

# Optimalni tokovi snaga u mrežama sa obnovljivim izvorima energije

---

**Magoč, Mihajlo**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:200:504310>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-27**

*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I  
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA**

**Sveučilišni studij**

**OPTIMALNI TOKOVI SNAGA U MREŽAMA SA  
OBNOVLJIVIM IZVORIMA ENERGIJE**

**Diplomski rad**

**Mihajlo Magoč**

**Osijek, 2017.**

**FERIT**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA  
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK

Obrazac D1: Obrazac za imenovanje Povjerenstva za obranu diplomskog rada

Osijek, 12.05.2017.

Odboru za završne i diplomske ispite

**Imenovanje Povjerenstva za obranu diplomskog rada**

<b>Ime i prezime studenta:</b>	Mihajlo Magoč
<b>Studij, smjer:</b>	Diplomski sveučilišni studij Elektrotehnika, smjer Elektroenergetika
<b>Mat. br. studenta, godina upisa:</b>	D-847, 06.10.2014.
<b>OIB studenta:</b>	16188510565
<b>Mentor:</b>	Doc.dr.sc. Krešimir Fekete
<b>Sumentor:</b>	
<b>Sumentor iz tvrtke:</b>	
<b>Predsjednik Povjerenstva:</b>	Doc.dr.sc. Zvonimir Klaić
<b>Član Povjerenstva:</b>	Zorislav Kraus
<b>Naslov diplomskog rada:</b>	Optimalni tokovi snaga u mrežama sa obnovljivim izvorima energije
<b>Znanstvena grana rada:</b>	<b>Elektroenergetika (zn. polje elektrotehnika)</b>
<b>Zadatak diplomskog rada:</b>	U radu je potrebno dati teorijski opis proračuna optimalnih tokova snaga u elektroenergetskom sustavu. Potrebno je dati poseban osvrt na proračune optimalnih tokova snaga u mrežama sa obnovljivim izvorima energije. Izvršiti proračun optimalnih tokova snaga na primjeru mreže sa prisutnim obnovljivim izvorima energije u dostupnom računalnom programu.
<b>Prijedlog ocjene pismenog dijela ispita (diplomskog rada):</b>	Izvrstan (5)
<b>Kratko obrazloženje ocjene prema Kriterijima za ocjenjivanje završnih i diplomskih radova:</b>	Primjena znanja stečenih na fakultetu: 3 bod/boda Postignuti rezultati u odnosu na složenost zadatka: 3 bod/boda Jasnoća pismenog izražavanja: 3 bod/boda Razina samostalnosti: 3 razina
<b>Datum prijedloga ocjene mentora:</b>	12.05.2017.
Potpis mentora za predaju konačne verzije rada u Studentsku službu pri završetku studija:	Potpis:
	Datum:

**FERIT**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA  
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA **OSIJEK****IZJAVA O ORIGINALNOSTI RADA**

Osijek, 03.06.2017.

**Ime i prezime studenta:**

Mihajlo Magoč

**Studij:**

Diplomski sveučilišni studij Elektrotehnika, smjer Elektroenergetika

**Mat. br. studenta, godina upisa:**

D-847, 06.10.2014.

**Ephorus podudaranje [%]:**

1%

Ovom izjavom izjavljujem da je rad pod nazivom: **Optimalni tokovi snaga u mrežama sa obnovljivim izvorima energije**

izrađen pod vodstvom mentora Doc.dr.sc. Krešimir Fekete

i sumentora

moj vlastiti rad i prema mom najboljem znanju ne sadrži prethodno objavljene ili neobjavljene pisane materijale drugih osoba, osim onih koji su izričito priznati navođenjem literature i drugih izvora informacija.

Izjavljujem da je intelektualni sadržaj navedenog rada proizvod mog vlastitog rada, osim u onom dijelu za koji mi je bila potrebna pomoć mentora, sumentora i drugih osoba, a što je izričito navedeno u radu.

**Potpis studenta:**

# SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. OPTIMALNI TOKOVI SNAGA .....	2
2.1. Tokovi snaga .....	2
2.2. Optimalni tokovi snaga .....	5
3. METODE ZA PRORAČUN OPTIMALNIH TOKOVA SNAGA .....	8
3.1. Newtonova metoda .....	8
3.1.1. Zanemarivanje ograničenja voda .....	8
3.1.2. Uzimanje u obzir ograničenja voda .....	16
3.2. Gradijent metoda .....	18
3.2.1. Zanemarivanje ograničenja nejednadžbi .....	19
3.2.2. Uzimanje u obzir ograničenja nejednadžbi .....	22
3.3. Linearno programiranje .....	23
3.3.1. Simpleks metoda .....	23
3.3.2. Linearno programiranje optimalnih tokova snaga .....	24
4. MREŽA S OBNOVLJIVIM IZVORIMA ENERGIJE .....	26
5. SIMULACIJA .....	28
5.1. Opis simulacije .....	28
5.2. Opis sustava i ulazni podaci .....	30
5.2.1. Električni podaci .....	32
5.2.2. Opterećenja .....	33
5.2.3. Termoelektrane .....	36
5.2.4. Vjetroelektrana .....	36
5.2.5. Hidroelektrane .....	38
5.2.6. Troškovi proizvodnje .....	44
5.3. Rezultati simulacije .....	45
5.3.1. Prvi scenarij .....	45
5.3.2. Drugi scenarij .....	48
5.3.3. Treći scenarij .....	51
5.3.4. Međusobna usporedba tri scenarija .....	53
6. ZAKLJUČAK .....	56
LITERATURA .....	58
SAŽETAK .....	60
ABSTRACT .....	61

ŽIVOTOPIS .....	62
PRILOZI.....	63

# 1. UVOD

Elektroenergetski sustav (EES) je sastavljen od proizvodnih postrojenja, distribucijske i prijenosne mreža, te potrošača električne energije. Zadatak EES-a je u svakom trenutku zadovoljiti potrošnju (uvećanu za gubitke) odgovarajućom proizvodnjom. Na taj se način osigurava stabilnost EES-a, dok se ekonomičnost rada EES-a postiže smanjivanjem troškova proizvodnje. Upravo se integracijom obnovljivih izvora energije mogu smanjiti neki od troškova, dok se istovremeno može narušiti stabilnost. Kako bi EES radio stabilno i ekonomično, potrebno je koristiti optimizacijske postupke koji se temelje na analizi tokova snaga.

Rad čija je tema *Optimalni tokovi snaga u mrežama s obnovljivim izvorima energije* sastavljen je od dva djela, teorijskog pregleda i praktičnog primjera.

Teorijski pregled proteže se kroz drugo, treće i četvrto poglavlje te prikazuje teorijsku podlogu važnu za razumijevanje praktičnog primjera. U drugom su poglavlju opisane osnove tokova snaga i optimalni tokovi snaga, a treće poglavlje daje pregled metoda za proračun optimalnih tokova kao što su *Newtonova metoda*, *Gradijent metoda* i *Linearno programiranje*. Četvrto poglavlje opisuje integraciju obnovljivih izvora energije u elektroenergetski sustav.

Nakon teorijskog pregleda uslijediti će praktični dio koji predstavlja simulaciju optimalnih tokova snaga prikazanu u petom poglavlju. Simulacija optimalnih tokova snaga obrađena je u *PowerWorld* programskom paketu te prikazuje kako integracija obnovljivih izvora energije utječe na optimalne tokove snaga unutar cijelog sustava, uz minimalne troškove proizvodnje. Obnovljivi izvori energije u simulaciji su predstavljeni vjetroelektranama koje, osim što danas proizvode najviše električne energije od svih obnovljivih izvora u Hrvatskoj, predstavljaju i najveći izazov u vođenju EES-a zbog nemogućnosti regulacije i skladištenja energije.

## 2. OPTIMALNI TOKOVI SNAGA

### 2.1. Tokovi snaga

Glavni zadatak EES-a jest opskrba potrošača električnom energijom uz odgovarajuću kvalitetu i pouzdanost. Pod opskrbom električne energije smatra se dovođenje djelatne snage od izvora do potrošača [1].

Znatan dio potrošača pored djelatne zahtijeva i jalovu snagu koju također treba proizvesti i prenositi. Manjak jalove snage rezultira smanjenjem napona. Dakle, regulacija jalovih snaga i regulacija napona predstavljaju povezani pogonski zadatak istog značaja kao i održavanje ravnoteže djelatnih snaga u mreži [2]. Postizanje takve ravnoteže unutar sustava, s ciljem održavanja konstantnog napona, izvršavaju se analize električnih prilika u mreži kao što su proračuni tokova snaga.

Prema [3], svaki proračun tokova snaga i napona zahtijeva određeni broj definiranih sabirničkih uvjeta. Za svaku sabirnicu vezane su četiri veličine: *djelatna snaga*, *jalova snaga*, *modul napona* i *fazni kut napona*. Najmanje dvije od navedenih četiri veličina moraju biti poznate u jednadžbama, a prema poznatim veličinama, klasificirane su vrste čvorova. Tako se razlikuju: *referentni čvor*, *čvor s opterećenjem* i *generatorski čvor*.

Referentni čvor odgovara sabirnicama regulacijske elektrane za koju su zadani modul i fazni kut napona. Za regulacijsku elektranu mora biti definirana rezerva snage jer ona pokriva djelatne i jalove gubitke koji nisu poznati na početku, nego tek na kraju proračuna.

Sabirnice s opterećenjem definirane su zadanom djelatnom i jalovom snagom, a za njih se računa iznos i kut napona.

Kod generatorskog čvora unaprijed je određena djelatna snaga i modul napona. Jalova se snaga prilagodi zbog postizanja zadanog iznosa napona. Za generatorski čvor zadana je gornja i donja granica jalove snage koja se može proizvesti na tim sabirnicama.

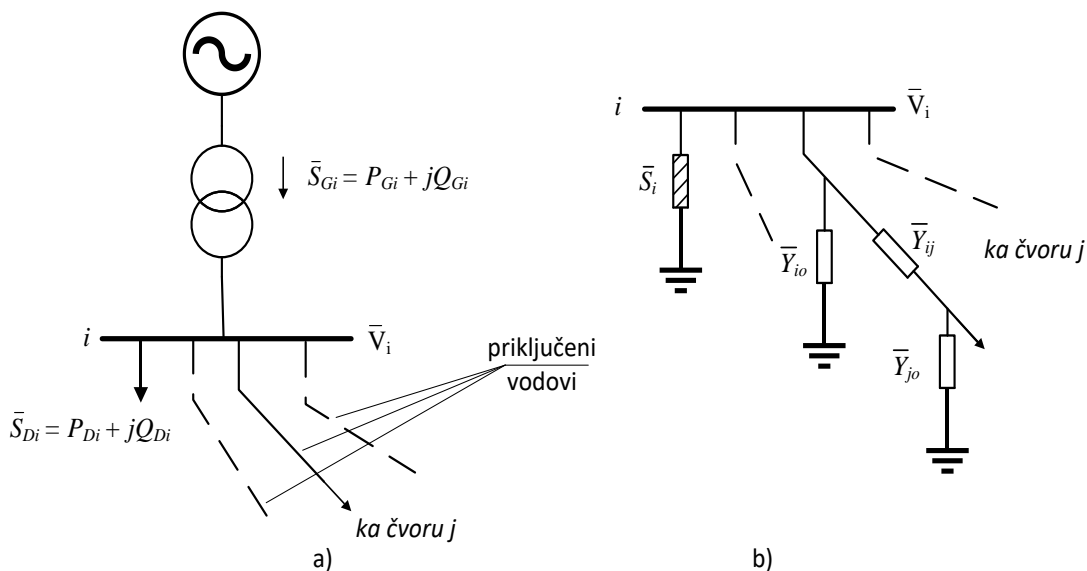
Proračun tokova snaga započinje određivanjem modela mreže u kojem se svaki element mreže prikazuje svojim nadomjesnim modelom. Na osnovi pretpostavke da su naponske prilike u mreži simetrične, model mreže prikazuje se jednopolno.

