

Matematički modeli dalekovoda korišteni pri različitim proračunima u elektroenergetskom sustavu

Jankić, Srđan

Undergraduate thesis / Završni rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:200:346811>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-09**

Repository / Repozitorij:

[Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA**

Sveučilišni studij

**MATEMATIČKI MODELI DALEKOVODA KORIŠTENI
PRI RAZLIČITIM PRORAČUNIMA U
ELEKTROENERGETSKOM SUSTAVU**

Završni rad

Srđan Jankić

Osijek, 2016.

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
1.1. Zadatak završnog rada.....	1
2. MODELI DALEKOVODA KORIŠTENI ZA PRORAČUNE SA KONSTANTNOM FREKVENCIJOM.....	2
2.1. Model dugog voda.....	2
2.2. Srednje dugi vod.....	12
3. FREKVENCIJSKI OVISNI MODELI DALEKOVODA.....	15
4. PRIMJERI PRORAČUNA POMOĆU MODELA SA KONSTANTNOM FREKVENCIJOM.....	24
4.1. Prijenos prirodne snage (SIL).....	24
4.2. Opći prijenos snage preko prijenosnog voda.....	28
4.3. Ograničenje prijenosa snage.....	31
4.4. Praktični primjer proračuna.....	35
5. PRIMJER PRORAČUNA FREKVENCIJSKI OVISNOG MODELA.....	38
6. ZAKLJUČAK.....	45
LITERATURA.....	46
SAŽETAK.....	48
ABSTRACT.....	49
ŽIVOTOPIS.....	50
PRILOG.....	51

1. UVOD

U ovom završnom radu obrađeni su matematički modeli dalekovoda koji se koriste za proračune u elektroenergetskom sustavu. Pomoću danih modela mi računamo određene parametre (snaga, struja, napon) vodova pri normalnim pogonskim uvjetima. Prijenosni vodovi su fizički uređaji (dalekovodi ili kabeli) pomoću kojih prenosimo električnu energiju na različite udaljenosti. Za potrebe različitih proračuna prijenosne vodove možemo modelirati različitim modelima, to su modeli sa koncentriranim parametrima, raspodijeljenim parametrima te modeli za proračune sa konstantnom frekvencijom i modeli za frekvencijski ovisne proračune. Napon priključka predstavlja napon od jedne faze do nule a trofazni sustav nadomještamo kao jednofazni. Teorija vodova se predstavlja i izražava za napon i struju dobivenu duž cijelog modela voda pri čemu definiramo konstantu prodiranja i karakterističnu impedanciju. Električna snaga se prenosi kroz vod, otprilike brzinom svjetlosti. Osnovna shema voda predstavlja π -shema. U poglavlju 2. prikazani su modeli dalekovoda korišteni pri proračunu sa konstantnom frekvencijom, definirani su parametri voda te smo se upoznali sa prijenosnim jednadžbama i općim konstantama prijenosa. U 3. poglavlju pomoću Bergeronovih metoda računamo prijelazne pojave za frekvencijski ovisne modele dalekovoda. U 4. poglavlju su prikazane funkcije osmišljene u programskom alatu MATLAB dok se u 5. poglavlju susrećemo sa programskim alatom ATP-EMTP. Navedeni programski alati nam omogućavaju izračun parametara i učinkovitosti voda kada je on opterećen i ne opterećen. U prilogu se nalaze naredbe koje upisujemo u programski alat.

1.1. Zadatak završnog rada

U radu je potrebno obraditi različite matematičke modele dalekovoda koji se koriste za proračune u EES-u. Postojeće modele, potrebno je podijeliti u skupine prema slijedećim kriterijima: modeli sa koncentriranim parametrima i modeli sa raspodijeljenim parametrima te modeli za proračune sa konstantnom frekvencijom i modeli za frekvencijski ovisne proračune. Koristeći se programskim alatima MATLAB i ATP-EMTP na praktičnim primjerima prikazati upotrebu navedenih modela.

2. MODELI DALEKOVODA KORIŠTENI ZA PRORAČUNE SA KONSTANTNOM FREKVENCIJOM

2.1. Model dugog voda

Karakteristične veličine voda su parametri pomoću kojih se definiraju električne prilike na vodu u svim pogonskim slučajevima. Parametri voda navode se po jedinici dužine voda, u praksi po kilometri i po jednoj fazi. Ako nije drugačije naglašeno, radi se o parametrima za direktni sustav komponenata [1].

Jedinični parametri voda (topli) :

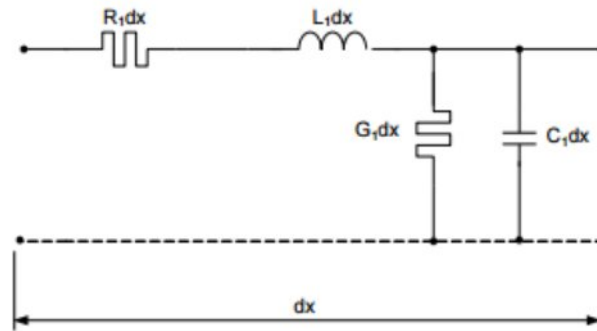
Jedinični djelatni otpor R_1 [Ω /km]

Jedinični induktivitet L_1 [H/km]

Jedinični kapacitet C_1 [F/km]

Jedinični odvod G_1 [S/km]

Vod u kojemu su ova četiri parametra različita od nule, nazivamo realnim vodom. Sva četiri parametra su raspoređena duž voda, tj. po volji maleni dio voda sadrži sva četiri parametra. Položaj pojedinih parametara možemo pokazati na infinitezimalnom dijelu jedne faze simetričnog trofaznog voda (Sl.2.1.). Djelatni otpor i induktivitet nazivaju se uzdužnim, a odvod i kapacitet poprečnim parametrima. Prilikom prolaska struje kroz otpor i odvod pojavljuju se toplinski gubici, stoga parametre dijelimo na „tople“ i „hladne“. U računu „hladni“ parametri se javljaju ovisno o frekvenciji [1].



Sl.2.1. Parametri voda na dužini dx [1]

Jedinični parametri voda (hladni):

Jedinična induktivna reaktancija $X_1 = \omega L_1$ [Ω/km]

jedinična kapacitivna susceptancija $B_1 = \omega C_1$ [S/km]

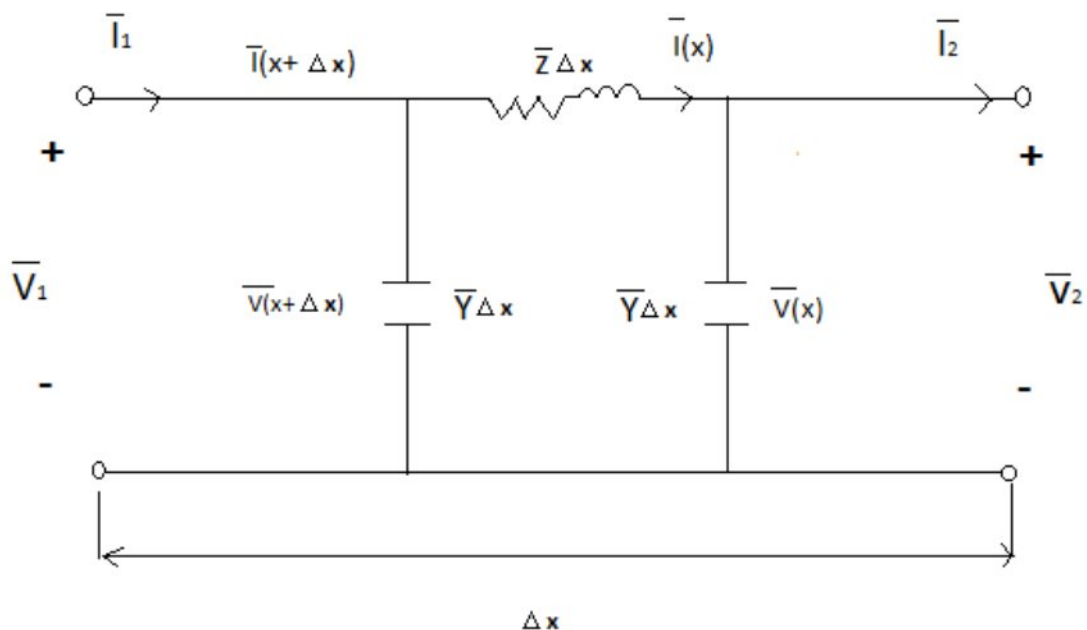
Jedinična uzdužna impedancija

$$\begin{aligned}\bar{Z}_1 &= R_1 + jX_1 & (2-1) \\ &= (R_1 + j\omega L_1)l \text{ } [\Omega/\text{km}]\end{aligned}$$

Jedinična poprečna admitancija

$$\begin{aligned}\bar{Y}_1 &= (G_1 + jB_1)l & (2-2) \\ &= (G_1 + j\omega C_1)l \text{ } [\text{S}/\text{km}]\end{aligned}$$

U prijenosnim jednadžbama nalaze se i izvedene karakteristične veličine a to su konstanta prodiranja i karakteristična impedancija. Za vodove duže od 250km (u Hrvatskoj, duže od 200 km zbog frekvencije koja iznosi 50 Hz) postoje izrazi za napon i struju na bilo kojoj točki duž voda. Temeljem tih jednadžbi dobiven je i odgovarajući π model za dugi vod.



Sl.2.2. Model dugog voda [2, str.152]

KZN: (2-3)

$$\bar{V}(x + \Delta x) = \bar{V}(x) + \bar{Z}\Delta x \bar{I}(x)$$

Kada Δx teži u 0 imamo :

$$\frac{d\bar{V}(x)}{dx} = \bar{Z}\bar{I}(x) \quad (2-4)$$

KZS:

$$\bar{I}(x + \Delta x) = \bar{I}(x) + \bar{Y}\Delta x \bar{V}(x + \Delta x) \quad (2-5)$$

Također kada Δx teži u 0 imamo :

$$\frac{d\bar{I}(x)}{dx} = \bar{Y}\bar{V}(x) \quad (2-6)$$

Diferenciranjem i supstitucijom dobivamo :

$$\frac{d^2\bar{V}(x)}{dx^2} = \bar{Z}\frac{d\bar{I}(x)}{dx} = \bar{Z}\bar{Y}\bar{V}(x) \quad (2-7)$$

Uvrštavanjem $\gamma = \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}$, rezultira diferencijalnom jednačbom :

$$\frac{d^2\bar{V}(x)}{dx^2} - \gamma^2\bar{V}(x) = 0 \quad (2-8)$$

Rješenje diferencijalne jednačbe ima oblik :

$$\bar{V}(x) = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (2-9)$$

Γ predstavlja konstantu prodiranja odnosno kompleksan broj koji je dan sljedećim izrazom :

$$\bar{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)}$$

Realni dio α je konstanta prigušenja dok imaginarna komponenta β predstavlja faznu konstantu, β se izražava u radijanima po jedinici dužine. Rješavanjem diferencijalne za struju dobije se rješenje oblika :

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{\bar{Z}} \frac{d\bar{V}(x)}{dx} = \frac{\bar{\gamma}}{\bar{Z}} (A_1 e^{\gamma x} - A_2 e^{-\gamma x}) \quad (2-11)$$

$$\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{\bar{Z}}} (A_1 e^{\gamma x} - A_2 e^{-\gamma x}) \quad (2-12)$$

Ili

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_C} (A_1 e^{\gamma x} - A_2 e^{-\gamma x}) \quad (2-13)$$

Gdje \bar{Z}_C je poznatija kao karakteristična impedancija dana izrazom

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} \quad (2-14)$$

Konstante \bar{A}_1 i \bar{A}_2 određujemo tako da kada je $x=0$, $V(x)=V_2$ i $I(x)=I_2$ pomoću čega se dolazi do sljedećih izraza:

$$\bar{A}_1 = \frac{\bar{V}_2 + \bar{Z}_C \bar{I}_2}{2} \quad (2-15)$$

$$\bar{A}_2 = \frac{\bar{V}_2 - \bar{Z}_C \bar{I}_2}{2} \quad (2-16)$$

supstitucijom dobijaju se opći izrazi za napon i struju duž dugog prijenosnog voda:

$$\bar{V}(x) = \frac{\bar{V}_2 + \bar{Z}_C \bar{I}_2}{2} e^{\gamma x} + \frac{\bar{V}_2 - \bar{Z}_C \bar{I}_2}{2} e^{-\gamma x} \quad (2-17)$$

$$\bar{I}(x) = \frac{\bar{V}_2 + \bar{I}_2 \bar{Z}_c}{2} e^{\gamma x} + \frac{\bar{V}_2 - \bar{I}_2 \bar{Z}_c}{2} e^{-\gamma x} \quad (2-18)$$

Sređivanjem ovih jednažbi dobijaju se sljedeći oblici :

$$\bar{V}(x) = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \bar{V}_2 + \bar{Z}_c \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \bar{I}_2 \quad (2-19)$$

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_c} \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \bar{V}_2 + \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \bar{I}_2 \quad (2-20)$$

Jednažbe se mogu zapisati pomoću hiperbolnih funkcija sinh i cosh.

$$\bar{V}(x) = \cosh \gamma x \bar{V}_2 + \bar{Z}_c \sinh \gamma x \bar{I}_2 \quad (2-21)$$

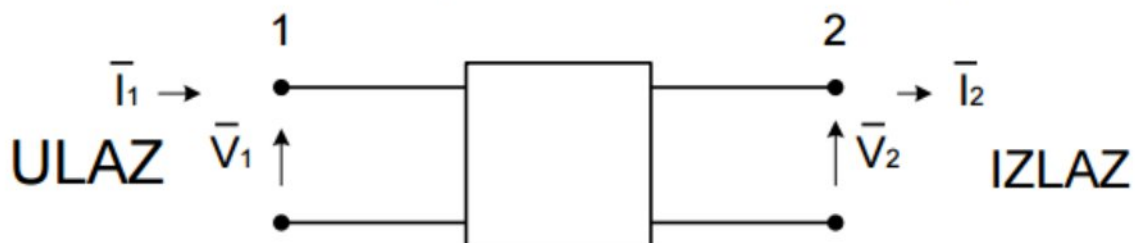
$$\bar{I}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \gamma x \bar{V}_2 + \cosh \gamma x \bar{I}_2 \quad (2-22)$$

Odnosno kada je $x=l$ $V(l), I(l)=I_1$

$$\bar{V}_1 = \cosh \gamma l \bar{V}_2 + \bar{Z}_c \sinh \gamma l \bar{I}_2 \quad (2-23)$$

$$\bar{I}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \gamma l \bar{V}_2 + \cosh \gamma l \bar{I}_2 [1, \text{str.155}] \quad (2-24)$$

Vod sa određenom duljinom i parametrima možemo prikazati nadomjesnim dvoprilazom. Dvoprilaz je element mreže s dva prilaza, ulazom i izlazom. Možemo ga predstaviti kao „crnu kutiju“ u kojoj ne mora biti poznati unutrašnji spoj. Na slici 2.3. prikazan je primjer dvoprilaza.



