koeficijent refleksije je najmanji za manje kutove. Kako se kut upada povećava, i približava  $90^\circ$ , vrijednost koeficijenta refleksije približava se vrijednosti 1. Sve dok ne dostigne vrijednost 1 u  $90^\circ$ .

Kod paralelne polarizacije vrijednosti koeficijenta refrakcije se mijenjaju vrijednosti kao i kod slučaja dielektrik-dielektrik. Na manjim vrijednostima kuta upada koeficijent refleksije ima neku vrijednost, koja kako se kut upada povećava, koeficijent refleksije se smanjuje. No za razliku od slučaja dielektrik-dielektrik ovdje nema Brewsterovog kuta jer vrijednost koeficijenta refleksije niti u jednom trenutku ne doseže 0. Već se samo smanjuje do svog nekog minimuma, i nakon toga počinje naglo rasti te u  $90^\circ$  doseže vrijednost 1.

### 5.4.3. Dubina prodiranja elektromagnetskog vala u sredstvo

U metalima elektromagnetski val ne transmitirana se u potpunosti kao kod slučaja dielektrik-dielektrik. Zbog toga što unutar metala val prodire samo do određene dubine. Formula (3-29) nam govori dubinu na kojoj je električno polje vala unutar metala dosegulo 37% od vrijednosti koju je na površini metala. Dubina prodiranja ovisi o vodljivosti sredstva te o frekvenciji vala. Tablica Tab 5.9.prikazuje dubine prodiranja pojedinih materijala za slučajeve nekoliko frekvencija.

**Tab. 5.9.** Dubina prodiranja elektromagnetskog vala u raznim sredstvima

Naziv	Frekvencija	$1 \cdot 10^4$ Hz	$1 \cdot 10^7$ Hz	$1 \cdot 10^{10}$ Hz	$1 \cdot 10^{14}$ Hz
	Vodljivost				
Bakar	$58 \cdot 10^6$ S/m	$6,61 \cdot 10^{-11}$ m	$2,09 \cdot 10^{-12}$ m	$6,61 \cdot 10^{-14}$ m	$6,61 \cdot 10^{-16}$ m
Zlato	$41 \cdot 10^6$ S/m	$7,86 \cdot 10^{-11}$ m	$2,49 \cdot 10^{-12}$ m	$7,86 \cdot 10^{-14}$ m	$7,86 \cdot 10^{-16}$ m
Sebro	$61 \cdot 10^6$ S/m	$6,44 \cdot 10^{-11}$ m	$2,04 \cdot 10^{-12}$ m	$6,44 \cdot 10^{-14}$ m	$6,44 \cdot 10^{-16}$ m
platina	$93 \cdot 10^5$ S/m	$1,65 \cdot 10^{-10}$ m	$5,22 \cdot 10^{-12}$ m	$1,65 \cdot 10^{-13}$ m	$1,65 \cdot 10^{-15}$ m

Kao što se vidi iz rezultata tablice elektromagnetski val ne prodire u sredstva duboko. Većinom su to vrijednosti  $10^{-10}$  m što je izuzetno mali broj.

## 6. ZAKLJUČAK

U radu je bilo potrebno analizirati rubne uvjete na granici dvaju sredstava prilikom prolaska elektromagnetskog vala kroz razna sredstva. Iz Maxwellovih jednadžba izvedeno je 4 rubna uvjeta za slučaj prijelaza elektromagnetskog vala iz dielektrika u dielektrik, te iz dielektrika u metal. Iz navedenih rubnih uvjeta dalje se dobivaju Fresnelove jednadžbe. Kojima se računa koeficijent refleksije i transmisije elektromagnetskog vala. Uz pomoć izvedenih formula, te HFSS računalno programa, simulirani su slučajevi prijelaza sredstava dielektrik-dielektrik, te dielektrik-metal. Za nekolicinu slučajeva raznih sredstava dobiveni su koeficijenti refleksije i transmisije te grafovi rezultata, kako bi se što bolje vidjela ovisnost koeficijenta refleksije o svojstvima sredstava kojima val propagira.

Iz dobivenih rezultata zaključuje se kako na prijelazu sredstava dielektrik-dielektrik dolazi do refleksije i transmisije vala. Gdje koeficijenti refleksije i transmisije ovise o indeksu refrakcije sredstva, odnosno dielektričnoj konstanti sredstva. Isto tako koeficijent refleksije i transmisije ovisi i o kutu upada elektromagnetskog vala na prijelaz sredstava. Kako kut upada raste i približava se  $90^\circ$  raste i koeficijent refleksije, sve do koeficijent refleksije ne dosegne vrijednost 1 u 90%. Kod slučaja prijelaza dielektrik metal također dolazi do refleksije i transmisije elektromagnetskog vala. No za razliku od dielektrika, u metalima se elektromagnetski val nemože kretati nesmetano zbog brojnih nosioca naboja unutar metala. Unutar metala električno polje se guši eksponencijalno kako prodire dublje i dublje u metal. Jednadžbom za dubinu prodiranja zaključuje se kako metali koji su bolji vodiči imaju manje dubine prodiranja nego vodiči slabijih vodljivosti. Dubina prodiranja također ovisi i o frekvenciji elektromagnetskog vala koji dolazi na prijelaz sredstava dielektrik-metal. Ukoliko je frekvencija veća dubina prodiranja je manja.