Prema [3], za određivanje jednadžbi čvorova i tokova snaga, potrebno je definirati neto snagu čvora  $i$   $\bar{S}_i$  kao razliku kompleksnih prividnih snaga generatora  $\bar{S}_{Gi}$  i potrošača  $\bar{S}_{Di}$ :



$$\bar{S}_i = P_i + jQ_i = \bar{S}_{Gi} - \bar{S}_{Di} = P_{Gi} - P_{Di} + j(Q_{Gi} - Q_{Di}) \quad (2-1)$$

Slika 2.1-a prikazuje čvor  $i$  sa snagom elektrane  $\bar{S}_{Gi}$  i snagom opterećenja  $\bar{S}_{Di}$ , a slika 2.1-b prikazuje simbol za neto čvorišnu snagu  $\bar{S}_i$  koja se može shvatiti kao neto snaga injektirana u čvor  $i$  posredstvom nadomjesnog, „sabitničkog izvora“.



Sl. 2.1. Pojednostavljeni prikaz čvora  $i$

a) s generatorom, potrošačima i prijenosnim vodovima

b) sa simbolom za neto čvorišnu snagu i prijenosnim vodovima [3]

Prema [3], neto prividna snaga  $\bar{S}_i$  i čvorišna struja  $\bar{I}_i$  povezani su izrazom za snagu:

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^* \quad (2-2)$$

Prema matricnoj jednadžbi  $\underline{I}_k = \underline{Y}_k \underline{V}_k$ , gdje je  $\underline{Y}_k$  matrica admitancije čvorova,  $\underline{I}_k$  kompleksne čvorišne struje,  $\underline{V}_k$  fazni napon čvorova, odnosno prema proširenom obliku (2-3), moguće je dobiti struju čvora  $i$  (2-4).

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_i \\ \vdots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} & \cdots & \bar{y}_{1i} & \cdots & \bar{y}_{1n} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22} & \cdots & \bar{y}_{2i} & \cdots & \bar{y}_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{y}_{i1} & \bar{y}_{i2} & \cdots & \bar{y}_{ii} & \cdots & \bar{y}_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{y}_{n1} & \bar{y}_{n2} & \cdots & \bar{y}_{ni} & \cdots & \bar{y}_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_i \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

$$\bar{I}_i = \bar{y}_{i1}\bar{V}_1 + \bar{y}_{i2}\bar{V}_2 + \cdots + \bar{y}_{ii}\bar{V}_i + \cdots + \bar{y}_{in}\bar{V}_n = \sum_{j=1}^n \bar{y}_{ij}\bar{V}_j \quad (2-4)$$

Prema jednadžbama (2-2) i (2-4) neto snaga čvora  $i$  je:

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i \sum_{j=1}^n \bar{y}_{ij}^* \bar{V}_j^* \quad (2-5)$$

Kompleksni naponi  $\bar{V}_i$  se svode na istu referentnu os koja prema dogovoru pada u smjeru fazora napona referentnog čvora, odnosno čvora br. 1.

$$\bar{V}_i = V_i \angle \delta_i ; i = 2, 3, \dots, n \quad (2-6)$$

Prema tome, za referentni čvor vrijedi:

$$\bar{V}_i = V_i \angle 0^\circ \quad (2-7)$$

Kompleksni elementi  $\bar{y}_{ij}$  matrice admitancije čvora  $\underline{Y}_k$  uz pomoć polarnih koordinata prikazuju se kao [3]:

$$\bar{y}_{ij} = y_{ij} \angle \theta_{ij} ; i = j = 1, 2, \dots, n \quad (2-8)$$

Uzmu li se u obzir prethodne jednadžbe, te jednadžbu za neto snagu čvora  $i$  (2-5), dobije se sljedeći izraz:

$$P_i + jQ_i = \sum_{j=1}^n V_i V_j y_{ij} e^{j(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})} ; i = 1, 2, \dots, n \quad (2-9)$$

Iz ovog se izraza zatim lako daju odvojiti djelatna i jalova snaga, čime su predstavljene jednadžbe tokova snaga [3]:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} = \sum_{j=1}^n V_i V_j y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) ; i = 1, 2, \dots, n \quad (2-10)$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} = \sum_{j=1}^n V_i V_j y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) ; i = 1, 2, \dots, n \quad (2-11)$$

## 2.2. Optimalni tokovi snaga

Optimalne tokove snaga prvi je uveo Carpentier 1962. godine. Cilj optimalnih tokova snaga jest pronaći optimalne postavke određene mreže elektroenergetskog sustava koje optimiziraju funkciju cilja, najčešće proizvodne troškove, a ujedno zadovoljavaju jednadžbe tokova snaga, sigurnost sustava i radna ograničenja mrežnih komponenti [4]. Kako bi se bolje razumjeli optimalni tokovi snaga, potrebno je opisati optimizaciju.

Optimizacija se, prema [5], definira kao grana matematike koja se bavi određivanjem „najboljeg“ rješenja određenog, matematički definiranog problema. Optimizacijom se teži minimiziranju negativnih efekata ili maksimiziranju pozitivnih efekata na način da se traži ekstremna vrijednost funkcije cilja:

$$(\min/\max) f(x) \quad (2-12)$$

uz uvjete:

$$g_i(x) = 0 ; i = 1, 2, \dots, m \quad (2-13)$$

$$h_j(x) \leq 0 ; j = 1, 2, \dots, p$$

$$x \geq 0 \quad (2-14)$$

Svaki sustav funkcionira i ostvaruje ciljeve pod određenim uvjetima koji su definirani ograničenjima (2-13). Ona mogu biti definirana kao ograničenja jednadžbi kojih ima  $m$  i kao ograničenja nejednadžbi kojih ima  $p$ . Izraz (2-14) naziva se ograničenjem varijabli. Funkcija  $f(x)$  predstavlja funkciju cilja, odnosno funkciju koja matematički opisuje cilj optimizacije.

Kod proračuna optimalnih tokova snaga funkcija cilja najčešće je minimiziranje troškova proizvodnje, dok se ponekad u obzir uzima i minimiziranje gubitaka u sustavu. Minimiziranje

troškova proizvodnje znači proizvodnju zahtijevane električne energije uz angažiranje minimuma materijalnih sredstava, a uz zadovoljavanje uvjeta ograničenja. Iz spomenutoga kriterija optimalnosti proizlazi da se funkcijom cilja mora definirati struktura troškova proizvodnje. Ako se pri tome ima u vidu da se na fiksni dio proizvodnih troškova ne može utjecati mijenjanjem radnih režima elektrana, očito je da će se najjeftinije proizvoditi pri minimumu srazmjernih troškova.

U EES-u koji ima i hidroelektrane i termoelektrane, osnovni srazmjerni troškovi su troškovi za gorivo u termoelektranama (vađenje, prerada, transport) te se oni i izražavaju funkcijom cilja. Spomenuta činjenica znači da proizvodnju treba organizirati na način da se iz raspoloživog vodnog potencijala dobije maksimalna moguća količina energije, a da se energija iz termoelektrana realizira s najmanjim troškovima goriva. Pri optimiranju rada jednog složenog tehnno-ekonomskog sustava, na bazi ekonomskih kriterija, ne može se postići optimum i za cijeli sustav i za sve njegove dijelove pa se zbog toga zadatak mora rješavati na način da u prvom planu budu zadovoljeni opći interesi, a zatim i parcijalni [6].

Prema [7], elementi koji čine optimizacijski problem jesu parametri i varijable.

Parametre čine unaprijed poznate karakteristike sustava kao što su: topologija mreže, parametri mreže, funkcije troškova generatora te ograničenja. Ograničenja mogu biti, kako što je gore navedeno, predstavljena jednadžbama ili nejednadžbama. Kod jednadžbi kao primjer se ističe ravnoteža snaga na svakom čvoru (jednadžbe tokova snaga), dok se kod nejednadžbi može istaknuti ograničenje kontrolnih varijabli, radna ograničenja napona ili radna ograničenja tokova snaga. Vektor parametara je  $y$ .

Varijable su elementi čije se vrijednosti ne znaju unaprijed. One se dodatno dijele na varijable stanja i kontrolne varijable. Kontrolne varijable jesu varijable kojima se može direktno upravljati u procesu koji se optimizira, a takve su: djelatna snaga na izlazu iz proizvodnih jedinica, napon proizvodnih jedinica, položaj preklopke za promjenu faznog kuta, položaj preklopke za regulaciju prijenosnog omjera transformatora te status kompenzacijskih uređaja. Vektor kontrolnih varijabli je  $u$ . Varijable stanja opisuju odziv sustava na promjenu kontrolnih varijabli. Primjer varijable stanja je iznos napona na svakoj sabirnici, osim na generatorskoj sabirnici koja je kontrolna varijabla ili kut napona na svakoj sabirnici. Vektor varijabli stanja je  $x$ .

Kako bi se ova matematička podloga mogla primijeniti na stvarne elektroenergetske sustave, potrebna je određena računalna potpora za upravljanje elektroenergetskim sustavom. Takvu potporu pruža sustav za nadzor i prikupljanje podataka (SCADA- *Supervisory Control and Data Acquisition*) i sustav energetskeg menadžmenta (EMS-*Energy Management System*).

SCADA sustav za nadzor i prikupljanje podataka, prema [2], radi s funkcijama koje imaju *on-line* karakter u realnom vremenu i važan je zahtjev njihovog pouzdanog djelovanja u bilo kojem pogonskom stanju. Tipične funkcije SCADA sustava su prijem rezultata daljinskog mjerenja i daljinskih signala. Daljinska mjerenja, među kojima su tokovi djelatnih i jalovih snaga u vodovima, naponi sabirnica, frekvencija i slično te daljinski signali koje čine uklopna stanja prekidača i rastavljača, stanje regulacijske sklopke transformatora i drugo, dopijevaju iz upravljivih objekata u upravljačke centre preko telekomunikacijskih uređaja, posredstvom digitalnih telegrama ili analognih signala. Osim toga, SCADA se brine za njihovu primarnu kontrolu vjerodostojnosti, njihovu sistematizaciju, osvježavanje, prikazivanje i pohranjivanje.