Sl. 2.3. Shematski prikaz dvoprilaza [3]

Matematička veza između veličina na ulazu (struja i napona) i veličina na izlazu (struja i napona) dana je prijenosnim jednadžbama koje se mogu zapisati u matričnom obliku:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

\bar{A} , \bar{B} , \bar{C} i \bar{D} se nazivaju općim konstantama prijenosa, a matrica $[\bar{L}]$ lančana matrica. Lančanu matricu možemo dobiti pokusima kratkog spoja i praznog hoda [3].



Sl. 2.4. Pokusi za određivanje matrice $[\bar{L}]$ [3]

Pokus a) daje :

$$\bar{V}_1 = \bar{A}\bar{V}_2 \rightarrow \bar{A} = \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} \quad (2-27)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C}\bar{V}_2 \rightarrow \bar{C} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_2} \quad (2-28)$$

Pokus b) daje :

$$\bar{V}_1 = \bar{B}\bar{I}_2 \rightarrow \bar{B} = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_2} \quad (2-29)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{D}\bar{I}_2 \rightarrow \bar{D} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} \quad (2-30)$$

Zbog pokusa kratkog spoja i praznog hoda ne moramo poznavati unutrašnji spoj!

Ukoliko se raspiše jednačba (2-25) dobiva se sljedeća jednačba:

$$\bar{V}_1 = \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 \quad (2-31)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2 \quad (2-32)$$

Usporedbom izraza (2-31) i (2-32) sa izrazima (2-23) i (2-24) mogu se izvesti konstante \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} za dugački vod.

$$\bar{A} = \cosh \gamma l \quad (2-33)$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_c \sinh \gamma l \quad (2-34)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \gamma l \quad (2-35)$$

$$\bar{D} = \cosh \gamma l \quad (2-36)$$

Pomoću funkcija :

`[Z,Y,ABCD]=rlc2abcd{r,L,C,g,f,Length}`

`[Z,Y,ABCD]=zy2abcd{z,y,Length}`

se mogu odrediti parametre prijenosne matrice.

Primjer 1.

500 Kv trofazni prijenosni vod duljine 250 km. Serijske impedancije $\bar{Z} = 0.045 + j0.4 \Omega$ i admitancije $\bar{Y} = j4 \cdot 10^{-6}$ S/km. Odredite odgovarajuću π -shemu i prijenosnu matricu [1, str.155].

Rješenje ovog zadatka rezultira sljedećim rješenjem, „kod“ kojeg se upisuje u program MATLAB se nalazi u Prilogu (P.2.1.)

$$ABCD = \begin{bmatrix} 0.09504 + 0.0055i & 10.8778 + 98.3624i \\ -0.0000 + 0.0010i & 0.09504 + 0.0055i \end{bmatrix}$$

Iz jednadžbe za efektivnu vrijednost napona:

$$\bar{V}(x) = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (2-37)$$

Supstitucijom $\alpha + j\beta$ za γ dobija se fazor napona sljedećeg oblika:

$$\bar{V}(x) = A_1 e^{\alpha x} e^{j\beta x} + A_2 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \quad (2-38)$$

Transformacijom iz fazorske u vremensku domenu, napon kao funkcija t i x postaje:

$$v(t, x) = \sqrt{2} \Re A_1 e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)} + \sqrt{2} \Re A_2 e^{-\alpha x} e^{-j(\omega t - \beta x)} \quad (2-39)$$

Povećanjem x , član $e^{\alpha x}$ postaje veći te se zove upadni val. Drugi izraz postaje manji zbog $e^{-\alpha x}$ i zove se odbijeni val, stoga na bilo kojoj točki voda napon je suma dvije komponente.

$$v(t, x) = v_1(t, x) + v_2(t, x) \quad (2-40)$$

$$v_1(t, x) = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x) \quad (2-41)$$

$$v_2(t, x) = \sqrt{2} A_2 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x) \quad (2-42)$$

Izraz za struju je sličan izrazu za napon stoga se i struja može smatrati sumom struja upadnog i odbijenog vala. Izrazi za napon se ponašaju kao putujući val koji se pomiče duž voda što se može zamisliti kao poremećaj na vodi u nekoj početnoj točki. Kako bi se ovaj proces lakše zamislio smatra se kako odbijeni val $V_2(t, x)$ putuje duž voda, promatranjem trenutne vrijednosti uočavaju se sljedeći uvjeti:

$$\omega t - \beta x = 2K\pi \quad (2-43)$$

ili

$$x = \frac{\omega}{\beta} t - \frac{2K\pi}{\beta} \quad (2-44)$$

Dolazi se do zaključka da se mora putovati brzinom

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (2-45)$$

Duljina voda λ ili udaljenost x na valu što rezultira promjenom faze od 2π radijana je

$$\beta\lambda = 2\pi \quad (2-46)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

Ukoliko se zanemare gubitci, kada $G=0$, $R=0$ realni dio konstante prodiranja $\alpha=0$ fazna konstanta postaje:

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (2-47)$$

Karakteristična impedancija je čisto otporna

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2-48)$$

Za valove bez gubitaka brzina prodiranja i valna duljina postaju

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2-49)$$

$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{LC}} \quad (2-50)$$

Za uobičajene prijenosne vodove karakteristična impedancija varira od 400Ω za 69-kV do 250Ω za 765-kV prijenosnog voda.

Za idealne vodove (zanemariv djelatni otpor i odvod) $\gamma = j\beta$ hiperbolne funkcije $\cosh \gamma x = \cosh j\beta x = \cos \beta x$ i $\sinh \gamma x = \sinh j\beta x = j \sin \beta x$ prelaze u trigonometrijske funkcije.

$$\bar{V}(x) = \cos \beta x \bar{V}_2 + j \bar{Z}_c \sin \beta x \bar{I}_2 \quad (2-51)$$

$$\bar{I}(x) = j \frac{1}{\bar{Z}_C} \sin \beta x \bar{V}_2 + \cos \beta x \bar{I}_2 \quad (2-52)$$

Za $x=1$

$$\bar{V}_1 = \cos \beta l \bar{V}_2 + j \bar{Z}_C \sin \beta l \bar{I}_2 \quad (2-54)$$

$$\bar{I}_1 = j \frac{1}{\bar{Z}_C} \sin \beta l \bar{V}_2 + \cos \beta l \bar{I}_2 \quad (2-55)$$

Prethodne jednadžbe se koriste za ručno računanje. Za prazni hod $\bar{I}_2 = 0$, a napon na neopterećenom kraju voda je

$$\bar{V}_{2(n.o.)} = \frac{\bar{V}_1}{\cos \beta l} \quad (2-56)$$

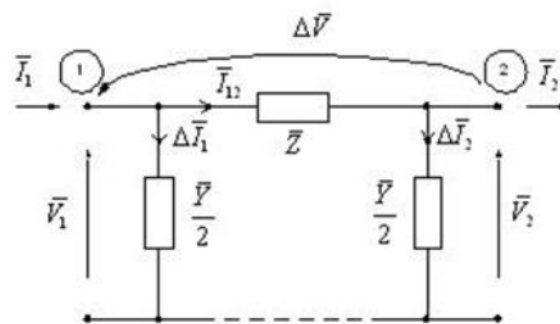
U slučaju ne opterećenja, zbog kapacitivnosti napon na kraju voda će biti veći nego napon na početku voda što je vidljivo iz prethodnog izraza koji pokazuje kako se βl poveća tako se $\cos \beta l$ smanjuje. Za čvrste kratke krugove na kraju voda $V_2=0$ pa je

$$\bar{V}_1 = j \bar{Z}_C \sin \beta l \bar{I}_2 \quad (2-57)$$

$$\bar{I}_1 = \cos \beta l \bar{I}_2 \quad [2, \text{str.158}] \quad (2-58)$$

2.2. Model srednje dugog voda

Vodove iznad 80km i ispod 250km se smatraju srednje dugim vodovima (u Hrvatskoj definiramo kratki i dugi vod odnosno vodovi do 200km predstavljaju kratke dok vodovi iznad 200km predstavljaju duge vodove, to je zbog frekvencije koja iznosi 60 Hz u SAD-u dok u Hrvatskoj iznosi 50 Hz). Za srednje duge vodove se koristi približnu π -shemu (Sl.2.4.) koja se sastoji od dvije uzdužne i jedne poprečne grane.



Sl. 2.4. Približna π -shema [6]

Ukoliko su poznate električne prilike na kraju voda (U_2, P_2, Q_2) te ukoliko je poznat karakter snage Q_2 (kapacitivan ili induktivan) mogu se pomoću nadomjesne π -sheme izračunati električne prilike na početku voda. Prilikom proračuna računa se fazni napon jer se proračun odnosi na jednu fazu stoga kao referentnu os se postavlja \bar{V}_2 [4, str.185] .

Struju se dobija pomoću izraza :

$$\bar{S}_2 = P_2 + jQ_2 = 3 \cdot \bar{V}_2 \cdot \bar{I}_2^* \rightarrow \bar{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{3V_2} \quad (2-59)$$

Proračun teče ovako:

$$\Delta \bar{I}_2 = V_2 \cdot \frac{\bar{Y}_1}{2} \quad (2-60)$$

$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_2 + \Delta \bar{I}_2 \quad (2-61)$$

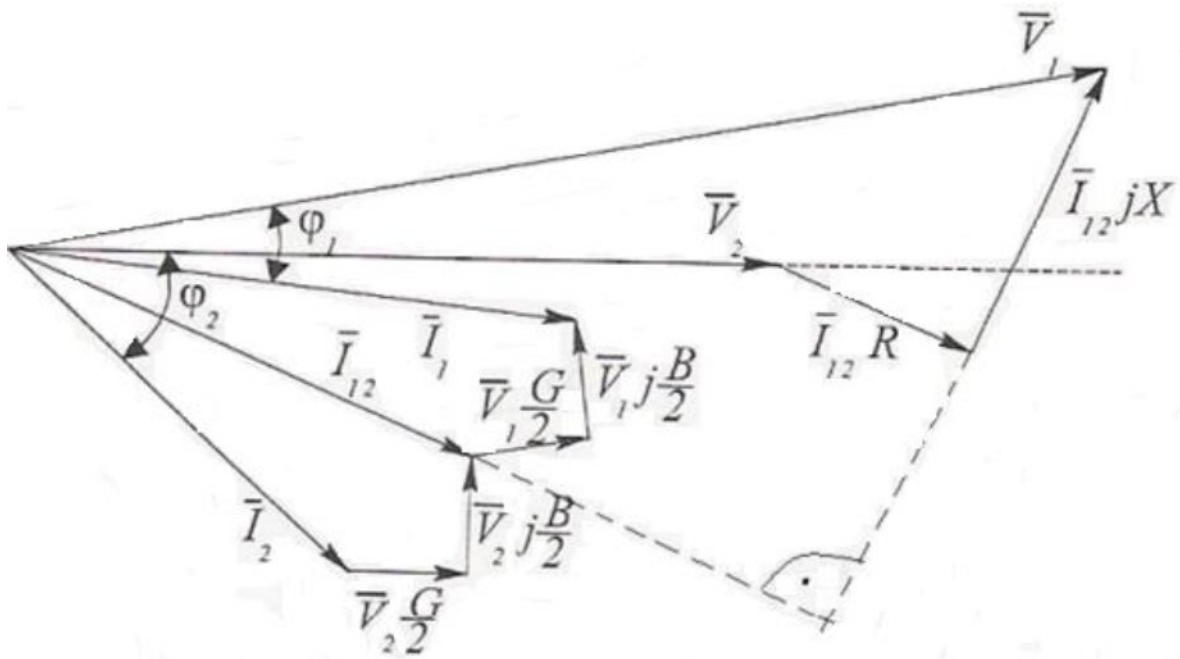
$$(2-62)$$

$$\bar{V}_1 = V_2 + \Delta\bar{V} = V_2 + \bar{I}_{12} \cdot \bar{Z}_1$$

$$\Delta\bar{I}_1 = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{Y}_1}{2} \quad (2-63)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} + \Delta\bar{I}_1 [4, \text{str.186}] \quad (2-64)$$

Ukoliko bi se radilo o induktivnoj snazi Q_2 fazorski dijagram je sljedeći:



Sl. 2.5. Fazorski dijagram induktivne snage [6]

\bar{A} \bar{B} \bar{C} \bar{D} konstante za približnu π -shemu su dane kao:

$$\bar{A} = \left(1 + \frac{\bar{Z}_1 \bar{Y}_1}{2} \right) \quad (2-65)$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_1 \quad (2-66)$$

$$\bar{C} = \bar{Y}_1 \left(1 + \frac{\bar{Z}_1 \bar{Y}_1}{4} \right) \quad (2-67)$$

$$\bar{D} = \left(1 + \frac{\bar{Z}_1 \bar{Y}_1}{2} \right) \quad (2-68)$$

$\bar{A} = \bar{D}$ stoga se razmatra linearni, pasivni bilateralni dvoprilaz te je determinanta prijenosne matrice jednaka $\bar{A} \bar{D} - \bar{B} \bar{C} = 1$. Za zadane veličine na početku voda računaju se veličine na kraju voda i obrnuto [2, str.148].

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D} & -\bar{B} \\ -\bar{C} & -\bar{A} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} \quad (2-69)$$

U literaturi „Power systems analysis“ razvijene su dvije MATLAB funkcije pomoću kojih se računaju opće konstante prijenosa za približnu π -shemu voda.

Funkcija [Z, Y, ABCD]= rlc2abcd{ r,L,C,g,f, Length} za dani otpor u Ω/km , induktivitet u mH/km te kapacitet u $\mu\text{F}/\text{km}$.

Funkcija [Z,Y, ABCD]= zy2abcd{z, y, Length} za danu impedanciju \bar{Z}_1 te admitanciju \bar{Y}_1 [1, str.149].

R_1, G_1, \bar{Z}_1 i \bar{Y}_1 su definirani u MATLAB-u malim slovima čega se treba držati ali je bitno podsjetiti da u Hrvatskoj te veličine pišemo velikim slovima.