Za daljnje obrađivanje teme mogu se obraditi još slučajevi gdje se koriste više prijelaza iz sredstvo u sredstvo te prilikom promjene debljine sredstava kako to utječe na rubne uvjete.



## LITERATURA

- [1] J. D. Kraus, K. R. Carver, „*Electromagnetics*“, McGraw-HillKogakusha, 1978.
- [2] J. D. Kraus, „*Antennas*“, TheMcGraw-Hill Companies, Inc., New York, 1997.
- [3][http://catalog.flatworldknowledge.com/bookhub/4309?e=averill\\_1.0-ch06\\_s01](http://catalog.flatworldknowledge.com/bookhub/4309?e=averill_1.0-ch06_s01)  
(15.7.2016. 13:46)
- [4][https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/30/EM\\_spectrumrevised.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/30/EM_spectrumrevised.png)  
(15.7.2016. 15:21)
- [5][http://web.ift.uib.no/AMOS/PHYS261/2011\\_10\\_13/2a-s-polarized-derivation.png](http://web.ift.uib.no/AMOS/PHYS261/2011_10_13/2a-s-polarized-derivation.png)  
(16.7.2016. 11:40)
- [6] MathieuHébert, „Reflectionandtransmissionoflightby a flat interface, Fresnel’s formulae“,2013
- [7] <http://www.zemris.fer.hr/predmeti/irg/Zavrsni/08Sajko/images/image004.jpg>
- [8]<http://fas.org/man/dod-101/navy/docs/es310/propagat/Propagat.htm> (16.7.2016 12:05)
- [9]<http://www.ansys.com/Products/Electronics/ANSYS-HFSS> (16.7.2016. 13:12)
- [10] S. Berberović, „Teorijska elektrotehnika“, Graphis, Zagreb 1998.
- [11] „*Tehnička enciklopedija*“, Jugoslavenski leksikografski zavod, Zagreb, 1973.
- [12] J. A. Edminister „*Schaumsoutlineoftheoryandproblemsofelectromagnetics*“, McGraw-Hill 1995.

# **ANALIZA RUBNIH UVIJETA UPOTREBOM HFSS RAČUNALNO PROGRAMA**

## **SAŽETAK**

Završni rad pod nazivom Analiza rubnih uvjeta upotrebom HFSS računalnog programa podijeljena je u četiri glavna dijela. Prvi dio je uvod te govori čime se bavi završni rad te koji ciljevi trebaju biti izvršeni. Drugi dio ukratko govori o elektromagnetskom valu te njegova svojstva. Treći dio se bavi kosim upadnom vala na prijelaz iz sredstva u sredstvo. Objašnjava rubne uvjete i Fresnelove jednadžbeelektromagnetnog vala. Četvrta cjelina ukratko govori o reflektiranom, transmitiranom i Brewsterovom kutu. Peta cjelina objašnjava za što se koristi HFSS računalni program te provode se simulacije i ispisuju rezultati i grafovi za razne slučajeve prijelaza iz sredstva u sredstvo.

Ključne riječi: Elektromagnetizam, Elektromagnetni val, Refleksija, Transmisija, Kosi upad vala, Okomita i paralelna polarizacija, Simulacija u HFSS-u

## **BOUNDARY CONDITION ANALYSIS WITH THE USE OF HFSS COMPUTER PROGRAM**

## **SUMMARY**

Bachelor thesis by the name Analysis of boundary conditions with the help of HFSS computer program is divided into four chapters. The first chapter tells what the main point of the final thesis is and what goals should be meet. The second part explains shortly the electromagnetic wave and his properties. The third part explains oblique incidence at the boundary between mediums, it explains boundary conditions and Fresnel equations. The fourth part talks about the angle of reflection and transmission and the Brewster angle. The fifth part introduces HFSS, the computer program used for all the simulations. Simulations are then being done on boundary between different media and made a table and graph with the results.

Key words: Electromagnetism, Electromagnetic wave, reflection, transmission, oblique incidence of the wave, vertical and horizontal polarization, Simulations in HFSS.

## **ŽIVOTOPIS**

Krunoslav Krajcar je rođen 22. 1. 1994. u Bjelovaru. Pohađao Tehničku školu Bjelovar te završio s odličnim uspjehom i sudjelovao u matematičkim te elektrotehničkim natjecanjima. Nakon srednje škole upisao Elektrotehnički fakultet u Osijeku te odabrao smjer Komunikacije i informatika. Izvrsno se služi engleskim jezikom, te vrlo dobro njemačkim.