EMS, odnosno sustav energetskeg menadžmenta je sustav koji obično ne funkcionira bez, gore opisanog, SCADA sustava. Može se reći kako EMS nastavlja s obradom podataka prikupljenih od strane SCADA sustava. Softveri EMS sustava prema njihovim se osobinama mogu svrstati u funkcije potpore pripreme pogona, upravljanje sustavom u realnom vremenu i analize pogona. Karakteristično je za EMS softvere da djeluju na osnovi analize pogonskog stanja, imaju razmjerno veliki aritmetički zahtjev i često koriste iterativne algoritme za rješavanje sustava nelinearnih jednadžbi. Često korištene EMS funkcije su: automatska regulacija djelatne snage generatora, procjena stanja, izrada voznog reda elektrana i automatska regulacija napona, analiza sigurnosti te proračun tokova snaga.

U funkciju proračuna tokova snaga, naravno, spada i proračun optimalnih tokova snaga. Zadatak mu je, kao što je na početku poglavlja već opisano, uzimanjem u obzir relativnih ograničenja, na primjer, graničnih vrijednosti proizvodnje, opterećenja i napona te iskorištenjem mogućnosti regulacije dano pogonsko stanje preurediti na način da sumarni troškovi proizvodnje, prijenosa i razdiobe budu minimalni. Točno definiranje zadatka proračuna nije lako, za *online* rješenje cjelokupnog problema optimalnih tokova snaga u realnom vremenu još nema kompletnog postupka. Algoritmi kojima je moguće doći do optimalnih tokova snaga u elektroenergetskom sustavu opisani su u sljedećem poglavlju.

### 3. METODE ZA PRORAČUN OPTIMALNIH TOKOVA SNAGA

Prema odabranoj funkciji cilja i ograničenjima postoje različite matematičke metode za problem optimalnih tokova snaga. One se ugrubo mogu podijeliti na: *linearni problem u kojem su funkcije cilja i ograničenja dani u linearnom obliku s kontinuiranim kontrolnim varijablama*, *nelinearni problem u kojem su funkcije cilja ili ograničenja ili oboje dani u nelinearnom obliku s kontinuiranim kontrolnim varijablama* te *mješoviti - cjelobrojni linearni problem gdje su kontrolne varijable diskretna i kontinuirana* [4].

U poglavlju su prikazana tri klasična algoritama za proračun optimalnih tokova snaga te opisane pojedinosti provedbe. Algoritmi uključuju tradicionalne metode kao što su *Newtonova metoda*, *Gradijent metoda* i *Linearno programiranje*.

U programima za proračune tokova snaga normalno su uključena sredstva za regulaciju napona pa se, na primjer, tijekom iteracijskog procesa u nekim koracima mijenjaju prijenosni omjeri regulacijskih transformatora na mjestima gdje je to potrebno [3].

Prema [8], da bi metoda za proračun optimalnih tokova snaga bila praktična, prihvatljivo je vrijeme izračuna ono koje je približno proporcionalne ovisnosti o veličini mreže i relativno je neovisno o funkciji cilja i ograničenjima.

#### 3.1. Newtonova metoda

Napomena: poglavlje 3.1. diplomskog rada je nastalo prijevodom i obradom materijala iz knjige „Optimization of Power System Operation“, J. Zhu [4], od stranice 298 do 307. *Newtonova metoda* može razmatrati na dva načina, kada se ograničenja na vodu zanemaruju i kada se uzimaju u obzir.

##### 3.1.1. Zanemarivanje ograničenja voda

Ako su ograničenja na vodu zanemarena, problem optimalnih tokova snaga s varijablama djelatne i jalove snage može se prikazati kako slijedi:

$$\min F = \sum_{i=1}^{NG} f_i(P_{Gi}) \quad (3-1)$$

Tako da je:

$$P_i(V, \theta) = P_{Gi} - P_{Di} \quad (3-2)$$

$$Q_i(V, \theta) = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (3-3)$$

$$P_{Gi \min} \leq P_{gi}(V, \theta) \leq P_{Gi \max} \quad (3-4)$$

$$Q_{Gi \min} \leq Q_{gi}(V, \theta) \leq Q_{Gi \max} \quad (3-5)$$

$$V_{i \min} \leq V_i \leq V_{i \max} \quad (3-6)$$

gdje je:

$P_{Gi}$ : Djelatna snaga generatora spojenog na sabirnicu  $i$

$Q_{Gi}$ : Jalova snaga generatora spojenog na sabirnicu  $i$

$P_{Di}$ : Djelatna snaga opterećenja spojenog na sabirnicu  $i$

$Q_{Di}$ : Jalova snaga opterećenja spojenog na sabirnicu  $i$

$P_i$ : Djelatna snaga injektirana na sabirnici  $i$

$Q_i$ : Jalova snaga injektirana na sabirnici  $i$

$V_i$ : Iznos napona na sabirnici  $i$

$f_i$ : Funkcija troška goriva za generator  $i$

Indeksi "min" i "max" u jednadžbama predstavljaju donje i gornje granice ograničenja.

Za analizu prilika u EES-u potrebno je, prema [9], poznavati granice opterećenja dijelova toga sustava kako bi se utvrdilo mogu li se iskoristiti mogućnosti proizvodnje u elektranama, može li se osigurati potreban prijenos i transformacija uz odražavanje napona unutar dopuštenih granica te mogu li se potrošači opskrbiti potrebnom snagom i energijom uz prihvatljive naponske prilike. Pri odrađivanju granica opterećenja ne radi se samo o djelatnim snagama, nego i o jalovim snagama jer o njima u prvom redu ovise naponske prilike.

Jednadžbe (3-2) i (3-3) jednadžbe su tokova snaga koje se mogu napisati na sljedeći način:

$$P_i(V, \theta) = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3-7)$$

$$Q_i(V, \theta) = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3-8)$$

Uvrštavanjem jednadžbi (3-7) i (3-8) u jednadžbe (3-2) - (3-6) dobije se:

$$\min F(V, \theta) \quad (3-9)$$

uz uvjete:

$$W_{Pi} = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) - P_{Gi} + P_{Di} = 0 \quad (3-10)$$

$$W_{Qi} = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) - Q_{Gi} + Q_{Di} = 0 \quad (3-11)$$

$$W_{PMi} = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) - P_{Gi \max} \leq 0 \quad (3-12)$$

$$W_{PNi} = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) - P_{Gi \min} \geq 0 \quad (3-13)$$

$$W_{QM_i} = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) - Q_{Gi \max} \leq 0 \quad (3-14)$$

$$W_{QN_i} = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) - Q_{Gi \min} \geq 0 \quad (3-15)$$

$$W_{VMi} = V_i - V_{i \max} \leq 0 \quad (3-16)$$

$$W_{VNi} = V_i - V_{i \min} \geq 0 \quad (3-17)$$

Tako je dobivena nova proširena funkcija cilja uvođenjem ograničenja (3-10) - (3-17) u izvornu funkciju cilja (3-9) uz faktore penalizacije:



$$L(X) = F(X) + \sum_{i=1}^N r_{Pi} W_{Pi}^2(X) + \sum_{i=1}^N r_{Qi} W_{Qi}^2(X) + \sum_{i=1}^N r_{Vi} W_{Vi}^2(X) \quad (3-18)$$

gdje je:

$X$ : vektor koji se sastoji od  $V$  i  $\theta$

$W_{Pi}$ : sadrži sva ograničenja vezana uz varijable djelatne snage kao što su jednačbe (3-10), (3-12) i (3-13)

$W_{Qi}$ : sadrži sva ograničenja vezana za varijable jalove snage kao što su jednačbe (3-11), (3-14) i (3-15)

$W_{Vi}$ : sadrži sva ograničenja vezana za varijable napona kao što su jednačbe (3-16) i (3-17)

$r_{Pi}$ : faktor penalizacije za prekoračenje ograničenja varijable djelatne snage, ako ne postoji prekoračenje ograničenja  $r_{Pi}=0$

$r_{Qi}$ : faktor penalizacije za prekoračenje ograničenja varijable jalove snage, ako ne postoji prekoračenje ograničenja  $r_{Qi}=0$

$r_{Vi}$ : faktor penalizacije za prekoračenje ograničenja varijable napona, ako ne postoji prekoračenje ograničenja  $r_{Vi}=0$

$N$ : ukupni broj sabirnica

Prema [9], članovi s faktorom penalizacije pojavljuju se u funkciji cilja samo onda kada je vrijednost veličine koja se uspoređuje s graničnim vrijednostima izvan dopuštenih granica. Zbog toga, kako bi se iz razmatranja eliminirali članovi koji zadovoljavaju uvjete, faktori penalizacije trebaju biti postavljeni na nulu. Na ovaj se način problem optimalnih tokova snaga zastupljen u jednačbama (3-1) - (3-6), odnosno prikazan u (3-18), može riješiti *Newtonovom metodom* ili metodom *Hesseove matrice*.

### **Računanje Hesseove matrice i Gradijenta**

Iz jednačbe (3-18), kao i jednačbi (3-10) - (3-17), mogu se dobiti *Gradijent* i *Hesseova matricu*<sup>1</sup> proširene funkcije cilja:

---

<sup>1</sup> *Newtonova metoda* zahtijeva računanje parcijalnih derivacija drugog reda za jednačbe tokova snaga i druga ograničenja koja čine elemente Hesseove matrice [6].

Gradijent:

$$\frac{\partial L}{\partial V_j} = \frac{\partial F}{\partial V_j} + 2 \left[ \sum_{i=1}^N r_{Pi} W_{Pi} \frac{\partial P_i}{\partial V_j} + \sum_{i=1}^N r_{Qi} W_{Qi} \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} + r_{Vi} W_{Vj} \right] \quad (8-19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_j} = \frac{\partial F}{\partial \theta_j} + 2 \left[ \sum_{i=1}^N r_{Pi} W_{Pi} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} + \sum_{i=1}^N r_{Qi} W_{Qi} \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} \right] \quad (8-20)$$