\bar{V}_R i \bar{I}_R predstavljaju \bar{V}_2 i \bar{I}_2

\bar{V}_S i \bar{I}_S predstavljaju \bar{V}_1 i \bar{I}_1

3. FREKVENCIJSKI OVISNI MODELI DALEKOVODA

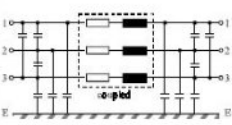
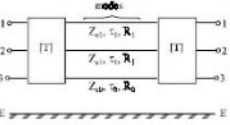
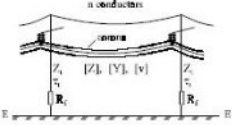

Prikaz nadzemnih vodova i utjecaj relevantnih parametara dani su prema slici 3.1. U slučaju oscilacija nižih frekvencija može se koristiti višefazni π -model. Teoretski jedna π -sekcija može predstavljati vod na samo jednoj frekvenciji. Sa fizičkog stajališta π -modeli su jednostavni i lako se s njima može rukovati. Broj π -sekcija potrebnih za ispravan prikaz voda uglavnom ovisi o očekivanoj učestalosti prijelaznih oscilacija. Za praktične svrhe ako je maksimalna frekvencija f_{\max} tada duljina l_{\max} voda prikazana za jednu π -sekciju nije duža od

$$l_{\max} = \frac{v}{5f_{\max}} \quad (3-1)$$

gdje je v brzina propagacije elektromagnetskog vala.

Prijelazne pojave za vod bez gubitaka u skladu sa konstantnim raspodijeljenim parametrima su izračunate općenito pomoću metoda putujućih valova poznatijih kao Bergeronove metoda, koje se temelje na rješavanju diferencijalne jednačbe u vremenskoj domeni. Teorija putujućih valova i prikaz voda zastupljenih pomoću Bergeronovih metoda su ilustrirani u nastavku.

Induktivitet L (H/km) i kapacitet C (F/km) su određeni po dužini, uzimajući u obzir malu dužinu homogenog voda bez gubitaka prema slici 3.2 [7].

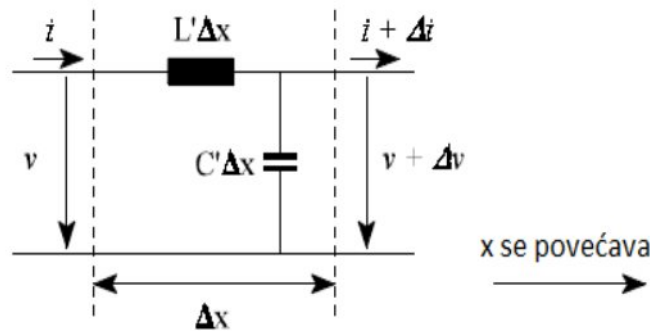
Nadzemni vodovi		I: 0.1 Hz ÷ 3 kHz	II: 50 Hz ÷ 20 kHz	III: 10 kHz ÷ 3 MHz	IV: 100 kHz ÷ 50 MHz
Uravnotežen vod		 <p>[R] je 3x3 matrica $R_{\text{dijagonalno}} = (R_0 + 2R_1)/3$ $R_{\text{offdijagonalno}} = (R_0 - R_1)/3$ isto za [L], [C]</p>	 <p>Način transformacije u fazi sa [Γ]</p>	 <p>[Z]: matrica impedancija [Y]: matrica admitancija [v]: matrica brzine putujućeg vala Z_1: vršna impedancija τ_1: vršno vrijeme putovanja R_f: osnovna vršna otpornost</p>	 <p>$Z_0 = (1/3) \cdot Z_0 + (2/3) \cdot Z_1$</p>
Asimetrija voda	kapacitivno	važno	važno	Zanemarivo za jednofazne simulacije, inače važno	zanemarivo
	induktivno	važno	Zanemarivo za statističko proučavanje, inače važno	Zanemarivo za jednofazne simulacije, inače važno	zanemarivo
frekvencijski ovisni modeli	Na zemlji (Z_0)	važno	važno	važno	važno
	U zraku (Z_1)	zanemarivo	zanemarivo	zanemarivo	zanemarivo
efekt korone		važno ako $V > V_c$	zanemarivo	jako važno	zanemarivo

L : induktivitet
R : omska otpornost
C : kapacitet

Z : impedancija
 τ : vrijeme putovanja
f : frekvencija

index 1 : pozitivni
index 0 : nulti

Sl. 3.1. Prikaz nadzemnih vodova [7]



Sl. 3.2. Mala sekcija Δx prijenosnog voda

Povećanjem dužine x, pad napona L' je

$$-\Delta v = L' \cdot \Delta x \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3-2)$$

Ukoliko je $\Delta x \rightarrow \partial x$, tada rezultira sa

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -L' \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3-3)$$

Struja koja puni kondenzator $C' \cdot \Delta x$ je dana sa

$$-\Delta i = C' \cdot \Delta x \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3-4)$$

Što se na kraju može zapisati kao

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C' \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3-5)$$

Negativan predznak u jednadžbama (3-2) i (3-5) označuje smanjenje napona i struje sa povećanjem x .

Diferenciranjem jednadžbe (3-3) s obzirom na x i jednadžbu (3-5) s obzirom na t rezultira sa

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -L' \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} \quad (3-6)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = -C' \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3-7)$$

Uklanjanjem $\partial^2 i / \partial x \partial t$ i uređivanjem izraza se dobije:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = L' C' \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3-8)$$

Rješavanjem jednadžbi (3-3) i (3-5) za i umjesto v vodi do jednadžbe identičnog oblika za struju

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L' C' \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (3-9)$$

Jednadžbe (3-8) i (3-9) predstavljaju valne jednadžbe prijenosnog voda bez gubitaka.

D'Alembert je pokazao da ove jednadžbe zadovoljavaju opće rješenje:

$$i(x, t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) \quad (3-10)$$

$$v(x, t) = Zc \cdot [f_1(x - vt) + f_2(x + vt)] \quad (3-11)$$

v: brzina propagacije,

$$v = \frac{1}{\sqrt{L'C''}} \quad (3-12)$$

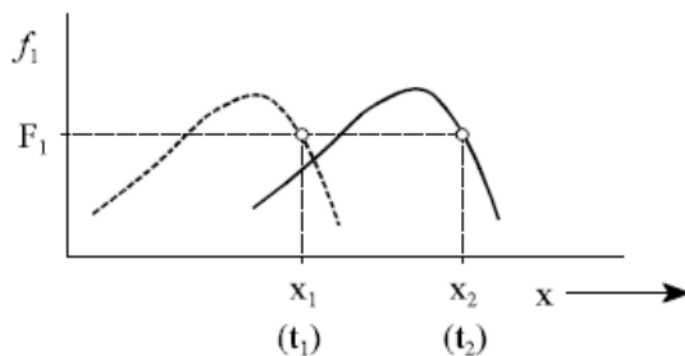
Z_C : karakteristična impedancija,

$$\begin{aligned} x_1 - vt_1 = x_2 - vt_2 &\rightarrow x_2 = x_1 + v(t_2 - t_1) \\ t &= t - \tau \end{aligned} \quad (3-13)$$

Razmatranjem $f_1(x-vt)$. Pri $t=t_1$ i $x=x_1$ pretpostavlja se vrijednost, F_1 . Za bilo koje vrijeme, $t_2 > t_1$ imati će istu vrijednost F_1 . Ako argument $(x-vt)$ ostane nepromijenjen to jest

$$x_1 - vt_1 = x_2 - vt_2 \rightarrow x_2 = x_1 + v(t_2 - t_1) \quad (3-14)$$

što pokazuje da se f_1 pomjerio u pozitivnom smjeru x (Sl.3.3.)[7].

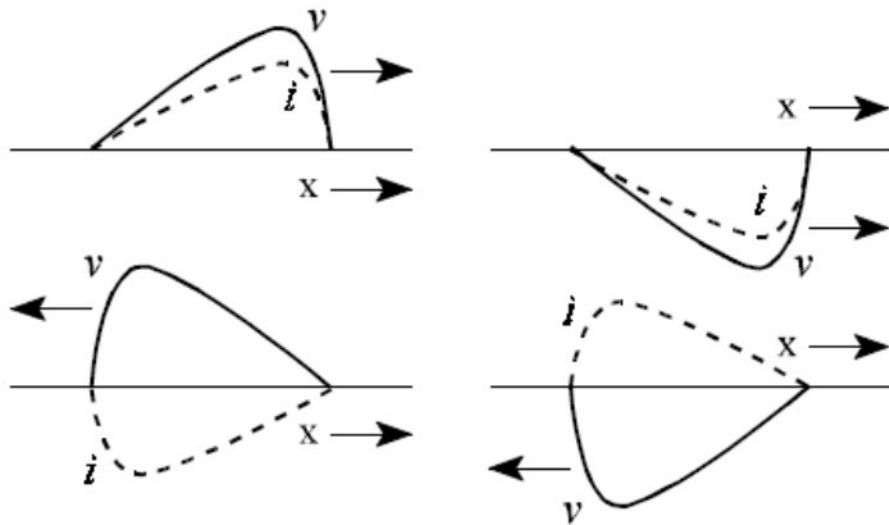


Sl. 3.3. Putujući val pozitivnog smjera $f_1(x-vt)$

Slično, funkcija $f_2(x+vt)$ predstavlja putujući val suprotnog smjera od x sa brzinom v. Treba naglasiti da su $f_1(x-vt)$ i $f_2(x+vt)$ proizvoljne funkcije. Za rješavanje valnih jednadžbi zahtjeva se da su samo diferencijabilne. $f_1(x-vt)$ i $f_2(x+vt)$ se nazivaju ranim i kasnim putujućim strujnim valovima s obzirom na povećanje x.

Kada se uspoređuju jednadžbe (3-10) i (3-11), uočava se točna proporcionalnost između struje i napona valova dano sa karakterističnom impedancijom Z_C . Putujući valovi struje i napona pozitivnog smjera imaju isti predznak dok oni koji putuju u suprotnom smjeru imaju suprotan predznak (Sl 3.4.).

Val koji putuje u pozitivnom smjeru



Val koji putuje u negativnom smjeru

Sl. 3.4. Rani i kasni putujućii valovi struje i napona

Množenjem (3-10) sa Z_c i dodavanjem ili oduzimanjem od (3-11) dobiva se

$$v(x,t) + Z_c \cdot i(x,t) = 2Z_c f_1(x-vt) \quad (3-15)$$

$$v(x,t) - Z_c \cdot i(x,t) = -2Z_c f_1(x+vt) \quad (3-16)$$

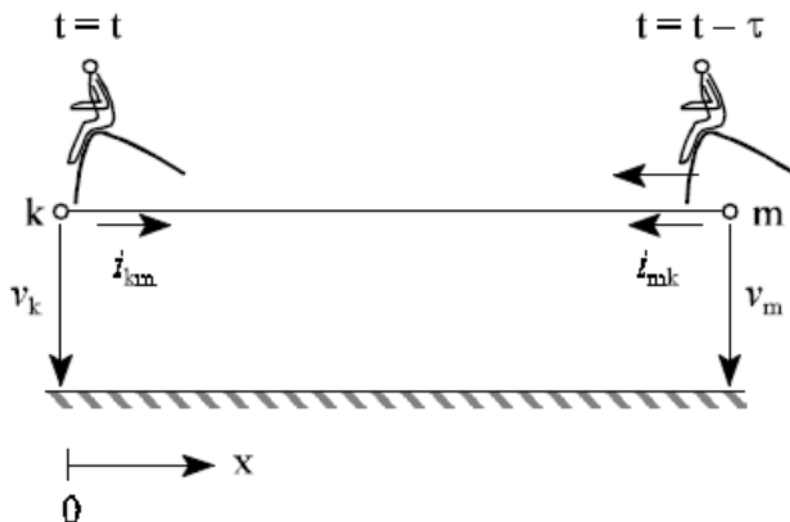
Sa lijeve strane (3-15), $v + Z_c \cdot i$ je konstantno ako je $(x-vt)$ konstantan, primjera (3-16) pokazuje da je $v - Z_c \cdot i$ konstantno ako je $(x+vt)$ konstantan.

Zamišlja se promatrač koji putuje sa kasnim putujućim valom od kraja do početka voda dužine l prema slici 3.5. Vrijeme putovanja τ je

$$\tau = \frac{l}{v} \quad (3-17)$$

Za promatrača u točki m član $v - Z_c \cdot i$ je konstantan kao i na početku vremena $t = t - \tau$ i prilikom njegovog dostizanja u točku k gdje $t = t$.

$$v_m(t-\tau) - Z_C \cdot [-i_{mk}(t-\tau)] = v_k(t) - Z_C \cdot i_{km}(t) \quad [7]. \quad (3-18)$$



Sl. 3.5. Putovanje promatrača sa kasnim valom od „m“ do „k“

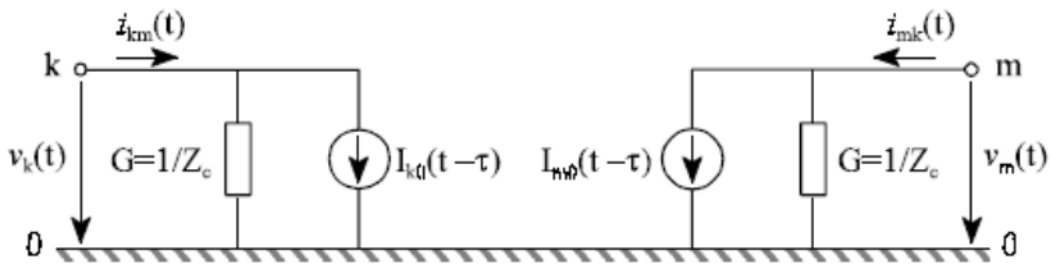
Mora se imati na umu da predznak od i_{mk} u jednadžbi (3-18) je negativan, jer je smjer obrnut od pozitivnog x-smjera kao što je prikazano na slici 3.5. Preuređivanjem uvjeta u jednadžbi (3-12) vodi jednadžbe za čvor k:

$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z_C} \cdot v_k(t) + I_{k0}(t-\tau) \quad (3-19)$$

gdje

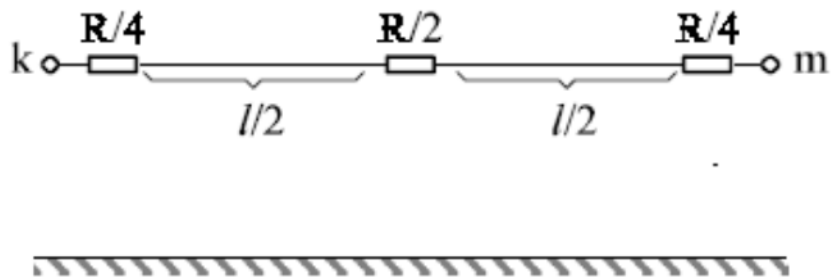
$$I_{k0}(t-\tau) = -\left[\frac{1}{Z_C} \cdot v_m(t-\tau) + i_{mk}(t-\tau)\right] \quad (3-20)$$

sadrži poznate prošle vrijednosti napona i struje drugog kraja voda m. Sličan odnos se može dobiti za čvor m ako se radi o ranom putujućem promatraču. Slika 3.6. pokazuje odgovarajuću ekvivalentnu shemu se koristi za numerički proračun električnih pojava voda bez gubitaka [7].