Hesseova matrica:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial V_i^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial V_i^2} + 2 \sum_{i=1}^N r_{Pi} \left[ W_{Pi} \frac{\partial^2 P_i}{\partial V_i^2} + \left( \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \right)^2 \right] + 2 \sum_{i=1}^N r_{Qi} \left[ W_{Qi} \frac{\partial^2 Q_i}{\partial V_i^2} + \left( \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \right)^2 \right] + 2r_{Vj} \quad (8-21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L}{\partial V_j \partial V_k} &= \frac{\partial^2 F}{\partial V_j \partial V_k} + 2 \sum_{i=1}^N r_{Pi} \left[ W_{Pi} \frac{\partial^2 P_i}{\partial V_j \partial V_k} + \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \frac{\partial P_i}{\partial V_k} \right] \\ &+ 2 \sum_{i=1}^N r_{Qi} \left[ W_{Qi} \frac{\partial^2 Q_i}{\partial V_j \partial V_k} + \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \frac{\partial Q_i}{\partial V_k} \right] \quad j \neq k \end{aligned} \quad (8-22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L}{\partial V_j \partial \theta_k} &= \frac{\partial^2 F}{\partial V_j \partial \theta_k} + 2 \sum_{i=1}^N r_{Pi} \left[ W_{Pi} \frac{\partial^2 P_i}{\partial V_j \partial \theta_k} + \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} \right] \\ &+ 2 \sum_{i=1}^N r_{Qi} \left[ W_{Qi} \frac{\partial^2 Q_i}{\partial V_j \partial \theta_k} + \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} \right] \quad j \neq k \end{aligned} \quad (8-23)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial V_j \partial \theta_j} = \frac{\partial^2 F}{\partial V_j \partial \theta_j} + 2 \sum_{i=1}^N r_{Pi} \left[ W_{Pi} \frac{\partial^2 P_i}{\partial V_j \partial \theta_j} + \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} \right] + 2 \sum_{i=1}^N r_{Qi} \left[ W_{Qi} \frac{\partial^2 Q_i}{\partial V_j \partial \theta_j} + \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} \right] \quad (8-24)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_i^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial \theta_i^2} + 2 \sum_{i=1}^N r_{Pi} \left[ W_{Pi} \frac{\partial^2 P_i}{\partial \theta_i^2} + \left( \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} \right)^2 \right] + 2 \sum_{i=1}^N r_{Qi} \left[ W_{Qi} \frac{\partial^2 Q_i}{\partial \theta_i^2} + \left( \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} \right)^2 \right] \quad (8-25)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_j \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 F}{\partial \theta_j \partial \theta_k} + 2 \sum_{i=1}^N r_{Pi} \left[ W_{Pi} \frac{\partial^2 P_i}{\partial \theta_j \partial \theta_k} + \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} \right] + 2 \sum_{i=1}^N r_{Qi} \left[ W_{Qi} \frac{\partial^2 Q_i}{\partial \theta_j \partial \theta_k} + \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} \right] \quad (8-26)$$

Derivacije injektirane snage na sabirnici s obzirom na varijable V i  $\theta$  mogu dobiti iz jednadžbi tokova snaga:

$$V_j \frac{\partial P_i}{\partial V_j} = \begin{cases} V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) & i \neq j \\ V_i^2 G_{ii} + P_i & i = j \end{cases} \quad (3-27)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = \begin{cases} V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) & i \neq j \\ -V_i^2 B_{ii} - Q_i & i = j \end{cases} \quad (3-28)$$

$$V_j \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = \begin{cases} V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) & i \neq j \\ -V_i^2 B_{ii} - Q_i & i = j \end{cases} \quad (3-29)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = \begin{cases} -V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) & i \neq j \\ -V_i^2 B_{ii} + P_i & i = j \end{cases} \quad (3-30)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial V_i^2} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 2G_{ii} & i = j \end{cases} \quad (3-31)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial V_j \partial V_k} = \begin{cases} 0 & i \neq j, i \neq k \\ G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij} & i = k \\ G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik} & i = j \\ j \neq k \end{cases} \quad (3-32)$$

$$V_j \frac{\partial^2 P_i}{\partial V_j \partial \theta_j} = \begin{cases} V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) & i \neq j \\ -V_i^2 B_{ii} - Q_i & i = j \end{cases} \quad (3-33)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial V_j \partial \theta_k} = \begin{cases} 0 & i \neq j, i \neq k \\ V_i (-G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) & i = k \\ V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) & i = j \\ j \neq k \end{cases} \quad (3-34)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial \theta_i^2} = \begin{cases} V_i V_j (-G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij}) & i \neq j \\ V_i^2 G_{ii} - P_i & i = j \end{cases} \quad (3-35)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial \theta_j \partial \theta_k} = \begin{cases} 0 & i \neq j, i \neq k \\ V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) & i = k \\ V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) & i = j \end{cases} \quad (3-36)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial V_i^2} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ -2B_{ii} & i = j \end{cases} \quad (3-37)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial V_j \partial V_k} = \begin{cases} 0 & i \neq j, i \neq k \\ G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij} & i = k \\ G_{ik} \cos \theta_{ik} - B_{ik} \sin \theta_{ik} & i = j \end{cases} \quad (3-38)$$

$$V_j \frac{\partial^2 Q_i}{\partial V_j \partial \theta_j} = \begin{cases} V_i V_j (-G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij}) & i \neq j \\ -V_i^2 G_{ii} - P_i & i = j \end{cases} \quad (3-39)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial V_j \partial \theta_k} = \begin{cases} 0 & i \neq j, i \neq k \\ V_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) & i = k \\ -V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) & i = j \end{cases} \quad (3-40)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial \theta_i^2} = \begin{cases} -V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) & i \neq j \\ -V_i^2 B_{ii} - Q_i & i = j \end{cases} \quad (3-41)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial \theta_j \partial \theta_k} = \begin{cases} 0 & i \neq j, i \neq k \\ V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) & i = k \\ V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} + B_{ik} \cos \theta_{ik}) & i = j \end{cases} \quad (3-42)$$

## Računanje smjera pretraživanja

Formula pronalaska smjera *Newtonove metode* ili *Hesseove matrice* je:

$$S^k = -[H(X^k)]^{-1}g(X^k) \quad (3-43)$$

gdje je:

g: *Gradijent* proširene funkcije

H: *Hesseova matrica* proširene funkcije

S: smjer pretraživanja

Prednost metode *Hesseove matrice* jest brza konvergencija. Nedostatak je u tome što zahtijeva izračunavanje recipročnih vrijednosti *Hesseove matrice*, što dodatno otežava proračun. Jednadžba (3-43) preoblikovana je na način kao što slijedi u nastavku.

$$H(X^k)S^k = -g(X^k) \quad (3-44)$$

Za dani gradijent i *Hesseovu matricu* funkcije cilja  $X_k$ , smjer pretraživanja  $S_k$  može se dobiti rješavanjem jednadžbe (3-44) *Gaussovom metodom eliminacije*. Budući da je *Hesseova matrica proširene funkcije* rijetka matrica<sup>2</sup>, može se koristiti odgovarajuća metoda za rješavanje rijetkih matrica. Izračun iteracije temeljen na pretraživanju smjera provodi se na sljedeći način:

$$X^{k+1} = X^k + \beta^k S^k \quad (3-45)$$

gdje je  $\beta$  je skalarna duljina koraka. Iterativni postupak zaustavit će se ako se zadovolje sljedeći uvjeti konvergencije :

$$\|X^{k+1} - X^k\| \leq \varepsilon_1 \quad (3-46)$$

ili

$$\frac{|L(X^{k+1}) - L(X^k)|}{|L(X^k)|} \leq \varepsilon_2 \quad (3-47)$$

gdje su  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  dozvoljena odstupanja.

---

<sup>2</sup> Rijetke matrice pripadaju matricama koje sadrže mnogo (nekad i više od 99%) članova kojima je vrijednost 0 [2].

### Koraci Newtonove metode

Koraci proračuna pomoću Newtonove metode prikazani su u nastavku.

- (1) Odrediti faktore penalizacije.
- (2) Odrediti dopuštena odstupanja.
- (3) Riješiti polazne tokove snaga kako bi se dobile vrijednosti varijabli stanja  $X_0$  i postavljanje broja iteracija  $k=0$ .
- (4) Izračunati proširenu funkciju cilja  $L(X^k)$ , njezin gradijent  $g^k$  i Hesseovu matricu  $H^k$ .
- (5) Izračunati smjer pretraživanja  $S^k$  prema jednadžbi (3-43).
- (6) Izračunati duljinu koraka  $\beta$  koristeći kvadratno umetanje.
- (7) Izračunati proširenu funkciju cilja  $L(X^{k+1})$ , njezin gradijent  $g^{k+1}$  i Hesseovu matricu  $H^{k+1}$  te provjeriti uvjete konvergencije. Ako je zadovoljena (3-46) ili (3-47) prelazi se na sljedeći korak, u suprotnom se postavlja  $k = k+1$  te se vraća na korak 5.
- (8) Provjera da li su svi koraci zadovoljeni, ako jesu proračun se zaustavlja. U suprotnom se faktor penalizacije udvostručuje za prekoračenja ograničenja, ponovo se postavlja  $k=0$ , te se vraća na korak 4.

#### 3.1.2. Uzimanje u obzir ograničenja voda

Ograničenja snage na vodu mogu se izraziti kao:

$$P_{l \min} \leq P_l \leq P_{l \max} \quad (3-48)$$

$P_l$  je tok snaga na vodu  $l$  od sabirnice  $j$  do sabirnice  $k$ . Prema tome, prethodno navedena ograničenja mogu se napisati kao:

$$W_{PMl} = P_l - P_{l \max} \leq 0 \quad (3-49)$$

$$W_{PNl} = P_l - P_{l \min} \geq 0 \quad (3-50)$$

$W_{Pl}$  se koristi za uvođenje navedenih ograničenja snage voda u proširenu funkciju cilja (3-18).

Nova funkcija cilja bit će:

$$L^*(X) = L(X) + \sum_{l=1}^{Nl} r_{Pl} W_{Pl}^2(X) \quad (3-51)$$

gdje je:

$r_{Pl}$ : faktor penalizacije za prekoračenje ograničenja voda. Ako nema prekoračenja ograničenja tokova, snaga voda  $r_{Pl} = 0$

$Nl$ : ukupni broj vodova

Budući da je funkcija cilja proširena novim faktorom penalizacije za prekoračenja tokova snaga na vodu, gradijent i *Hesseove matrice* jednadžbe (3-19) - (3-26) također su proširene na odgovarajući način kao što slijedi:

$$\frac{\partial L^*}{\partial V_j} = \frac{\partial L}{\partial V_j} + 2 \sum_{l=1}^{Nl} r_{Pl} W_{Pl} \frac{\partial P_l}{\partial V_j} \quad (3-52)$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial \theta_j} = \frac{\partial L}{\partial \theta_j} + 2 \sum_{l=1}^{Nl} r_{Pl} W_{Pl} \frac{\partial P_l}{\partial \theta_j} \quad (3-53)$$

$$\frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i^2} = \frac{\partial^2 L}{\partial V_i^2} + 2 \sum_{l=1}^{Nl} r_{Pl} \left[ W_{Pl} \frac{\partial^2 P_l}{\partial V_i^2} + \left( \frac{\partial P_l}{\partial V_i} \right)^2 \right] \quad (3-54)$$

$$\frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V_k} = \frac{\partial^2 L}{\partial V_j \partial V_k} + 2 \sum_{l=1}^{Nl} r_{Pl} \left[ W_{Pl} \frac{\partial^2 P_l}{\partial V_j \partial V_k} + \frac{\partial P_l}{\partial V_j} \frac{\partial P_l}{\partial V_k} \right] j \neq k \quad (3-55)$$

$$\frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 L}{\partial V_j \partial \theta_k} + 2 \sum_{l=1}^{Nl} r_{Pl} \left[ W_{Pl} \frac{\partial^2 P_l}{\partial V_j \partial \theta_k} + \frac{\partial P_l}{\partial V_j} \frac{\partial P_l}{\partial \theta_k} \right] j \neq k \quad (3-56)$$

$$\frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial \theta_j} = \frac{\partial^2 L}{\partial V_j \partial \theta_j} + 2 \sum_{l=1}^{Nl} r_{Pl} \left[ W_{Pl} \frac{\partial^2 P_l}{\partial V_j \partial \theta_j} + \frac{\partial P_l}{\partial V_j} \frac{\partial P_l}{\partial \theta_j} \right] \quad (3-57)$$

$$\frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_i^2} = \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_i^2} + 2 \sum_{l=1}^{Nl} r_{Pl} \left[ W_{Pl} \frac{\partial^2 P_l}{\partial \theta_i^2} + \left( \frac{\partial P_l}{\partial \theta_i} \right)^2 \right] \quad (3-58)$$

$$\frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_j \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_j \partial \theta_k} + 2 \sum_{l=1}^{Nl} r_{Pl} \left[ W_{Pl} \frac{\partial^2 P_l}{\partial \theta_j \partial \theta_k} + \frac{\partial P_l}{\partial \theta_j} \frac{\partial P_l}{\partial \theta_k} \right] j \neq k \quad (3-59)$$

Uvede li se admitancija voda  $l$  napisana kao  $g_{jk} + jb_{jk}$  i zanemari li se kapacitet voda, tok snage na vodu biti će izražen kao:

$$P_l = P_{jk} = V_j^2 g_{jk} - V_j V_k (g_{jk} \cos \theta_{jk} + b_{jk} \sin \theta_{jk}) \quad (3-60)$$

Derivacije snage na vodu po varijablama  $V$  i  $\theta$  u jednađbama (3-52) - (3-59) mogu se dobiti iz jednađbe (3-60).

$$\frac{\partial P_l}{\partial V_j} = g_{jk}(2V_j - V_k \cos \theta_{jk}) - b_{jk} V_k \sin \theta_{jk} \quad (3-61)$$

$$\frac{\partial P_l}{\partial V_k} = -g_{jk} V_j \cos \theta_{jk} - b_{jk} V_j \sin \theta_{jk} \quad (3-62)$$

$$\frac{\partial P_l}{\partial \theta_j} = g_{jk} V_j V_k \sin \theta_{jk} - b_{jk} V_j V_k \cos \theta_{jk} \quad (3-63)$$

$$\frac{\partial P_l}{\partial \theta_k} = -g_{jk} V_j V_k \sin \theta_{jk} + b_{jk} V_j V_k \cos \theta_{jk} \quad (3-64)$$

$$\frac{\partial^2 P_l}{\partial V_j^2} = 2g_{jk} \quad (3-65)$$

$$\frac{\partial^2 P_l}{\partial V_k^2} = 0 \quad (3-66)$$

$$\frac{\partial^2 P_l}{\partial V_j \partial V_k} = -g_{jk} \cos \theta_{jk} - b_{jk} \sin \theta_{jk} \quad (3-67)$$

$$\frac{\partial^2 P_l}{\partial V_j \partial \theta_j} = g_{jk} V_k \sin \theta_{jk} - b_{jk} V_k \cos \theta_{jk} \quad (3-68)$$

$$\frac{\partial^2 P_l}{\partial V_k \partial \theta_j} = g_{jk} V_j \sin \theta_{jk} - b_{jk} V_j \cos \theta_{jk} \quad (3-69)$$

$$\frac{\partial^2 P_l}{\partial V_j \partial \theta_k} = -g_{jk} V_k \sin \theta_{jk} - b_{jk} V_k \cos \theta_{jk} \quad (3-70)$$

$$\frac{\partial^2 P_l}{\partial V_k \partial \theta_k} = -g_{jk} V_j \sin \theta_{jk} + b_{jk} V_j \cos \theta_{jk} \quad (3-71)$$

$$\frac{\partial^2 P_l}{\partial \theta_j^2} = \frac{\partial^2 P_l}{\partial \theta_k^2} = g_{jk} V_j V_k \cos \theta_{jk} + b_{jk} V_j V_k \sin \theta_{jk} \quad (3-72)$$

$$\frac{\partial^2 P_l}{\partial \theta_j \partial \theta_k} = -g_{jk} V_j V_k \cos \theta_{jk} - b_{jk} V_j V_k \sin \theta_{jk} \quad (3-73)$$

## 3.2. Gradijent metoda

Napomena: poglavlje 3.2. diplomskog rada je nastalo prijevodom i obradom materijala iz knjige „Optimization of Power System Operation“, J. Zhu [4], od stranice 307 do 312. Problem



optimalnih tokova snaga rješavan pomoću *Gradijent metode* može se izvesti zanemarivanjem ili uzimanjem u obzir ograničenja nejednadžbi.

### 3.2.1. Zanemarivanje ograničenja nejednadžbi

Ako se ograničenja nejednadžbi zanemaruju, problem optimalnih tokova snaga se može prikazati kao što slijedi:

$$\min F = \sum_{i=1}^{NG} f_i(P_{Gi}) \quad (3-74)$$

uz uvjete:

$$P_i(V, \theta) = P_{Gi} - P_{Di} \quad (3-75)$$

$$Q_i(V, \theta) = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (3-76)$$

Prije rješavanja gore navedenog problema optimalnih tokova snaga, potrebno je definirati varijable stanja  $X$ :

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ V \\ \theta \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{na svakoj } P - Q \text{ sabirnici} \\ \\ \text{Na svakoj } P - V \text{ sabirnici} \end{array} \quad (3-77)$$

i sljedeće parametre  $Y$ :

$$Y = \begin{bmatrix} \theta_{ref} \\ V_{ref} \\ P_D \\ Q_D \\ P_G \\ V_G \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{na referentnoj sabirnici} \\ \\ \text{na svakoj } P - Q \text{ sabirnici} \\ \\ \text{na svakoj } P - V \text{ sabirnici} \end{array} \quad (3-78)$$

Neki parametri vektora  $Y$ , kao što su izlazna snaga generatora te napon na stezaljkama generatora, promjenjivi su, dok su neki parametri nepromjenjivi, a takve čine djelatna i jalova snaga tereta. Tako se vektor  $Y$  može podijeliti na dva dijela, a to su vektor  $U$  za promjenjive parametre i vektor  $W$  za nepromjenjive parametre.

$$Y = \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix} \quad (3-79)$$

Prema tome, jednadžbe tokova snaga mogu se izraziti kao:

$$g(X, Y) = \left[ \begin{array}{l} P_i(V, \theta) - (P_{Gi} - P_{Di}) \\ Q_i(V, \theta) - (Q_{Gi} - Q_{Di}) \\ P_k(V, \theta) - (P_{Gk} - P_{Dk}) \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{na svakoj sabirnici} \\ \text{na svakoj } P - V \text{ sabirnici } k, \\ \text{uključujući i referentnu sabirnicu} \end{array} \left. \right] \quad (3-80)$$

Uzimanjem u obzir gore navedenog, problem optimalnih tokova snaga bez ograničenja nejednadžbi prikazuje se kao:

$$\text{Min } f(X, U) \quad (3-81)$$

uz uvjete:

$$g(X, U, W) = 0 \quad (3-82)$$

*Lagrangeova funkcija* za problem optimalnih tokova snaga je sljedeća:

$$L(X, U, W) = f(X, U) + \lambda^T g(X, U, W) \quad (3-83)$$

ili

$$L(X, U, W) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq ref}}^{NG} f_i(P_{Gi}) + f_{ref}[P_{ref}(V, \theta)] + [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m] \begin{bmatrix} P_i(V, \theta) - P_{inet} \\ Q_i(V, \theta) - Q_{inet} \\ P_k(V, \theta) - P_{knet} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3-84)$$

gdje je:

$$P_{inet} = P_{Gi} - P_{Di} \quad (3-85)$$

$$Q_{inet} = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (3-86)$$

Broj *Lagrangeovih* množitelja je  $m$  jer postoji  $m$  jednadžbi tokova snaga. S obzirom na nužne uvjete za minimum, dobije se:

$$\nabla_{L_X} = \frac{\partial L}{\partial X} = \frac{\partial f}{\partial X} + \left[ \frac{\partial g}{\partial X} \right]^T \lambda = 0 \quad (3-87)$$

$$\nabla_{L_U} = \frac{\partial L}{\partial U} = \frac{\partial f}{\partial U} + \left[ \frac{\partial g}{\partial U} \right]^T \lambda = 0 \quad (3-88)$$

$$\nabla L_\lambda = \frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(X, U, W) = 0 \quad (3-89)$$

Budući da funkcija cilja sama po sebi nije varijabla stanja, osim za referentnu sabirnicu, derivacija funkcije cilja po varijabli stanja je:

$$\frac{\partial f}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{ref}(P_{ref})}{\partial P_{ref}} \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial f_{ref}(P_{ref})}{\partial P_{ref}} \frac{\partial P_{ref}}{\partial V_1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3-90)$$

Član  $\frac{\partial g}{\partial X}$  u jednadžbi (3-87) je *Jacobianova matrica*.

$$\frac{\partial g}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial V_2} & \dots \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & \dots \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial V_1} & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (3-91)$$

Jednadžba (3-88) je gradijent *Lagrangeove funkcije* u odnosu na kontrolne varijable, gdje je vektor  $\frac{\partial f}{\partial U}$ , vektor derivacije funkcije cilja s obzirom na kontrolne varijable.

$$\frac{\partial f}{\partial U} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(P_1)}{\partial P_1} \\ \frac{\partial f_2(P_2)}{\partial P_2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3-92)$$

Postoji šest koraka za rješavanje *Gradijent metode* za optimalne tokove snaga. Na samom početku, s obzirom na niz nepromjenjivih parametara  $W$ , pretpostavlja se početni niz promjenjivih

parametara  $U$ . Drugi je korak rješavanje tokova snaga. Time se osigurava zadovoljenost jednadžbe (3-89). Slijedi rješavanje jednadžbe (3-87) za  $\lambda$ :

$$\lambda = - \left[ \left( \frac{\partial g}{\partial X} \right)^T \right]^{-1} \frac{\partial f}{\partial X} \quad (3-93)$$

Nadalje, u četvrtom je koraku potrebno zamijeniti  $\lambda$  u jednadžbi (3-88) te izračunati gradijent *Lagrangeove funkcije* u odnosu na kontrolne varijable.

$$\begin{aligned} \nabla L_U &= \frac{\partial f}{\partial U} + \left[ \frac{\partial g}{\partial U} \right]^T \lambda = \frac{\partial f}{\partial U} + \left[ \frac{\partial g}{\partial U} \right]^{-T} \left\{ - \left[ \left( \frac{\partial g}{\partial X} \right)^T \right]^{-1} \frac{\partial f}{\partial X} \right\} \\ &= \frac{\partial f}{\partial U} - \left[ \frac{\partial g}{\partial U} \right]^T \left[ \left( \frac{\partial g}{\partial X} \right)^T \right]^{-1} \frac{\partial f}{\partial X} \end{aligned} \quad (3-94)$$

Gradijent će dati smjer povećanja maksimuma funkcije troškova kao funkciju prilagodbe svakoj kontrolnoj varijabli. Budući da je cilj minimiziranja funkcije troškova, gradijent se treba kretati u negativnom smjeru.