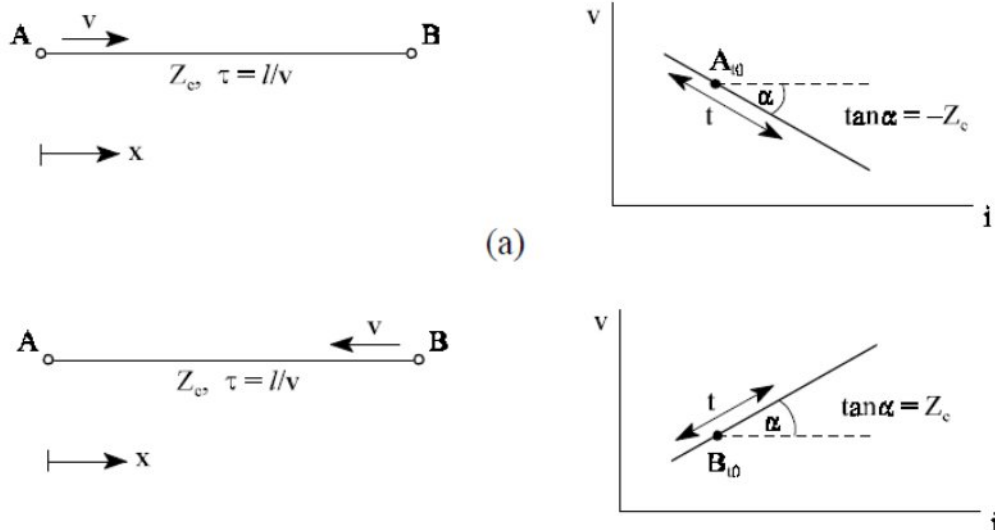
Sl. 3.6. Model za digitalnu simulaciju voda bez gubitaka

Analitičko rješenje valne jednačbe za vod sa gubiticima (R i G u vremenskoj domeni) ne postoji. Gubitci voda se mogu prikazati gore u navedenom modelu jedino ako se izvana dodaju otpori prema slici 3.7.

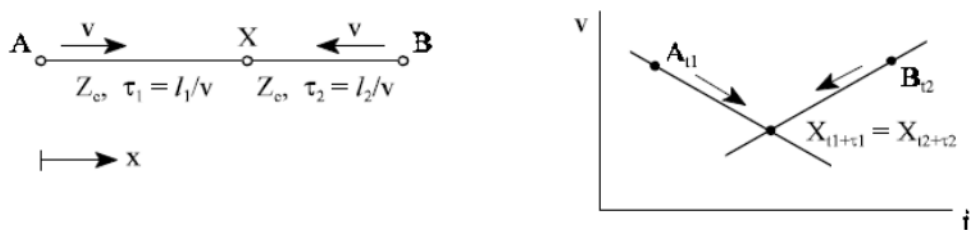


Sl. 3.7. Modeliranje gubitaka dodavanjem otpora R

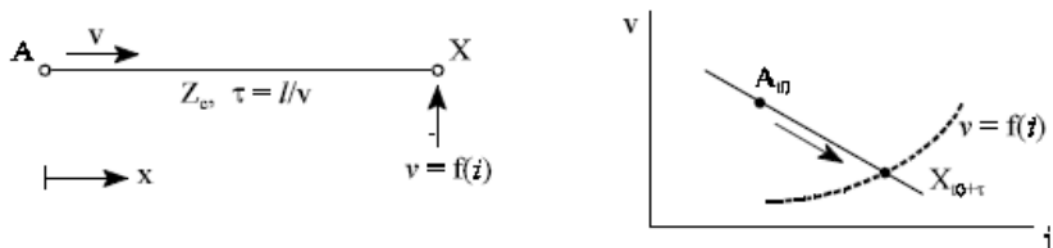
Bergeronova metoda prethodno opisana možemo zamisliti grafički, jednačbe (3-15) i (3-16) se još nazivaju valnim jednačbama.



Sl.3.8. Bergeronov vod za (a) rani i (b) kasni putujući val



Sl. 3.9. Bergeronova metoda za dva segmenta voda sa dva promatrača



Sl. 3.10. Bergeronova metoda za prijenosni vod sa poznatim relacijama v-i na jednom kraju [7]

Desne strane jednačbi su konstantne za putujući rani i kasni val, odnosno

$$v + Z_C \cdot i = const. \text{ i } v - Z_C \cdot i = const.$$

(3-21)

Ove jednadžbe su prikazane u v-i dijagramima kao ravne linije (Sl.3.8.) i (Sl.3.9.) Mora se imati na umu da je vrijeme t unutrašnji parametar koji ukazuje na gibanje duž vodova.

4. PRIMJERI PRORAČUNA POMOĆU MODELA SA KONSTANTNOM FREKVENCIJOM

4.1. Prijenos prirodne snage (SIL)

Kada je impedancija jednaka karakterističnoj impedanciji tada je struja voda

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_2}{Z_C} \quad (4-1)$$

Za vodove bez gubitaka Z_C je čisto otporna. Teret odgovara prijenosu prirodne snage SIL.

$$SIL = 3\bar{V}_2\bar{I}_2^* = \frac{3|V_2|^2}{Z_C} \quad (4-2)$$

$\bar{V}_2 = U_2 / \sqrt{3}$ stoga izraz za SIL u MW postaje

$$SIL = \frac{U^2}{Z_C} [MW] \quad (4-3)$$

Supstitucijom za \bar{I}_2 i \bar{V}_2 iz

$$\bar{V}(x) = \cos \beta x \bar{V}_2 + j Z_C \sin \beta x \bar{I}_2 \quad (4-4)$$

$$\bar{I}(x) = j \frac{1}{Z_C} \sin \beta x \bar{V}_2 + \cos \beta x \bar{I}_2 \quad (4-5)$$

Dobija se

$$\bar{V}(x) = (\cos \beta x + j \sin \beta x) \bar{V}_2 \quad (4-6)$$

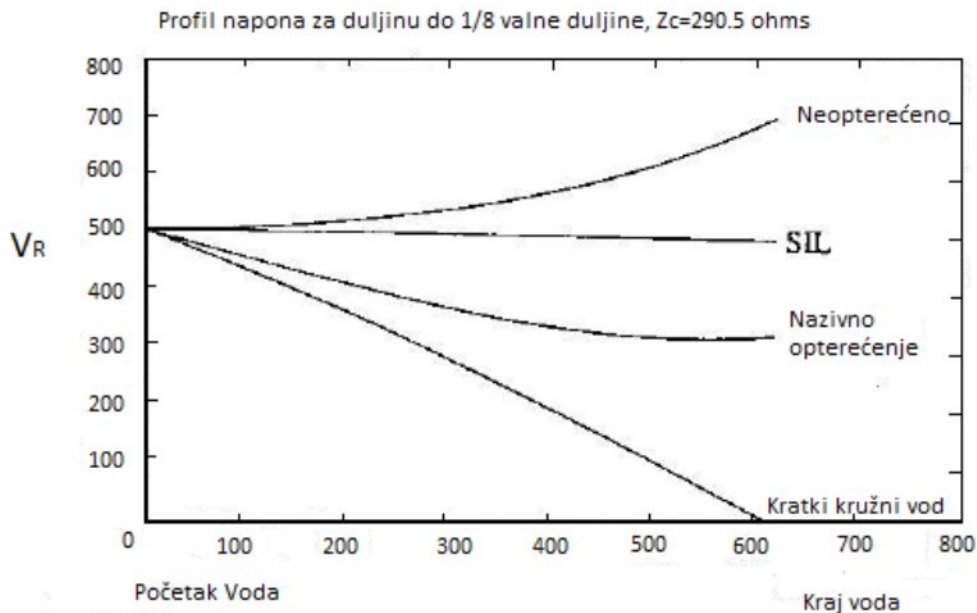
ili

$$\bar{V}(x) = V_2 \angle \beta x \quad (4-7)$$

Jednadžbe iznad pokazuju kako napon i struja na bilo kojoj točki duž voda ostaju konstantne veličine i jednake vrijednostima na početku voda kada nema gubitaka pri prijenosu prividne snage. Z_C nema reaktivnih komponenti pa tako nema ni reaktivne snage u vodu $Q_1 = Q_2 = 0$.

$$Z_C = \frac{V_R}{I_R} = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C}} \quad (4-8)$$

Iznos prirodne snage varira od 150 MW za 230-kV vodove do otprilike 2000 MW za 765-kV vodove. Prijenos prirodne snage predstavlja mjeru terećenja prijenosnog voda. Pri velikom opterećenju koriste se kondenzatori dok za mala opterećenja se koriste zavojnice. Slika 4.1. prikazuje naponski profil za različita stanja.



Sl. 4.1. Naponski profil za različita stanja [2, str.182]

Primjer 2.

Trofazni 60Hz 500-kV prijenosni vod duljine 300 km. Induktiviteta 0.97 mH/km po fazi i kapaciteta 0.0115 μ F/km po fazi. Pretpostavite da vod nema gubitaka [2, str.160].

- Odredite faznu konstantu β , karakterističnu impedanciju Z_C , brzinu prodiranja v te valnu duljinu λ
- kraj voda nazivnog opterećenja 800 MW, 0.8 cosfi(ind) pri 500 kV. Odredite veličine na početku voda te postotni pad napona.

a) Vodovi bez gubitaka

$$\beta = \omega\sqrt{LC} = 2\pi 60\sqrt{0.97 \cdot 0.0115 \cdot 10^{-9}} = 0.001259 \text{ rad/km}$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0.97 \cdot 10^{-3}}{0.0115 \cdot 10^{-6}}} = 290.43 \Omega$$

Brzina prodiranja

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.97 \cdot 0.0115 \cdot 10^{-9}}} = 2.994 \cdot 10^5 \text{ km/s}$$

Valna duljina

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1}{60} (2.994 \cdot 10^5) = 4990$$

b) $\beta l = 0.001259 \cdot 300 = 0.3777 \text{ rad} = 21.641^\circ$

Fazni napon na kraju

$$\bar{V}_2 = \frac{500 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 288.675 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

Prividna snaga na kraju voda

$$\bar{S}_2 = \frac{800}{0.8} \angle \cos^{-1} 0.8 = 1000 \angle 36.87^\circ = 800 + j600 \text{ MVA}$$

Struja na kraju voda

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{S}_2^*}{3\bar{V}_2^*} = \frac{1000 \angle -36.87^\circ \cdot 10^3}{3 \cdot 288.675 \angle 0^\circ} = 1154.7 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

Napon na početku voda

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \cos \beta l V_2 + jZ_C \sin \beta l I_2 \\ &= (0.9295)288.675 \angle 0^\circ + j(290.43)(0.3688)(1154.7 \angle -36.87^\circ)(10^{-3}) \\ &= 356.53 \angle 16.1^\circ \text{ kV} \end{aligned}$$

Linijski napon na kraju voda

$$|U_2| = \sqrt{3} \cdot V_2 = 617.53 \text{ kV}$$

Struja na početku voda je

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= j \frac{1}{Z_c} \sin \beta l \bar{V}_2 + \cos \beta l \bar{I}_2 \\ &= j \frac{1}{290.43} (0.3688)(288.675 \angle 0^\circ)(10^3) + (0.9295)(1154.7 \angle -36.87^\circ) \\ &= 902.3 \angle -17.9^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Snaga na početku voda

$$\begin{aligned}\bar{S}_1 &= 3 \bar{V}_1 \bar{I}_1^* = 3 \cdot 356.53 \angle 16.1^\circ \cdot 902.3 \angle -17.9^\circ \cdot 10^{-3} \\ &= 800 \text{ MW} + j 539.672 \text{ M var} \\ &= 965.1 \angle 34^\circ \text{ MVA}\end{aligned}$$

Postotni pad napona

$$V_{\text{postotni}} = \frac{356.53 / 0.9295 - 288.675}{288.675} \cdot 100 = 32.87\% [1, \text{str.161}]$$

Kada vod djeluje pri nazivnom opterećenju, točno rješenje rezultira u $\bar{V}_1 = 623.5 \angle 15.57^\circ \text{ kV}$ i $\bar{I}_1 = 903.1 \angle 17.7^\circ \text{ A}$ što pokazuje da su pretpostavke bez gubitaka prikladne za ručni izračun jer daju prihvatljive rezultate.

4.2. Opći prijenos snage preko prijenosnog voda

Izraz za protok kompleksne snage voda može biti dobiven iz vrijednosti napona na početku i na kraju voda, faznog kuta te konstanti \bar{A} \bar{B} \bar{C} \bar{D} .