Dalje, ako je  $|\nabla L_U|$  prilično malen, postignut je minimum. U suprotnome, prelazi se na sljedeći korak. Posljednji, šesti korak, predstavlja traženje novog seta kontrolnih varijabli pomoću sljedeće jednadžbe:

$$U^{k+1} = U^k + \Delta U = U^k - \beta |\nabla L_U| \quad (3-95)$$

gdje je  $\beta$  duljina koraka. Slijedi povratak na korak broj dva s novim vrijednostima kontrolnih varijabli.

### 3.2.2. Uzimanje u obzir ograničenja nejednadžbi

Ograničenja nejednadžbi promjenjivih parametara kao što su ograničenja napona stezaljki generatora mogu se izraziti na sljedeći način:

$$U_{min} \leq U \leq U_{max} \quad (3-96)$$

Tim se ograničenjima može upravljati tijekom izračuna novih promjenjivih parametara prema jednadžbi (3-94). Ako kontrolna varijabla  $i$  prekorači jedno od ograničenja, bit će postavljena na odgovarajuću granicu koja je:

$$U_i^{k+1} = \begin{cases} U_{i \max}, & \text{ako je } U_i^k + \Delta U_i > U_{i \max} \\ U_{i \min}, & \text{ako je } U_i^k + \Delta U_i < U_{i \min} \\ U_i^k + \Delta U_i, & \text{inače} \end{cases} \quad (3-97)$$

Na minimumu komponenta  $\frac{\partial f}{\partial U}$  izraza  $\nabla L_U$  bit će:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial U_i} &= 0, & \text{ako je } U_{i \min} < U_i < U_{i \max} \\ \frac{\partial f}{\partial U_i} &\leq 0, & \text{ako je } U_i = U_{i \max} \\ \frac{\partial f}{\partial U_i} &\geq 0, & \text{ako je } U_i = U_{i \min} \end{aligned} \quad (3-98)$$

*Kuhn Tucker teorem* dokazuje da su uvjeti jednadžbe (3-98) neophodni za minimum, ako se računa s konveksnim funkcijama.

### 3.3. Linearno programiranje

#### 3.3.1. Simpleks metoda

*Linearno programiranje* relativno je mlada matematička metoda koja datira iz Drugog svjetskog rata gdje se koristila za potrebe minimiziranja troškova vojske i slično. Osobit razvoj uslijedio je nakon 1947. godine kada je američki matematičar G. B. Dantzig razvio takozvanu *simpleks metodu* za numeričko rješavanje problema *linearnog programiranja*. *Simpleks metoda* i danas je osnovna metoda *linearnog programiranja* [10].

Spomenuta metoda koristi matematički model kod kojega su funkcije cilja i ograničenja linearne funkcije, a sam se problem prema [10] može zapisati kao:

$$\min \mathbf{c}^T * \mathbf{x} \quad (3-99)$$

uz uvjete:

$$\begin{aligned} \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq 0 \end{aligned}$$

Problem je predstavljen vektorskom terminologijom s  $n$  varijabli i  $m$  ograničenja, dok  $c$  predstavlja vektor troškova,  $x$  predstavlja kontrolne varijable, a  $b$  predstavlja ograničenja.

Prema [10], svaki vektor  $x$  koji zadovolji ograničenja problema linearnog programiranja naziva se moguće rješenje problema. Prema tome, svaki problem linearnog programiranja spada u jedno od tri kategorije:

1. *Nerješivi problem* je problem linearnog programiranja ukoliko moguće rješenje problema ne postoji, odnosno ne postoji vektor  $x$  koji zadovoljava ograničenja problema linearnog programiranja.
2. *Neograničen problem* je problem linearnog programiranja ukoliko se za bilo koje moguće rješenje može pronaći još jedno moguće rješenje koje dodatno poboljšava funkciju troška.
3. *Problem s optimalnim rješenjem* je problem linearnog programiranja koji nije nerješiv ili neograničen, odnosno ima optimalno rješenje. Optimalno rješenje znači da funkcija troška ima jedinstveni minimum (ili maksimum).

Prema [11], rješavanje navedenog problema pomoću *simpleks metode* funkcionira na način da se rješenja traže samo unutar rubnih točaka skupa mogućih rješenja. Skup mogućih rješenja je geometrijski predstavljen kao politop. Njegovi vrhovi predstavljaju rubne točke skupa, a povezane su bridovima.

### **3.3.2. Linearno programiranje optimalnih tokova snaga**

Prednosti su linearnog programiranja optimalnih tokova snaga, prema [4]: pouzdanost optimizacije, sposobnost brzog prepoznavanja problema kako bi se pristupilo odgovarajućoj strategiji, raspon radnih ograničenja koji se može lagano prilagoditi, uključujući i nepredviđena ograničenja te je konvergencija brza i točna, ali i prihvatljiva kada su regulacijske promjene vrlo male.

Pojednostavljeno, linearno programiranje pretvara nelinearni problem optimizacije u iterativni algoritam koji u svakoj iteraciji rješava linearni problem optimizacije koji proizlazi iz linearizacije funkcije cilja i ograničenja.

U slučaju proračuna optimalnih tokova snaga metodom linearnog programiranja, prema [4], ne smije se koristiti prevelika linearna aproksimacija funkcije cilja i ograničenja jer bi se time narušila točnost proračuna. Spomenuto se izbjegava rastavljanjem krivulje troškova goriva generatora na

dijelove. Takav se pristup može primijeniti na proizvoljnu konveksnu krivulju sa željenom točnošću uz dovoljan broj odsječaka koji koristi jednu varijablu po krivulji troškova, neovisno o broju odsječaka. Upravo se na takvom principu temelji proračun optimalnih tokova snaga u *PowerWorld* programskom paketu u kojemu je obrađen praktični dio ovog rada.

Nakon prikazane obrade funkcije cilja i ograničenja optimalnih tokova snaga, može se konstruirati, a stoga i riješiti linearni model optimalnih tokova snaga pomoću odgovarajućeg algoritma za linearno programiranje. Linearno programiranje pripada najrazrađenijim metodama matematičkog programiranja. Postoje razrađeni postupci za brzo i efikasno rješavanje zadataka zasnovano na ovoj metodi, pa je, pri praktičnoj primjeni, težište rada na formuliranju zadatka i nalaženju podesivih analitičkih izraza, a ne na postupku rješavanja [6].

## 4. MREŽA S OBNOVLJIVIM IZVORIMA ENERGIJE

Obnovljivi izvori energije koji se danas najčešće koriste jesu sunce, voda i vjetar, dok se u manjem postotku koriste još i geotermalna energija, energija biomase, energija morskih valova, energija plime i oseke, vodikova energija i drugi. Glavni razlog sve veće integracije obnovljivih izvora u EES jest globalno zatopljenje. Podaci objavljeni u godišnjem izvješću NOAA-e/NASA-e [12], ukazuju da je 2015. godina bila najtoplija godina od 1880. Godine, kako su započela mjerenja te da su se 15 od ukupno 16 najtoplijih godina dogodile nakon 2001. godine. Iz navedenoga je jasno kako problem globalnog zatopljenja postaje sve veći pa je potreba za obnovljivim izvorima energije sasvim logičan slijed događaja. Iako je proizvodnja električne energije iz fosilnih goriva samo dio tog problema, raznim se regulativama nastoji smanjiti emisija CO<sub>2</sub>, pristupa se programima energetske učinkovitosti ili racionalnog korištenja energije, diversifikaciji energetskih izvora te se zahtijeva samoodrživost nacionalnih energetskih sustava.

Elektroenergetski sustavi kakve danas poznajemo su razvijeni u posljednjih pedeset godina s idejom da središnji generatori preko transformatora injektiraju električnu snagu u prijenosnu mrežu [13]. Nakon toga prijenosni je sustav korišten za transport snage te se na kraju snaga iz prijenosnog sustava preko distribucijskih transformatora usmjeravala kroz srednje naponsku i niskonaponsku distribucijsku mrežu prema potrošačima na nižem naponu.

Porast priključenih elektrana na obnovljive izvore energije u EES donosi značajne promjene. Javlja se potreba za priključenjem na distribucijsku mrežu, primarno projektiranu za jednosmjerne tokove snaga i dimenzioniranu samo za potrebe potrošačkih opterećenja. Uzmu li se u obzir samo vjetroelektrane i fotonaponski sustavi, čija proizvodnja u potpunosti ovisi o vremenskim uvjetima, dobu dana i godišnjem dobu, a pohrana energije je još uvijek ograničena, jasno je da su takve elektrane sklone iznenadnim i značajnim promjenama, kako u količini proizvedene električne energije, tako i u njihovoj izlaznoj snazi. Takve promjene utječu na strujno naponske prilike u okolnoj mreži i na mjestu priključenja, a u slučaju povećane integracije i na cijeli sustav.

Prema [14], elektrane koje koriste obnovljive izvore energije na mjestu priključenja i u okolnoj mreži utječu na: tokove snaga kroz grane mreže, naponske prilike u čvorištima mreže i kod potrošača, povećanje razine struje kratkog spoja i moguć utjecaj na prekoračenje nazivnih veličina rasklopne opreme, osobito prekidača, kvalitetu električne energije, gdje je moguće kolebanje napona, harmonička distorzija, naponski propadi te flikeri i na podešenju sustava zaštite.



Na razini cijelog sustava, elektrane na obnovljive izvore energije, a osobito vjetroelektrane koje se mogu priključiti i na distribucijsku i na prijenosnu mrežu, utječu na: p-f regulaciju djelatne snage i frekvenciju u sustavu, Q-U regulaciju jalove snage i napona u sustavu i dinamičku stabilnost sustava, osobito frekvencije. Budući da većina elektrana na obnovljive izvore ima oscilacije primarne energije, tako i njihova proizvodnja oscilira. Kod solarnih sustava i vjetroelektrana izlazna se snaga mijenja s promjenom intenziteta sunčevog zračenja ili brzine vjetra. Stoga se, prema [14], za njih može reći da su "nepouzdana" te da će one proizvoditi električnu energiju onda kada ima sunčevog zračenja ili vjetra, a ne onda kada je to potrebno. Kod hidroelektrana se dotok primarne energije (vode) može donekle akumulirati te se koristiti onda kada je potrebno. Svakako, veličina akumulacijskog bazena i količina oborina određuju koliko energije može proizvesti hidroelektrana i u kojem razdoblju. Prema osnovnom principu funkcioniranja elektroenergetskog sustava, gdje proizvodnja električne energije u svakom trenutku mora biti jednaka potrošnji električne energije uvećanoj za gubitke, mora se osigurati rezerva u elektranama koje imaju stalnu proizvodnju kako bi se nadoknadile oscilacije uzrokovane fotonaponskim elektranama, vjetroelektranama ili malim hidroelektranama.

## 5. SIMULACIJA

Simulacija je u sklopu ovog rada prikazana kroz tri potpoglavlja. Prvo potpoglavlje opisuje zadatak simulacije, a drugo i treće prikazuju ulazne podatke, odnosno rješenja simulacije.

### 5.1. Opis simulacije

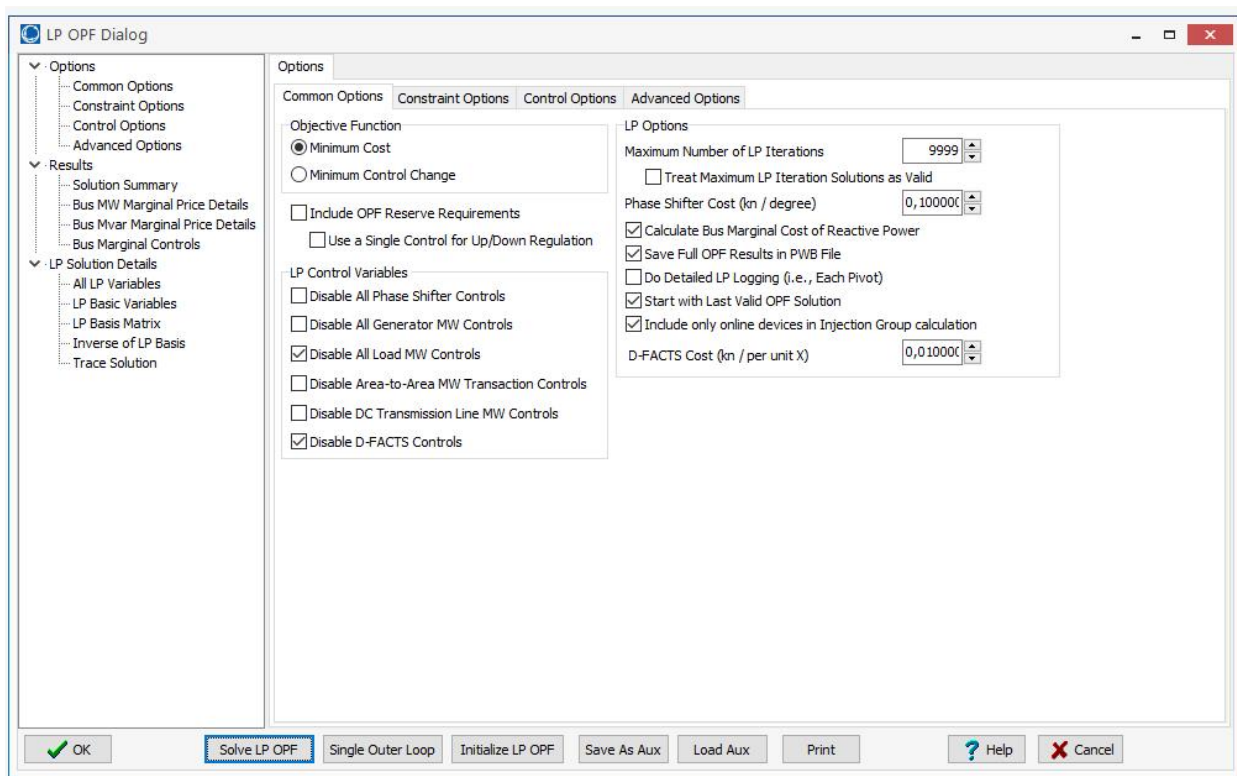
Zadatak je ove simulacije, uz pomoć teorije opisane u prethodnim poglavljima, prikazati optimalne tokove snaga u mreži s obnovljivim izvorom energije pomoću *PowerWorld* programskog paketa [15]. Optimalni tokovi snaga opisani su trima scenarijima koji prikazuju kako obnovljivi izvor poput vjetra utječu na optimalne tokove snaga unutar sustave i marginalnu cijenu električne energije u sustavu tijekom jednog dana.

U prvom scenariju vjetroelektrana radi prema prognozi koja uz pomoć ostalih proizvodnih kapaciteta zadovoljava potrošnju na optimalan način.

S obzirom na činjenicu da se vjetar mijenja svaki trenutak, drugi i treći scenarij prikazuju kakav utjecaj na optimalne tokove snaga i cijenu električne energije u sustavu ima pogreška u prognozi rada vjetroelektrane. Prema tome, u drugom je scenariju prikazan utjecaj na sustav ukoliko je proizvodnja 30% manja od prethodno prognozirane, dok je u trećem scenariju opisan utjecaj ukoliko je proizvodnja vjetroelektrane 30% veća od prognozirane.

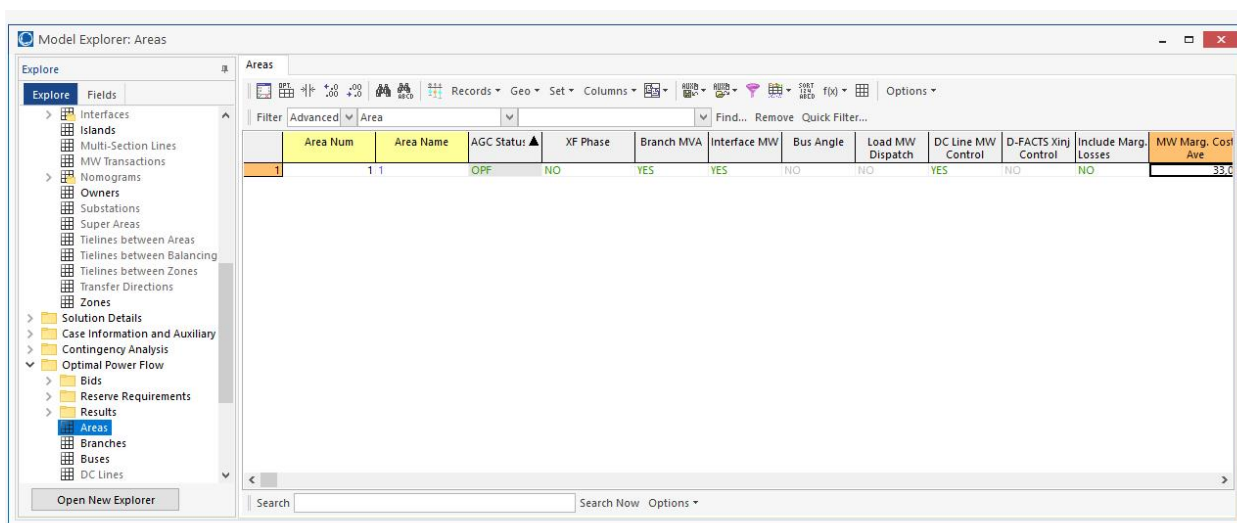
Svaki je scenarij predstavljen s 24 zasebne simulacije od kojih svaka predstavlja jedan sat tijekom dana. Za svaki su sat upisani odgovarajući parametri, a bit će prikazani u sljedećem potpoglavlju. Neki od odgovarajućih parametara koji se spominju su izlazna snaga pojedinog generatora, jalova i djelatna snaga opterećenja i slično.

Grafičko sučelje *PowerWorld* programskog paketa i jedнопolni prikaz mreže omogućuje konfiguriranje mreže na jednostavan način, dok brojne funkcije omogućuju opširnu analizu EES-a. S obzirom na činjenicu kako je u ovom radu potrebno proračunati optimalne tokove snaga, koristi se funkcija LP OPF koja optimalne tokove snaga proračunava metodom linearnog programiranja. Budući da je funkcija cilja minimiziranje troškova, potrebno je u postavkama odabrati „*Minimum Cost*“, kao što je prikazano na slici 5.1.



Slika 5.1. Sučelje za odabir funkcije cilja [15]

Kako bi program znao kakvu analizu treba napraviti, u izborniku „*Model Explorer: Areas*“ potrebno je „*AGC status*“ postaviti na „*OPF*“ kao što je prikazano na slici 5.2. Time se generatorima, kojima je omogućena postavka „*AGC*“, omogućava automatska promjena izlazne snage, što funkciji „*LP OPF*“ omogućava računanje optimalnih tokova snaga.



Slika 5.2. Postavljanje AGC statusa na OPF [15]

Nakon konfigurirane mreže i odabranih postavki programa, pokreće se simulacija pomoću izbornika „Solve LP OPF“ prikazanom na slici 5.1.

Rezultati se mogu prikazati izbornikom „Results“, također prikazanom na slici 5.1. ili na izborniku „Model Explorer: Optimal Power Flow“ koji je prikazan na slici 5.3.

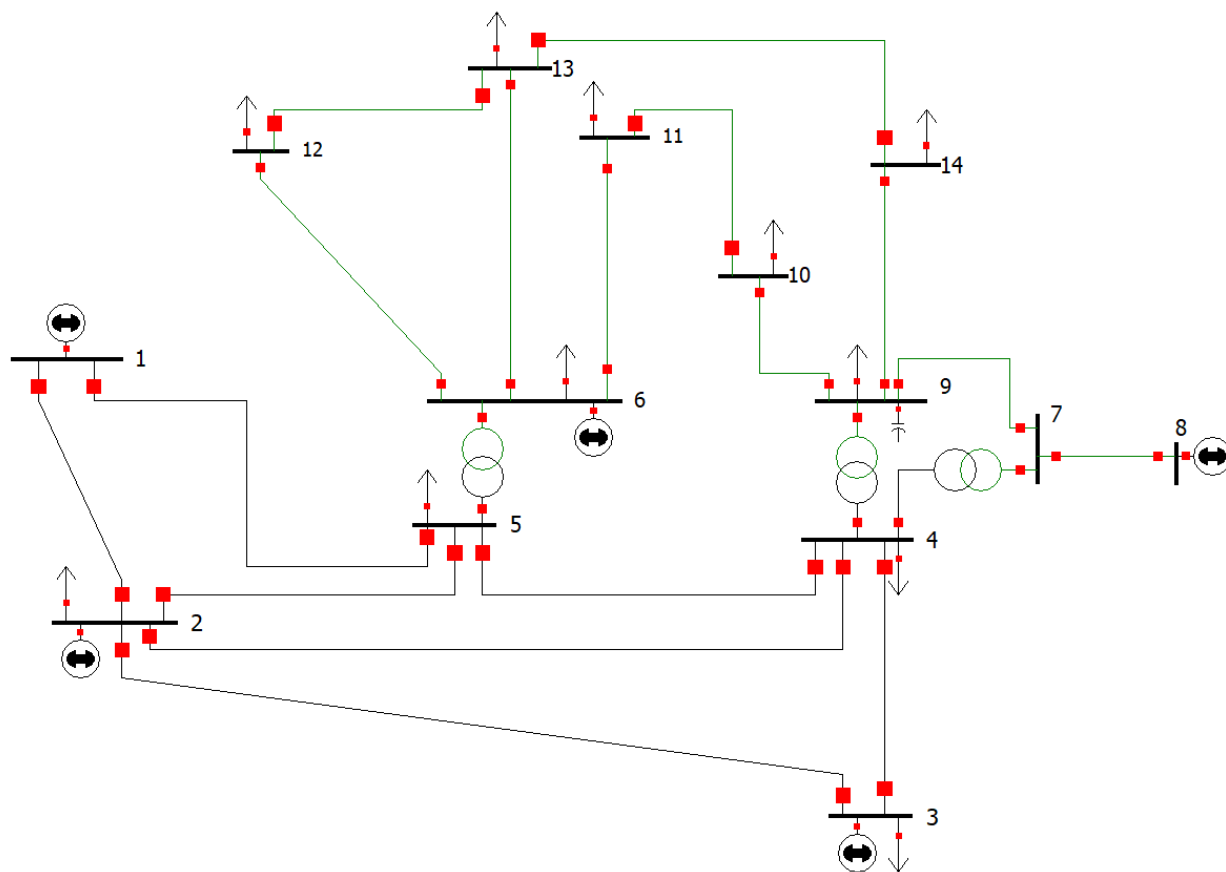
Rezultati koji će u radu biti predstavljeni su marginalne cijene i optimalne snage pojedinih elektrana u svakom satu. Ukoliko u sustavu nema prisutnih zagušenja, marginalne su cijene jednake na svakoj sabirnici.