Prema slici 2.4. gdje su glave relacije dane sa

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

Izražavajući konstante ABCD u polarnom obliku

$$\bar{A} = |A| \angle \Theta_A \quad (4-9)$$

$$\bar{B} = |B| \angle \Theta_B \quad (4-10)$$

Napon na početku voda te napon na kraju voda kao referentna vrijednost

$$\bar{V}_1 = |V_1| \angle \delta \quad (4-11)$$

$$\bar{V}_2 = |V_2| \angle 0 \quad (4-12)$$

Struja na kraju voda se zapisuje na sljedeći način

$$\bar{I}_2 = \frac{|V_1| \angle \delta - |A| \angle \Theta_A |V_2| \angle 0}{|B| \angle \Theta_B} \quad (4-13)$$

$$= \frac{|V_1|}{|B|} \angle \delta - \Theta_B - \frac{|A||V_2|}{|B|} \angle \Theta_A - \Theta_B \quad (4-14)$$

Kompleksna snaga na kraju voda je

$$\bar{S}_2 = P_2 + jQ_2 = 3\bar{V}_2 \bar{I}_2^* \quad (4-15)$$

Supstitucijom \bar{I}_2 iz prethodne jednadžbe dobijamo

$$\bar{S}_2 = 3 \frac{|V_1||V_2|}{|B|} \angle \Theta_B - \delta - 3 \frac{|A||V_2|^2}{|B|} \angle \Theta_B - \Theta_A \quad (4-16)$$

U pogledu linijskog napona

$$\bar{S}_2 = \frac{|U_1||U_2|}{|B|} \angle \Theta_B - \delta - \frac{|A||U_2|^2}{|B|} \angle \Theta_B - \Theta_A \quad (4-17)$$

Djelatna i reaktivna snaga na kraju voda

$$P_2 = \frac{|U_1||U_2|}{|B|} \cos(\Theta_B - \delta) - \frac{|A||U_2|^2}{|B|} \cos(\Theta_B - \Theta_A) \quad (4-18)$$

$$Q_2 = \frac{|U_1||U_2|}{|B|} \sin(\Theta_B - \delta) - \frac{|A||U_2|^2}{|B|} \sin(\Theta_B - \Theta_A) \quad (4-19)$$

Snaga na početku voda

$$\bar{S}_1 = P_1 + jQ_1 = 3\bar{V}_1\bar{I}_1^* \quad (4-20)$$

\bar{I}_1 se može zapisati kao

$$\bar{I}_1 = \frac{|A| \angle \Theta_A |V_1| \angle \delta - |V_2| \angle 0}{|B| \angle \Theta_B} \quad (4-21)$$

Supstitucijom \bar{I}_1 dobija se

$$P_1 = \frac{|A||U_2|^2}{|B|} \cos(\Theta_B - \Theta_A) - \frac{|U_1||U_2|}{|B|} \cos(\Theta_B + \delta) \quad (4-22)$$

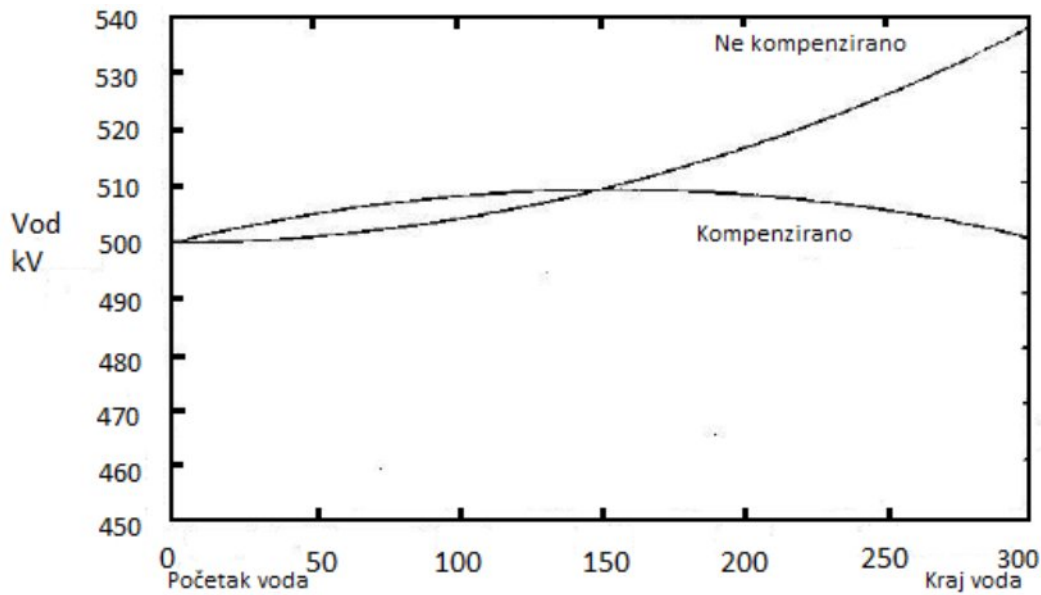
$$Q_1 = \frac{|A||U_2|^2}{|B|} \sin(\Theta_B - \Theta_A) - \frac{|U_1||U_2|}{|B|} \sin(\Theta_B + \delta) \quad (4-23)$$

Djelatni i reaktivni gubitci su

$$P_V = P_1 - P_2 \quad (4-24)$$

$$Q_V = Q_1 - Q_2 \quad (4-25)$$

Kada bi se svi rezultati ucrtali u jedan graf, dobiven s izrazima za Q_2 odnosno P_2 za fiksne napone voda i varirajući kut opterećenja δ dobio bi se kružni pogonski dijagram. Kružni pogonski dijagram sa promjenjivim naponima na kraju te promjenjivim naponima na početku voda je jako koristan za procjenjivanje učinkovitosti prijenosnog voda. Funkcija pwrcre(ABCD) je osmišljena za konstrukciju tog dijagrama te je njezina svrha demonstrirana prema slici 4.2. [2, str.163].



Sl. 4.2. Kružni pogonski dijagram [2, str.177]

Za vodove bez gubitaka

$$\bar{B} = jX' \quad (4-26)$$

$$\theta_A = 0, \theta_B = 90^\circ \quad (4-27)$$

$$A = \cos \beta l \quad (4-28)$$

Djelatna snaga prenesena vodom dana je izrazom:

$$P = \frac{|U_1||U_2|}{X'} \sin \delta \quad (4-29)$$

Reaktivna snaga na kraju voda je

$$Q_2 = \frac{|U_1||U_2|}{X'} \cos \delta - \frac{|U_2|^2}{X'} \cos \beta l \quad (4-30)$$

Za dani sustav pri konstantnom naponu, prenesena snaga je proporcionalna sinus kuta snage δ . Povećanjem tereta povećava se i δ . Za vodove bez gubitaka, maksimalna snaga što se može prenijeti unutar stabilnih uvjeta javlja se pod kutom od 90° . Međutim, prijenosni sustav spojen na sinkrone strojeve mora biti izdržljiv, bez gubitaka stabilnosti, iznenadnih promjena u proizvodnji, opterećenju i greškama. Kako bi se osigurala prikladna vrijednost stabilnosti, praktični radni kut opterećenja je obično ograničen od 35° do 45° [2, str.163].

4.3. Ograničenje prijenosa snage

Maksimalna snaga koja se može prenijeti ovisi o toplinskom opterećenju i o granici stabilnosti. Gubici djelatne snage odgovaraju povećanju temperature vodiča što povećava ulegnuća između prijenosnih tornjeva. Pri jako visokoj temperaturi može rezultirati nepovratnim istežanjem. Temperaturna granica se može saznati isčitivanjem industrijskih podataka.

Ako je strujni kapacitet označen kao $I_{THERMAL}$ tada se temperaturna granica računa kao :

$$\bar{S}_{thermal} = 3\bar{V}_{nazivno}\bar{I}_{thermal} \quad (4-31)$$

Teoretska maksimalna snaga prenesena je kada δ iznosi 90° . Radni kut opterećenja za sami vod je ograničen i ne iznosi više od 30° do 45° . Ovo je zbog toga što dodana reaktancija generatora i transformatora rezultira većim δ za dani teret. Za projektiranje i ostale svrhe, jako je korisno izraziti izraz za snagu prijenosa u pogledu SIL [2, str.163].

Za vodove bez gubitaka

$$X' = Z_C \sin \beta l \quad (4-32)$$

Stoga se snaga zapisuje kao

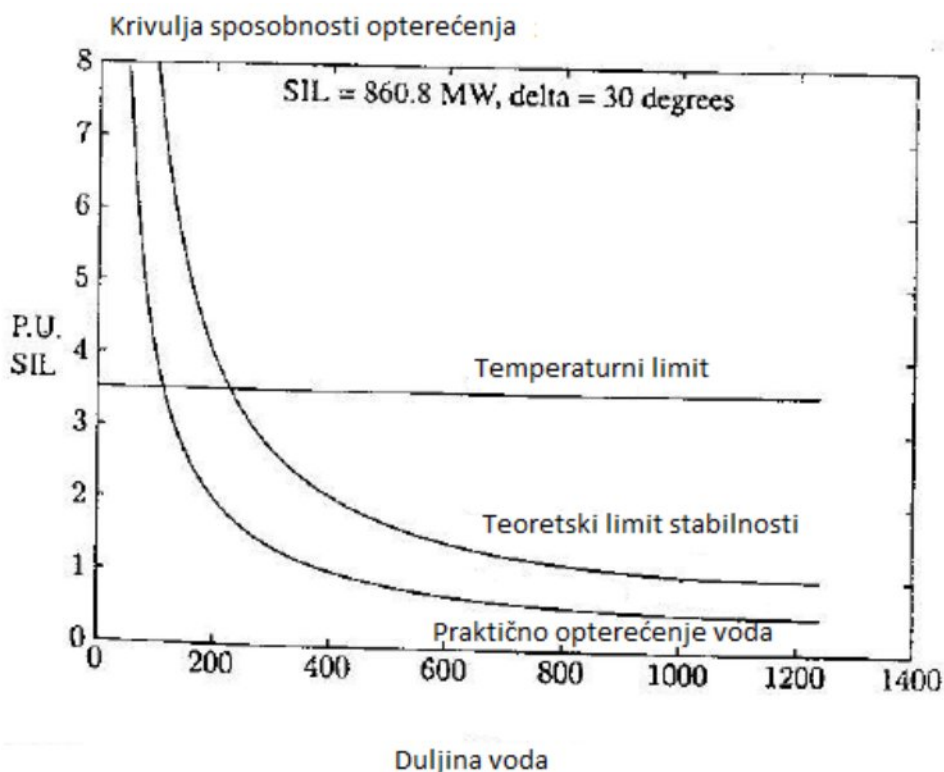
$$P = \left(\frac{U_1}{V_{nazivno}} \right) \left(\frac{U_2}{V_{nazivno}} \right) \left(\frac{V_{nazivno}^2}{Z_C} \right) \frac{\sin \delta}{\sin \beta l} \quad (4-33)$$

Prva dva uvjeta unutar zagrade predstavljaju napon po jedinici dok je treći uvjet prepoznatljiv kao SIL.

$$P = \frac{|V_{1pu}| |V_{2pu}| SIL}{\sin \beta l} \sin \delta \quad (4-34)$$

$$\frac{|V_{1pu}| |V_{2pu}| SIL}{\sin \left(\frac{2\pi l}{\lambda} \right)} \sin \delta \quad (4-35)$$

Funkcijom loadabil(L,C,f) se dobija krivulja sposobnosti opterećenja te graničnu vrijednost iskrivljenja temperature voda. Graf sposobnosti opterećenja (Sl.4.3.).



Sl.4.3. Graf sposobnosti opterećenja [2, str.182]

Za duge vodove se koristi serijski kapacitet kako bi se povećao prijenos snage duž voda!

Primjer 3.

Za trofazni prijenosni vod iz primjera 1. pretpostavi sljedeće parametre:

$V_1 = 1.0$ po jedinici, $V_2 = 0.9$ po jedinici, $\lambda = 5000$ km, $Z_C = 320 \Omega$ i $\delta = 36,87^\circ$, snaga koja treba biti prenesena kroz vod duljine 315 km iznosi 700 MW odredi:

- bazirano na praktičnim sposobnostima tereta voda odredi nazivnu naponsku razinu prijenosnog voda.
 - za prijenosnu razinu napona dobivenu pod a) izračunaj teoretsku maksimalnu snagu što se može prenijeti prijenosni vodom [2, str.164].
- a) fazna konstanta je

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} l \text{ rad}$$

$$= \frac{360}{\lambda} l = \frac{360}{5000} (315) = 22.68^\circ$$

U (4-34) uvrštava se

$$700 = \frac{(1.0)(0.9)(SIL)}{\sin(22.68^\circ)} \sin(36.87^\circ)$$

Stoga

$$SIL = 499.83 \text{ MW}$$

$$kV_L = \sqrt{(Z_C)(SIL)} = \sqrt{(320)(499.83)} = 400 \text{ kV}$$

$$X' = Z_C \sin \beta l = 320 \sin(22.68) = 123.39 \Omega$$

Za vod bez gubitaka, maksimalna snaga prenesena unutar stabilnih uvjeta pojavljuje se pri kutu opterećenja od 90° dakle pod pretpostavkom

$$|V_1| = 1.0_{pu}$$

$$|V_2| = 0.9_{pu}$$

Teoretska maksimalna snaga je

$$P_{(\max)} = \frac{(400)(0.9)(400)}{123.39} (1) = 1167 \text{ MW}$$

P.4.1.

Zadan je trofazni prijenosni vod nazivnog napona 345 kV duljine 130km. Otpor po fazi iznosi $0.036 \Omega / \text{km}$ induktivnosti 0.8 Mh/km . Pogonski kapacitet je $0.0112 \mu\text{F/kilometru}$. Opterećenje kraja voda iznosi 270 MVA sa 0.8 faktorom snage (ind) pri 325 kV. Koristeći model srednje dugog voda odredi napon i snagu na početku voda te postotni pad napona [2, str.150].

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} = \begin{bmatrix} 0.98924 + j0.0012844 & 4.68 + j39.207 \\ -3.5251e-07 + j0.00054595 & 0.98924 + j0.0012844 \end{bmatrix}$$

$$\bar{I}_1 = 421.132 \text{ A}$$

$$\text{cosp} = 0.869657$$

$$\bar{U}_1 = 345.002 \text{ kV}$$

$$P_1 = 218.857 \text{ MW}$$

$$Q_1 = 124.23 \text{ Mvar}$$

$$\text{Postotni pad napona} = 7.30913$$

Rješenje ovog zadatka rezultira sljedećim rješenjem, kod kojeg se upisuje u program MATLAB se nalazi u P.4.1.

P.4.2.

Zadan je trofazni prijenosni vod nazivnog napona 345 Kv duljine 130km. Serijske impedancije $\bar{Z}_1 = 0.036 + j0.3 \text{ } \Omega/\text{km}$, i admitancije $\bar{Y}_1 = 4.22 * 10^{-6} \text{ S/km}$. Napon na početku voda je 345 kV, a struja 400 A sa 0.95 faktorom snage (ind). Koristeći model srednje dugog voda odredi napon, struju te snagu na kraju voda i regulaciju napona [2, str.151].

Funkcija [Z,Y, ABCD]= zy2abcd{z, y, Length} se koristi za dobivanje prijenosne matrice voda

Zadatak se rješava pomoću MATLAB programa koji je opisan u P.4.2. Dobiveni su sljedeći rezultati:

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \begin{bmatrix} 0.9893 + j0.0012837 & 4.68 + j39 \\ -3.5214e-07 + j0.00054565 & 0.9893 + j0.0012837 \end{bmatrix}$$

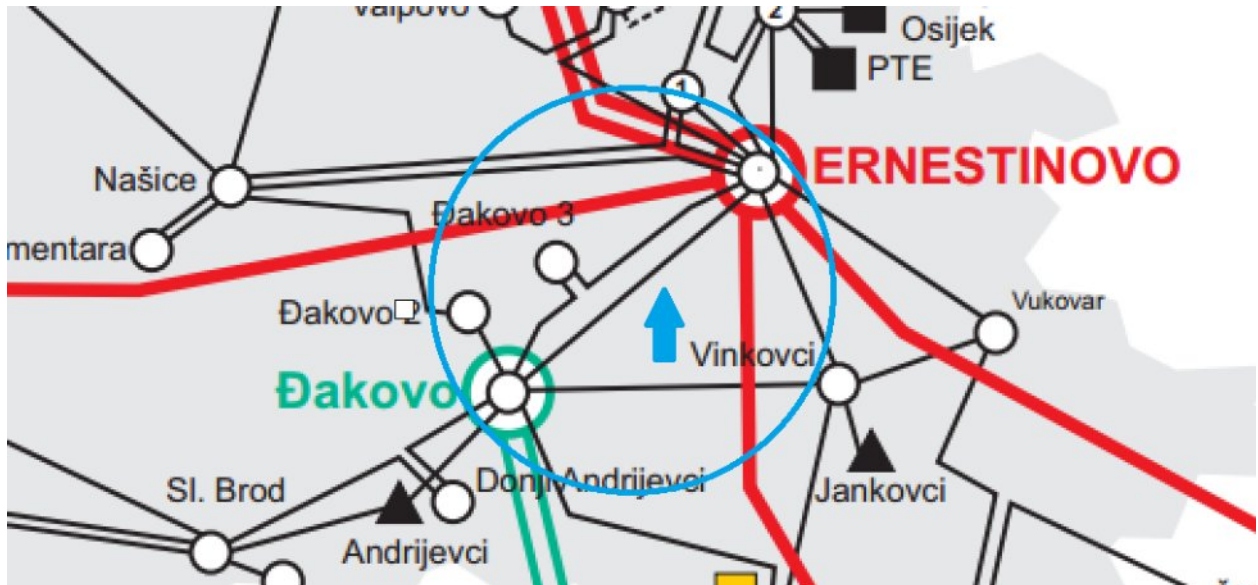
$$\bar{I}_2 = 441.832 \text{ A} \quad \text{cosp} = 0.8750$$

$$\bar{V}_2 = 330.68 \text{ L-L kV}$$

$$P_2 = 224.592 \text{ MW} \quad Q_2 = 116.612 \text{ Mvar}$$

$$\text{Postotni pad napona} = 5.45863$$

4.4. Praktičan primjer proračuna



Sl. 4.4. Isječak iz sheme Hrvatske prijenosne mreže

Za dalekovod Ernestinovo-Đakovao (Sl.4.4.) sljedećih podataka:

Nazivni napon na kraju voda $U_2 = 110$ kV,

duljina voda $l = 31\,450$ km,

jedinični djelatni otpor $R_1 = 0.23$ Ω /km,

jedinična induktivna reaktancija $X_1 = 0.4$ Ω /km,

jedinični kapacitet $C_1 = 9.5$ nF/km,

snaga na kraju voda $P_2 = 40$ MW,

$\cos\varphi = 0.85$ (ind)

odredi napon, struju, snagu te $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ konstante?

Budući da se radi o proračunu struja i napona u ustaljenom stanju pogodno je koristiti frekvencijski neovisne modele. Dani dalekovod je kraći od 200 km stoga koristimo model srednje dugog voda.

$$\begin{aligned}
 U_2 &= 110 \text{ kV} \\
 l &= 31,450 \text{ km} \\
 R_1 &= 0,23 \text{ } \Omega/\text{km} \\
 X_1 &= 0,4 \text{ } \Omega/\text{km} \\
 C_1 &= 9,5 \cdot 10^{-9} \text{ F/km} \\
 P_2 &= 40 \text{ MW} \\
 \cos \varphi_2 &= 0,85 \text{ (ind)}
 \end{aligned}$$

$$\overline{V}_1, \overline{I}_1, \overline{S}_1 = ?$$

$$\overline{V}_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 63,5085 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

$$\overline{Z}_1 = R_1 l + j X_1 l = 0,23 \cdot 31,450 + j 0,4 \cdot 31,450 = 14,51 \angle 1,05^\circ \text{ } \Omega$$

$$\overline{Y}_1 = G_1 l + j \omega C_1 l = j 2\pi \cdot 50 \cdot 9,5 \cdot 10^{-9} \cdot 31,450 = j 9,386 \cdot 10^{-5} \text{ S}$$

$$\frac{\overline{Y}_1}{2} = j 4,693 \cdot 10^{-5} \text{ S}$$

Sl. 4.5. Ručni izračun (1)

$$\begin{aligned}
 \overline{S}_2 &= P_2 + j Q_2 \quad Q_2 = P_2 \tan \varphi_2 \\
 \overline{S}_2 &= 40 + j 45,53 \text{ MVA} = 45,53 \cdot 10^6 \text{ VAR} \\
 \overline{S}_2 &= 3 \cdot \overline{V}_2 \cdot \overline{I}_2^* = P_2 + j Q_2 \\
 \overline{I}_2 &= \frac{(40 - j 45,53) \cdot 10^6}{3 \cdot 63,5085 \angle 0^\circ \cdot 10^3} = 318,095 \angle -0,85^\circ \text{ A} \\
 \Delta \overline{I}_2 &= \overline{V}_2 \cdot \frac{\overline{Y}}{2} = j 2,98 \text{ A} \\
 \overline{I}_{12} &= \Delta \overline{I}_2 + \overline{I}_2 = j 2,98 + 318,095 \angle -0,85^\circ = 315,86 \angle -0,87^\circ \text{ A} \\
 \overline{V}_1 &= \Delta \overline{V} + \overline{V}_2 = \overline{Z}_1 \cdot \overline{I}_{12} + \overline{V}_2 = 67,99 \angle 0,03^\circ \text{ kV} \\
 \Delta \overline{I}_1 &= \overline{V}_1 \cdot \frac{\overline{Y}}{2} = 3,19 \angle 1,58^\circ \text{ A} \quad \overline{I}_1 = \overline{I}_{12} + \Delta \overline{I}_1 = 313,46 \angle -0,83^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

Sl. 4.6. Ručni izračun (2)

$$\overline{S}_1 = 3 \cdot \overline{V}_1 \cdot \overline{I}_1^* = 3 \cdot 67,99 \cdot 10^3 \cdot 0,0139 \cdot 313,46 \cdot 0,83$$

$$\overline{S}_1 = 42,49 + j47,78 \text{ MVA}$$

$$\overline{A} = \left(1 + \frac{\overline{Z}_1 \overline{Y}_1}{2} \right) = 0,9994 \angle 3,4$$

$$\overline{B} = \overline{Z}_1 = 14,51 \angle 1,05$$

$$\overline{C} = \overline{Y}_1 \left(1 + \frac{\overline{Z}_1 \overline{Y}_1}{4} \right) = 4,69 \cdot 10^{-5} \angle 1,57$$

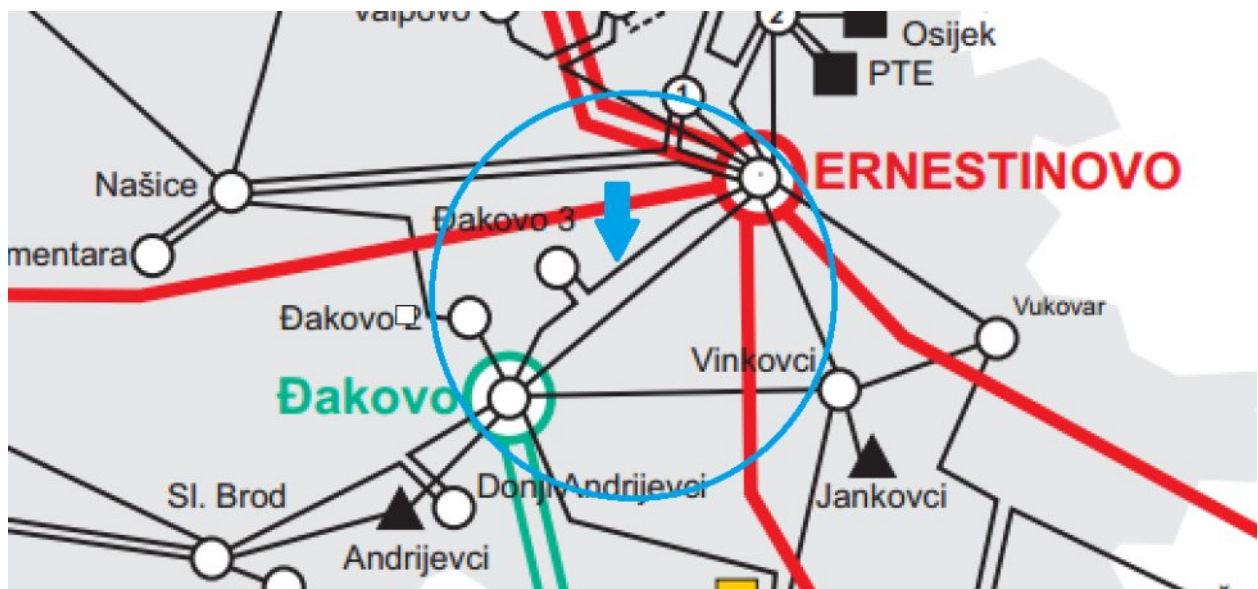
$$\overline{D} = \overline{A} = 0,9994 \angle 3,4$$

Sl. 4.7. Ručni izračun (3)

5. PRIMJER PRORAČUNA FREKVENCIJSKI OVISNOG MODELA

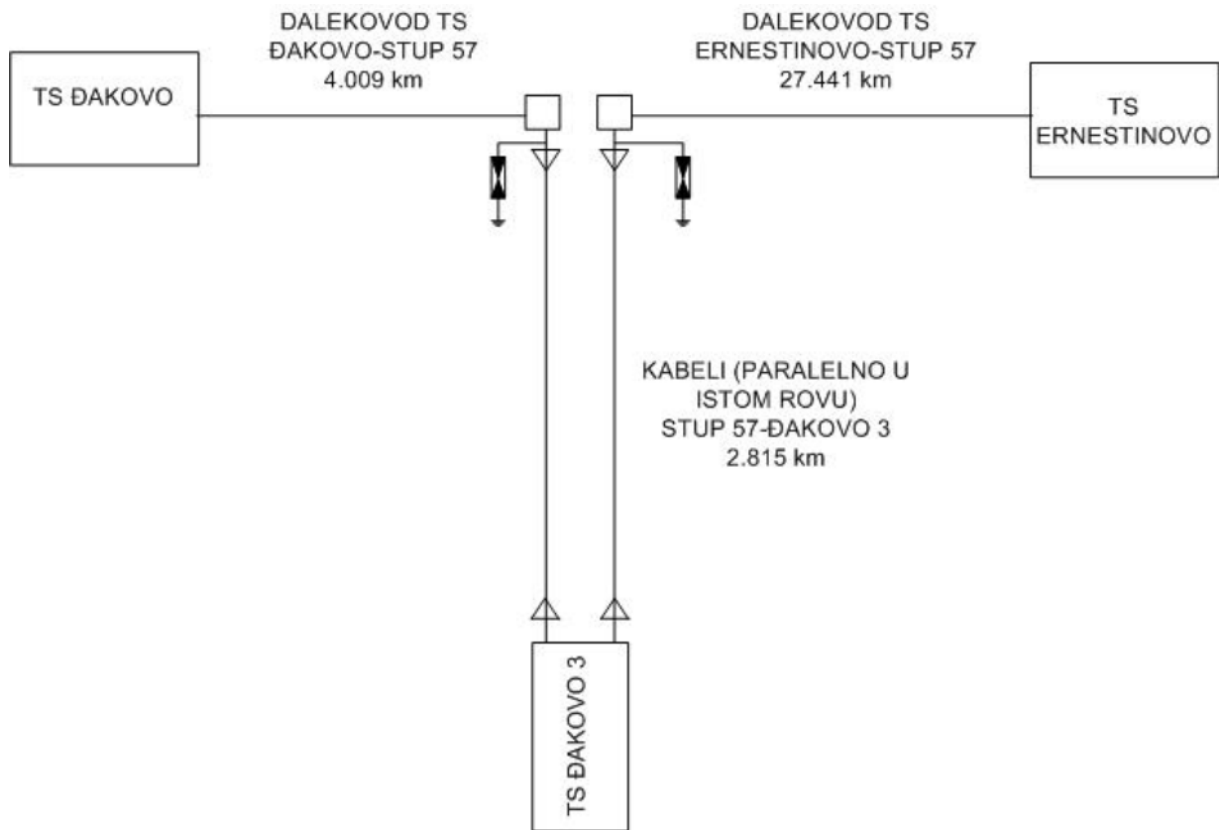
Za zadani 110 kV dalekovod Ernestinovo-Đakovo 3 – Đakovo (Sl. 5.1.) izvršena je simulacija udara munje u zaštitno uže dalekovoda. Neka se promatra problem udara munje u zaštitno uže dalekovoda i posljedice na kabel. Budući da se radi o prijelaznoj pojavi uzrokovanoj udarom munje, nije pogodno koristiti frekvencijski neovisne modele, već se upotrebljava frekvencijski ovisan model. Prilikom rješavanja ovog primjera korišten je programski alat ATP-EMTP te modul ATPDraw.

Napomena: primjer je preuzet iz literature [8].

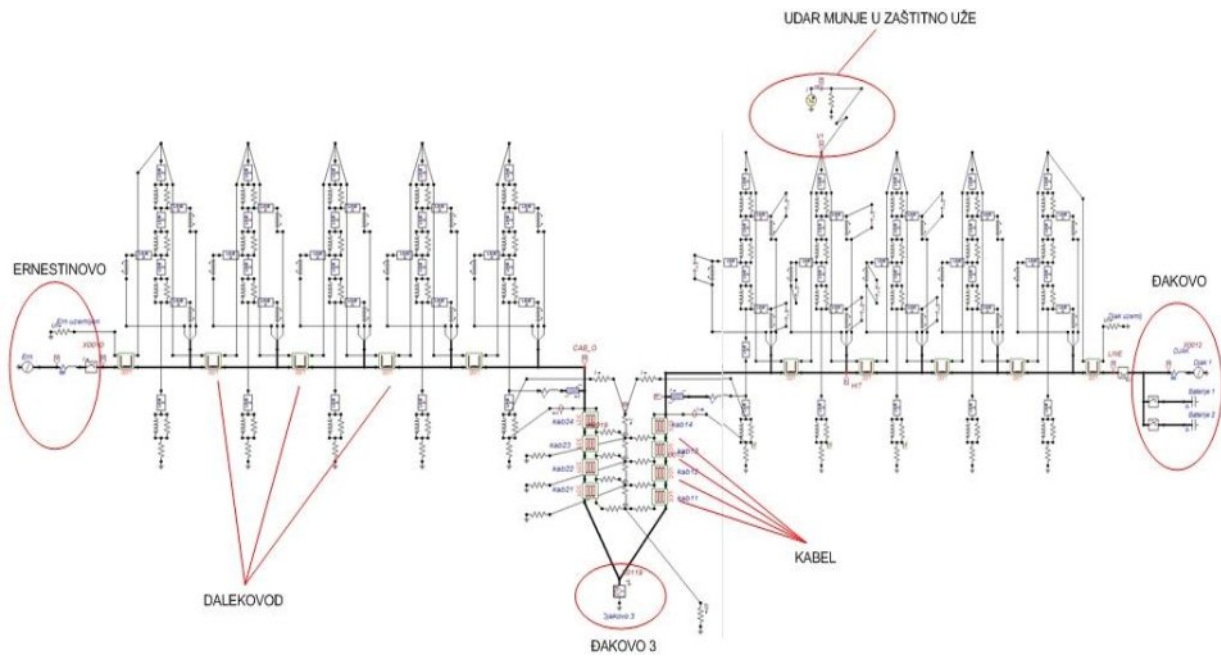


Sl. 5.1. Isječak iz sheme Hrvatske prijenosne mreže

Naime, postojeći dalekovod Ernestinovo – Đakovo je prekinut na stupu 57 kod kojega je izveden prijelaz na dva 110 kV kabela (Nexans) koji napajaju novu stanicu Đakovo 3. Tako je dobiveno dvostrano napajanje nove stanice (iz Đakova i iz Ernestinova). Na mjestu prijelaza nadzemni vod – kabel instalirani su odvodnici prenapona ABB Pexlim Q. Načelni jednopolni prikaz mreže je dan na slici 5.1.



Sl. 5.1. Jednopolni prikaz analizirane mreže [8]



Sl. 5.2. ATPDraw model [8]

Dalekovodi i kabeli su modelirani frekvencijski ovisnim JMarti modelom. Udar munje je modeliran pomoću Heidlerove funkcije:

$$i(t) = \frac{I_m}{\eta} \cdot \frac{(t/\tau_1)^n}{(t/\tau_1)^n + 1} \cdot e^{(-t/\tau_2)} \quad (5-1)$$

$$\eta = e^{\left[-(\tau_1/\tau_2)(\eta\tau_2/\tau_1)^{1/n}\right]} \quad (5-2)$$

gdje su: $I_m = 100 \text{ kA}$ – vršna vrijednost struje udara

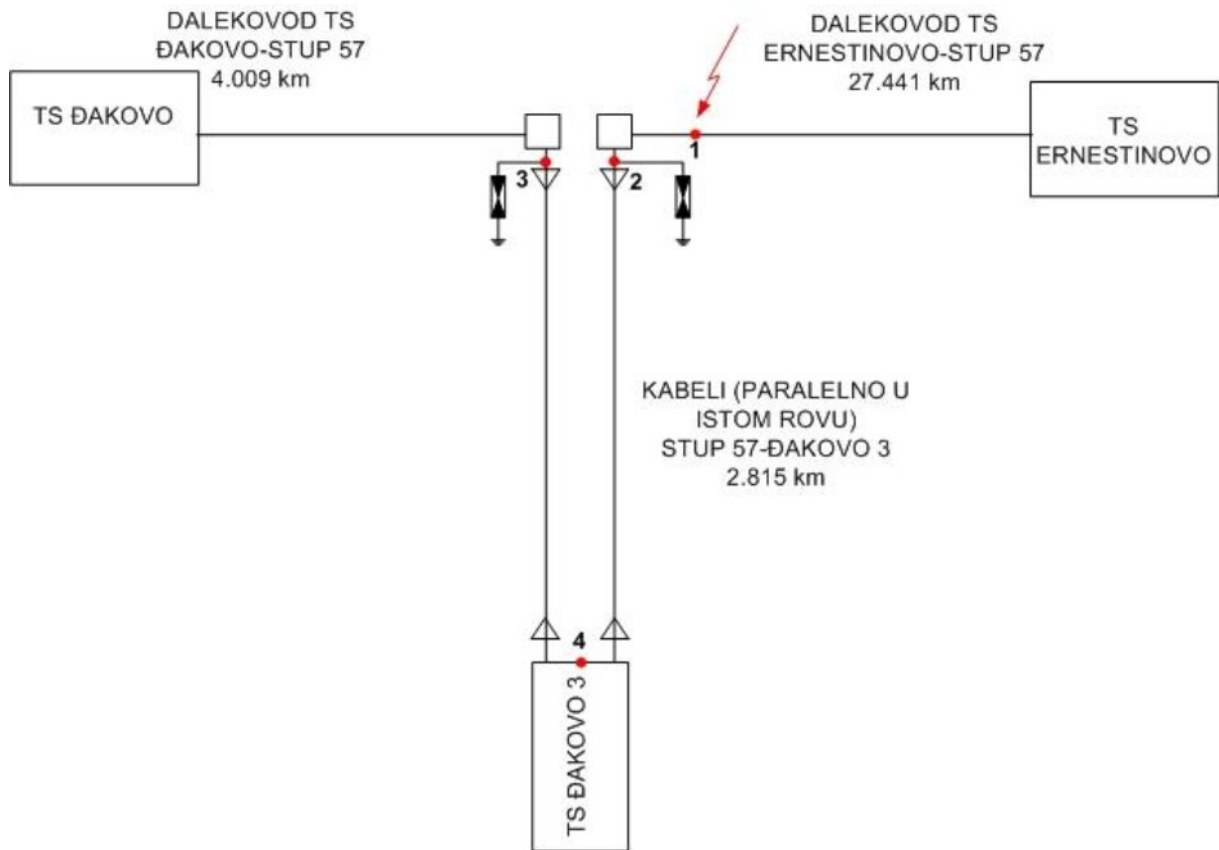
$\tau_1 = 1.2 \text{ } \mu\text{s}$ – trajanje čela

$\tau_2 = 61.2 \text{ } \mu\text{s}$ – trajanje udara. Interval između $t=0$ i trenutka kada funkcija padne na

37% vršne vrijednosti.

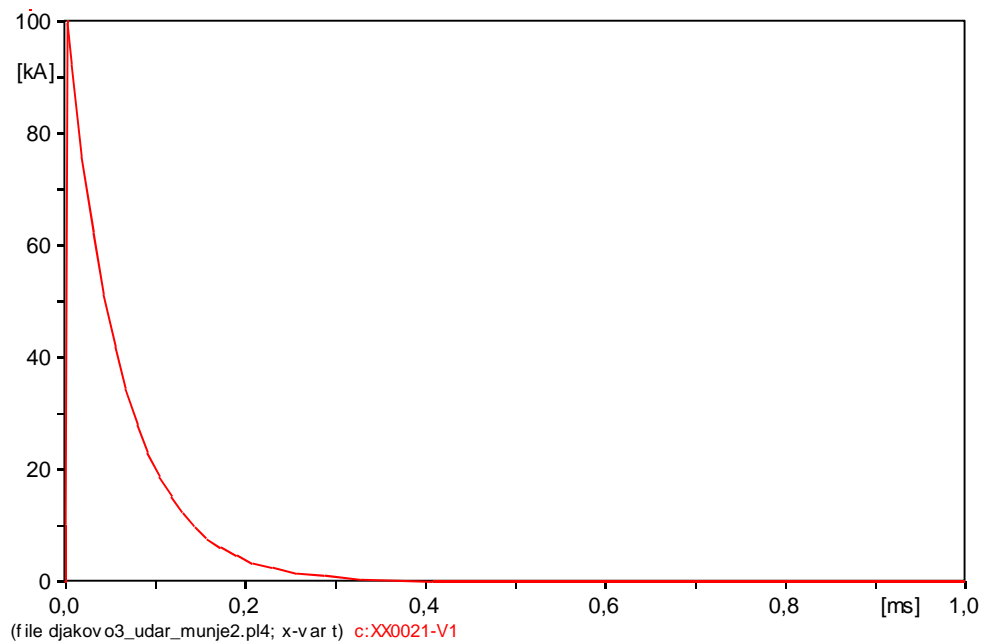
$n = 7$ – faktor koji određuje brzinu porasta funkcije. Veći n , veća strmina.

Rezultati simulacije se nalaze na slikama od 5.4. do 5.9. Trajanje simulacije je 0.001 s. Mjesto udara je zaštitno uže drugog stupa gledano od stupa 57 prema Đakovu. Radi lakšeg snalaženja na slici 5.3. označena su mjesta na kojima se mogu promatrati struje i/ili naponi [8].

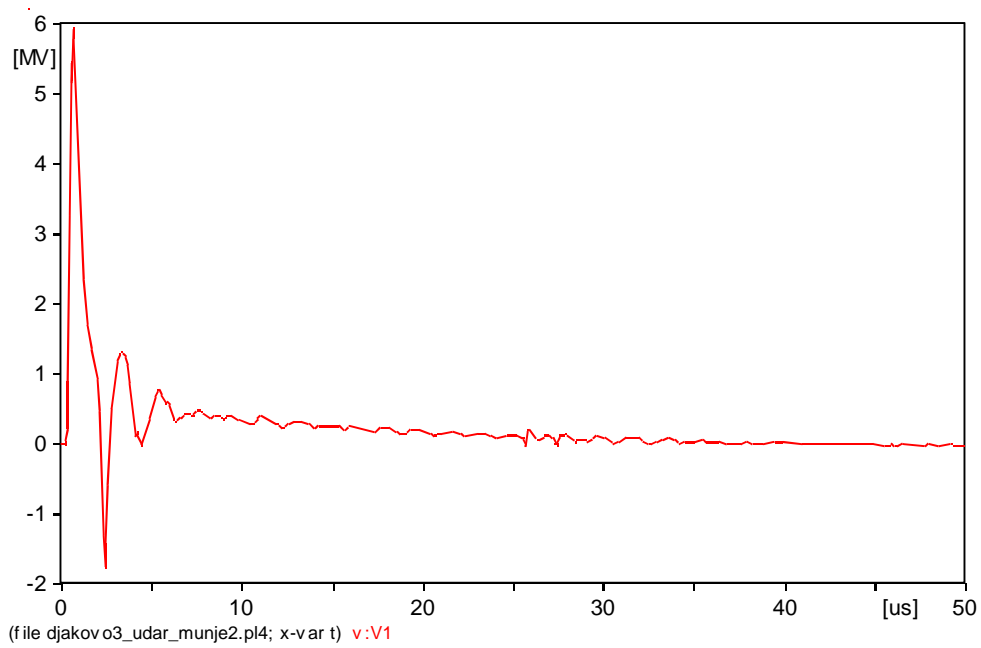


Sl. 5.3. Prikaz lokacija za koje je moguća simulacija

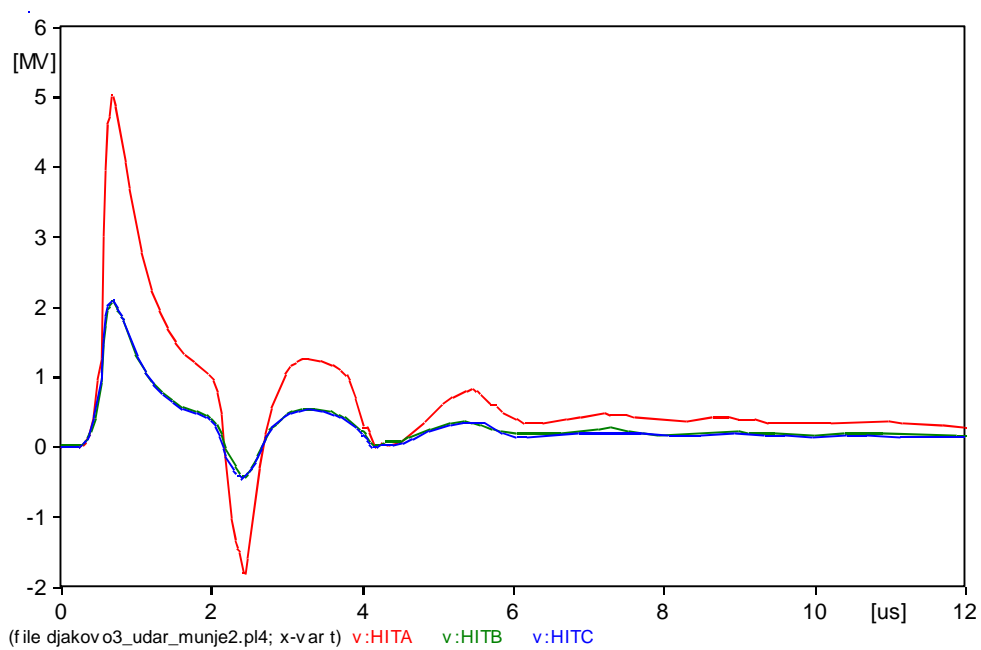
Napomena: odabrane lokacije pod brojem 1. i 4.



Sl. 5.4. Struja na mjestu udara munje u zaštitno uže (lokacija 1)



Sl. 5.5. Napon na mjestu udara munje u zaštitno uže (lokacija 1)

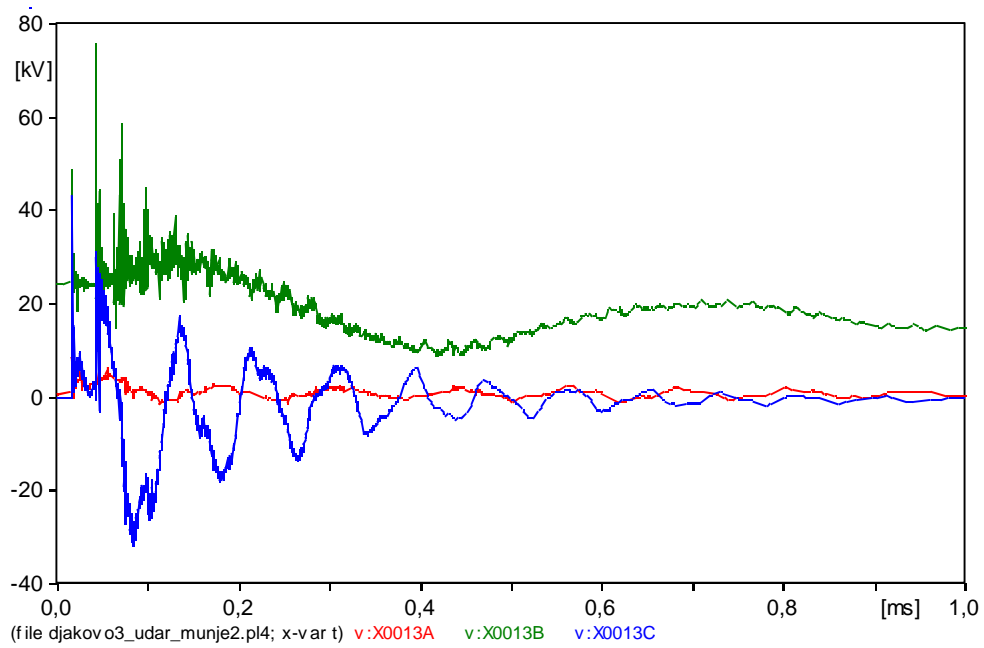


Sl. 5.6. Napon na faznim vodičima pogođenog stupa (lokacija 1)

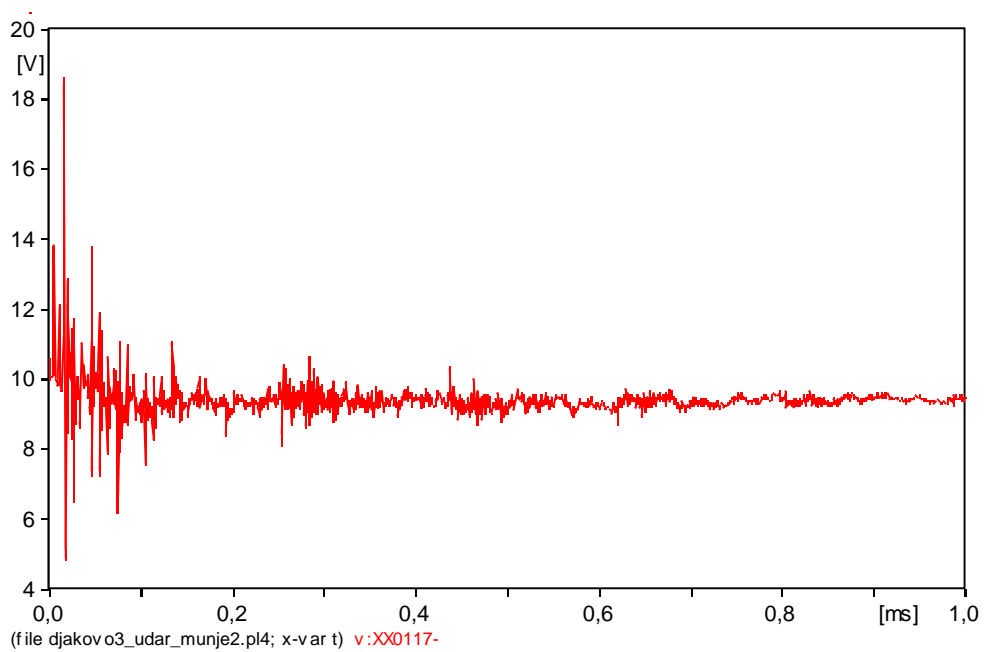
crvena – faza A (vršna vrijednost = 5 MV),

plava – faza B (vršna vrijednost = 2 MV),

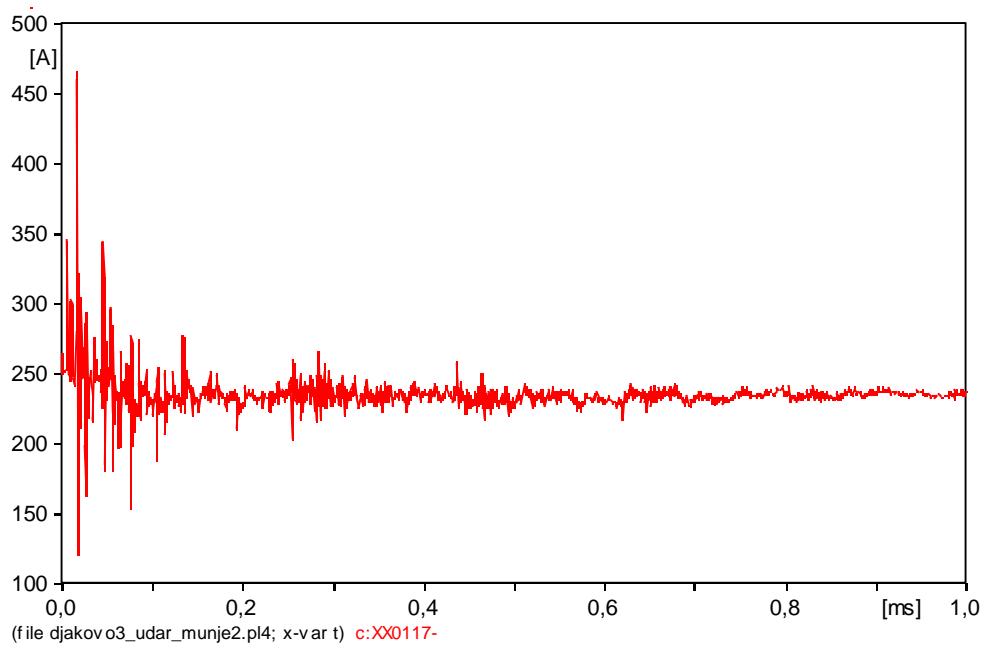
zelena – faza C (vršna vrijednost = 2 MV).



Sl. 5.7. Naponi na sabirnicama stanice TS Đakovo 3 (lokacija 4)



Sl. 5.8. Napon uzemljivača u stanici TS Đakovo- 3 (lokacija 4)



Sl. 5.9. Struja uzemljivača u stanici TS Đakovo 3 (lokacija 4)

6. ZAKLJUČAK

U ovom završnom radu obrađeni su matematički modeli dalekovoda korišteni pri različitim proračunima u EES. Osnovni zadatak bio je podijeliti postojeće modele u skupine i pokazati razliku između frekvencijski ovisnih modela i modela sa konstantnom frekvencijom. Proračun modela sa konstantom frekvencijom omogućio nam je da se upoznamo sa dugim vodom prilikom čega uzimamo u obzir mali djelić voda Δx primijenjujući prijenosne jednadžbe kako bismo izračunali željene parametre i srednje dugim vodom prilikom čega koristimo približnu π -shemu i konstante prijenosa \bar{A} \bar{B} \bar{C} \bar{D} . Na nekoliko primjera u programskom jeziku MATLAB pokazan je vrlo jednostavan postupak računanja željenih veličina dok smo u programskom jeziku ATP-EMTP prikazali frekvencijski ovisan dalekovod Ernestinovo–Đakovo 3 – Đakovo prilikom udara munje. Računanjem željenih podataka pomoću gore navedenih programskih alata možemo zaključiti da programski alati MATLAB i ATP-EMTP sa velikom točnošću izračunavaju tražene veličine.

6. LITERATURA

- [1] Jozsa, Lajos, Teorija prijenosa električne energije, predavanje (prezentacija), 2015/2016. <<[Mrežno]. Dostupno :
https://loomen.carnet.hr/pluginfile.php/330870/mod_resource/content/3/3_Teorija%20prijenosa%20elektricne%20energije.pdf. [Pokušaj pristupa 06 09 2016]
- [2] Saada, Hadi, Power System Analysis, Milwaukee School of Engineering, Milwaukee, 2003.
- [3] Jozsa, Lajos, Četveropol u teoriji prijenosa, predavanje (prezentacija), 2015/2016. <<[Mrežno]. Dostupno :
https://loomen.carnet.hr/pluginfile.php/353287/mod_resource/content/2/6_Cetveropol%20u%20teoriji%20prijenosa.pdf. [Pokušaj pristupa 06 09 2016]
- [4] Ožegovi, Marija; Ožegović, Karlo, Električne energetske mreže II. FESB, Split, 1996.
- [5] Knežević, Goran; Nikolovski, Srete; Fekete, Krešimir; Kovač, Zoran. Computer Modeling, Measurement and Simulation of Stationary and Faulty Conditions on Dual 400 kV Transmission Line Ernestinovo-Pecs. // *International journal Advanced Engineering*. Vol. 5 (2011) , No.1; 35-46 (članak, znanstveni). [Mrežno]. Dostupno: <http://bib.irb.hr/prikazi-rad?rad=527117>. [Pokušaj pristupa 06 09 2016]
- [6] Jozsa, Lajos, Nadomjesne sheme elemenata mreže, predavanje (prezentacija), 2015/2016. <<[Mrežno]. Dostupno :
https://loomen.carnet.hr/pluginfile.php/353286/mod_resource/content/2/5_Nadomjesne%20sheme%20elemenata%20EES.pdf. [Pokušaj pristupa 06 09 2016]
- [7] Akihiro Ametani, Naoto Nagaoka, Yoshihiro Baba, Teruo Ohno, Power System Transients: Theory and Applications, Taylor and Francis Group by CRC Press, 2013.
- [8] Fekete, Krešimir; Nikolovski, Srete; Knežević, Goran; Stojkov, Marinko; Kovač, Zoran. Simulation of Lightning Transients on 110 kV Overhead-Cable Transmission Line Using ATP-EMTP // Proceedings of the 15th IEEE Mediterranean Electromechanical Conference /

Edward
Malta, 2010. 856-861

Gatt

(ur.).

6. SAŽETAK

Naslov: Matematički modeli dalekovoda korišteni za različite proračune u EES

U ovom završnom radu obrađeni su matematički modeli dalekovoda sa konstantnom frekvencijom i frekvencijski ovisni modeli pomoću kojih određujemo prilike na dalekovodu. Za dugi vod promatramo mali dijelac voda Δx i koristimo prijenosne jednačbe dok za srednji koristimo približnu π -shemu i konstante prijenosa za koje je prikazan račun u MATLAB-u. Za frekvencijski ovisni modele definirane su jednačbe i simuliran dalekovod Ernestinovo-Đakovo 3 - Đakovo u ATP-EMTP, te je dan zaključak za cjelokupan završni rad.

Ključne riječi: matematički modeli dalekovoda, prijenosne jednačbe, π -shema, MATLAB, ATP-EMTP

6. ABSTRACT

Title: Mathematical models of transmission lines used for various calculations in electrical power systems.

This final paper deals with the mathematical models of transmission lines with constant frequency and frequency-dependent models by which we determine the conditions on the transmission line. In the long line we observe a small fraction of the transmission line Δx and use portable equation while for the medium transmission line we use approximate π -scheme and the line constants which is illustrated in MATLAB. We defined equations for frequency-dependent models and simulated transmission line Ernestinovo-Đakovo 3 - Đakovo in ATP-EMTP, and the entire final work was summarized

Keywords: mathematical models of transmission lines, transmission equation, π -scheme, Matlab, ATP-EMTP, electrical power system

6. ŽIVOTOPIS

Srđan Jankić rođen u Somboru, 31.08.1994. godine. Pohađao je Osnovnu školu Siniše Glavaševića i Osnovnu školu Dragutina Tadijanovića u Vukovaru. U osnovnoj školi sudjeluje na školskim natjecanjima iz biologije i matematike. Nakon završetka osnovne škole, 2009. Godine upisuje opću Gimnaziju u Vukovaru. 2013 godine, završetkom gimnazije i povodom rezultata na državnoj mature, upisuje Fakultet elektrotehnike, računarstva, i informacijskih tehnologija.

6.PRILOG

P.2.1.

$z = 0.045 + j \cdot 4$; $y = j \cdot 4.0 / 1000000$; Length = 250;

$\gamma = \sqrt{z \cdot y}$; $Z_c = \sqrt{z/y}$;

$A = \cosh(\gamma \cdot \text{Length})$; $B = Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot \text{Length})$;

$C = 1/Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot \text{Length})$; $D = A$;

ABCD = [A B; C D]

$Z = B$; $Y = 2/Z_c \cdot \tanh(\gamma \cdot \text{Length}/2)$

P.4.1.

$r = 0.036$; $g = 0$; $f = 60$;

$L = 0.8$; % milli-Henry

$C = 0.0112$; % micro-Farad

Length=130; VR3ph = 345;

VR = VR3ph/sqrt(3) +j=0; % kV (receivingendphasevoltage)

[Z, Y, ABCD] = rlc2abcd{ r,L,C,g,f, Length};

AR = acos(0.8);

SR = 270*(cos(AR)+j*sin(AR)); % MVA (receivingendpower)

IR = conj(SR)/(3*conj(VR)); % kA (receivingendcurrent)

VsIs = ABCD* [VR; IR]; % columnvector [Vs; Is]

Vs = VsIs(1);

Vs3ph = sqrt(3)*abs(Vs); % kV(sendingend L-L voltage)

```

Is= VsIs(2); Ism= 1000*abs(Is); % A(sendingendcurrent)

Pfs=cos(angle(Vs)-angle(Is)); % (sendingendpowerfactor)

Ss=3*Vs*conj(Is); % MVA (sendingendpower)

REG= (Vs3ph/abs(ABCD(1,1))- VR3ph * 100;

fprintf(' Is= %g A' , Ism) , fprintf(' pf = %g' , pfs)

fprintf(' Vs = %g L-L kV' , Vs3ph)

fprintf(' Ps= %g MW' , real(Ss)),

fprintf(' Qs= %g Mvar' , imag(Ss))

fprintf(' Percentvoltage Reg. = %g' , REG)

```

resultin

Enter 1 for Medium line or 2 for long line → 1

Nominal π model

$Z= 4,68 + j39.2071$ ohms

$Y=0+j 0.000548899$ siemens

P.4.2.

$z= .036 +j*0.3$; $y=j*4.22/1000000$; Length=130;

$Vs3ph = 345$; $Ism= 0.4$; % kA ;

$As= -acos(0.95)$;

$Vs=Vs3ph/sqrt(3) + j*0$; % kV (sendingendphasevoltage)

$Is= Ism*(cos(As) + j*sin(As))$;

```

[Z,Y, ABCD]= zy2abcd{z, y, Length};

VrIr= inv(ABCD)* [Vs;Is];    % columnvector [Vr; Ir]

Vr= VrIr(1);

Vr3ph = sqrt(3)*abs(Vr);    % kV(receivingend L-L voltage)

Ir = VrIr(2); Irm = 1000*abs(Ir); % A (receivingendcurrent)

Pfr=cos(angle(Vr)-angle(Ir)); %(receivingendpowerfactor)

Sr=3*Vr*conj(Ir);          $ MVA (receivingendpower)

REG= (Vs3ph/abs(ABCD(1,1))-Vr3ph)/Vr3ph*100;

fprintf(' Ir=%g A', Irm), fprintf(' pf = %g' , pfr)

fprintf(' Vr=%g L-L kV' , Vr3ph)

fprintf(' Pr= % MW' , real(Sr))

fprintf(' Qr = %g Mvar' , imag(Sr))

fprintf(' Percentvoltage Reg. = %g' , REG)

resultin

Enter 1 for Medium line or 2 for long line → 1

Nominal  $\pi$  model

Z= 4.68 + j 39 ohms

Y= 0 + j 0.0005486 siemens

```