Number of Bus	Name of Bus	ID	Area Name of Gen	AGC	Fast Start	OPF Fast Start Status	OPF MW Control	Gen MW	Cost Shift kn/MWh	Cost Multiplier	Cost kn/Hr (generation only)	MW Marg. Cost of Bus
1	1	1		NO	NO		If Agcable	40,0	0,000	1,000	0,00	33,04
2	2 2	1		NO	NO		If Agcable	35,6	0,000	1,000	278,00	33,04
3	3 3	1		YES	NO		If Agcable	39,1	0,000	1,000	2516,92	33,04
4	6 6	1		YES	NO		If Agcable	-0,0	0,000	1,000	2253,00	33,04
5	8 8	1		NO	NO		If Agcable	62,9	0,000	1,000	0,00	33,04

Slika 5.3. Primjer prikaza rezultata optimalnih tokova snaga i graničnih troškova [15]

## 5.2. Opis sustava i ulazni podaci

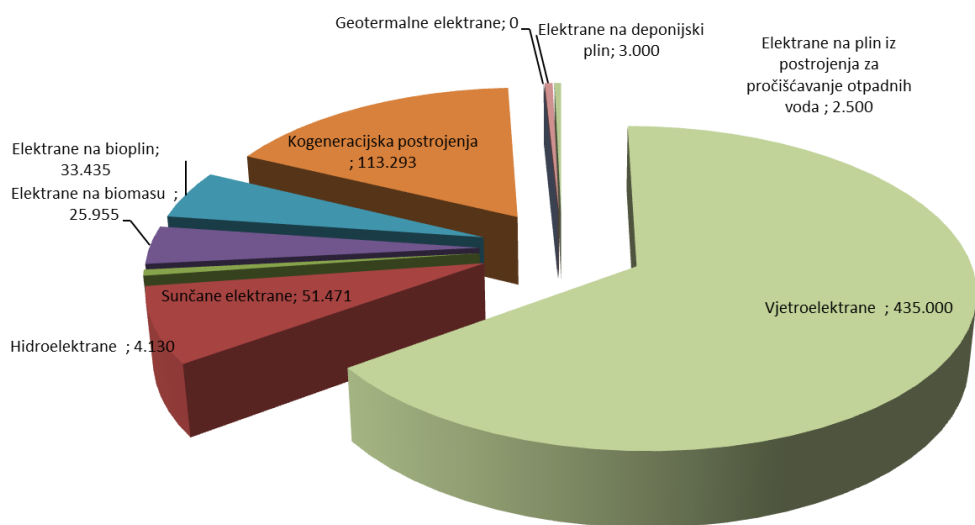
Simulacija optimalnih tokova snaga u ovom radu provedena je na testnom sustavu pod nazivom „IEEE 14 Bus Test System“ dostupnom na [16]. Jednopolni model sustava je modeliran u *PowerWorld* programskom paketu, a izvorno prikazuje dio elektroenergetskog sustava SAD-a iz 1962. godine prikazan je slikom 5.4.



Slika 5.4. Testni sustav s 14 sabirnica [15]

Originalni IEEE testni sustav ima dva naponska nivoa, a to su 138 kV kao prijenosna mreža i 69 kV kao distribucijska mreža. Osim toga, sustav je sastavljen od 14 sabirnica, 16 vodova, 11 opterećenja, 2 generatora, 3 sinkrona kompenzatora te tri transformatora. U odnosu na originalnu verziju IEEE testnog sustava, za potrebe simulacije napravljeno je nekoliko izmjena.

Jalovo opterećenje na čvoru 10 promijenjeno je s 5,8 Mvar na 9 Mvar u odnosu na originalnu vrijednost. Generatori spojeni na sabirnice 1 i 2 su hidroelektrane, a sinkroni kompenzatori koji su originalno spojeni na sabirnice 3, 6 i 8 zamijenjeni su generatorima. Generatori na sabirnicama 3 i 6 predstavljaju termoelektrane, a generator na sabirnici 8 predstavlja vjetroelektranu. Time je postignut proizvodni kapacitet sustava od 400 MW, od kojih termoelektrane zauzimaju 40%, hidroelektrane 35% i vjetroelektrane 25% ukupnih proizvodnih kapaciteta. Ideja za ovakvu raspodjelu je hrvatski EES, pa je, prema slici 5.5., preuzetoj na [17], vidljivo da su među obnovljivim izvorima koji su u Hrvatskoj povlašteni proizvođači, vodeće vjetroelektrane. Upravo zbog spomenute činjenice vjetroelektrane u ovom radu predstavljaju obnovljive izvore energije s 25-postotnom integracijom.



Slika 5.5. Povlašteni proizvođači električne energije u Hrvatskoj - instalirana snaga (kW); ožujak 2017. [17]

### 5.2.1. Električni podaci

Električni podaci modeliranog IEEE testnog sustava nalaze se u tablicama 5.1. i 5.2. Bazna snaga na koju su preračunate sve veličine u sustavu je 100 MVA. Impedancije i admitancije u tablici 5.2. iskazane su u *p.u.*

Oznake čvorišta prikazanoga u tablici 5.1. nabrojane su kao *ref* koji predstavlja referentno čvorište, *P-V* kao čvorište s kontrolom napona te *P-Q* koje predstavlja čvorište s opterećenjem.

Tablica 5.1. Električni podaci čvorišta IEEE testnog sustava s 14 čvorišta

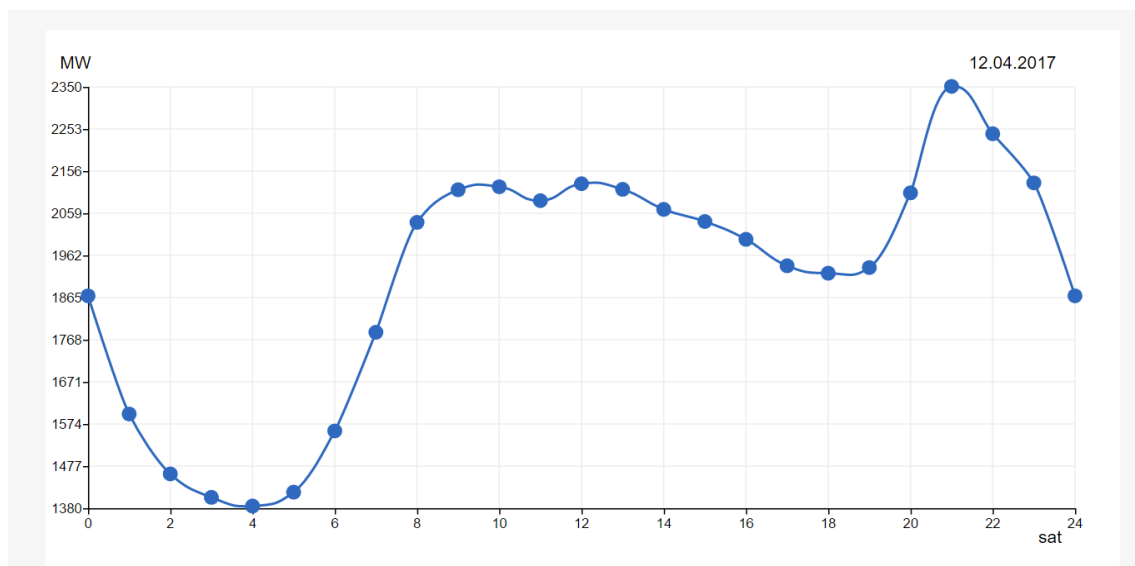
čvorište:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
tip:	ref	P-V	P-V	P-Q	P-Q	P-V	P-Q	P-V	P-Q	P-Q	P-Q	P-Q	P-Q	P-Q
djelatna snaga opterećenja [MW]:	0	21.7	94.2	47.8	7.6	11.2	0	0	29.5	9	3.5	6.1	13.5	14.9
jalova snaga opterećenja [MW]:	0	12.7	19	-3.9	1.6	7.5	0	0	16.6	9	1.8	1.6	5.8	5

Tablica. 5.2. Električni podaci vodova i transformatora IEEE testnog sustava s 14 čvorišta

VODOVI:					
početno čvorište:	krajnje čvorište:	djelatni otpor [p.u.]	uzdužna reaktancija [p.u.]	poprečna susceptancija [p.u.]	prijenosni kapacitet [MW]
1	2	0.01938	0.05917	0.0528	200
1	5	0.05403	0.22304	0.0492	100
2	3	0.04699	0.19797	0.0438	100
2	4	0.05811	0.17632	0.034	100
2	5	0.05695	0.17388	0.0346	100
3	4	0.06701	0.17103	0.0128	100
4	5	0.01335	0.04211	0	100
6	11	0.09498	0.1989	0	100
6	12	0.12291	0.25581	0	100
6	13	0.06615	0.13027	0	100
7	8	0	0.17615	0	100
7	9	0	0.11001	0	100
9	10	0.03181	0.0845	0	100
9	14	0.12711	0.27038	0	100
10	11	0.08205	0.19207	0	100
12	13	0.22092	0.19988	0	100
13	14	0.17093	0.34802	0	100
TRANSFORMATORI:					
4	7	0	0.20912	0	100
4	9	0	0.55618	0	100
5	6	0	0.25202	0	100

### 5.2.2. Opterećenja

Pretpostavljeno je da su opterećenja čvorišta prikazana u tablici 5.1. vršna opterećenja čvorišta tijekom 24 sata planiranja. Kako bi se simulacijom postigli što realniji rezultati, opterećenja su preračunata prema dnevnom dijagramu opterećenja (slika 5.6.) hrvatskog EES-a preuzetog za dan 12.04.2017. Preračunate vrijednosti dnevnog dijagrama opterećenja prikazana su u tablici 5.3., odnosno tablici 5.4.



Slika. 5.6. Dnevni dijagram opterećenja 12.4.2017. [18]

Tablica. 5.3. Preračunate vrijednosti dnevnog dijagrama za djelatna opterećenja

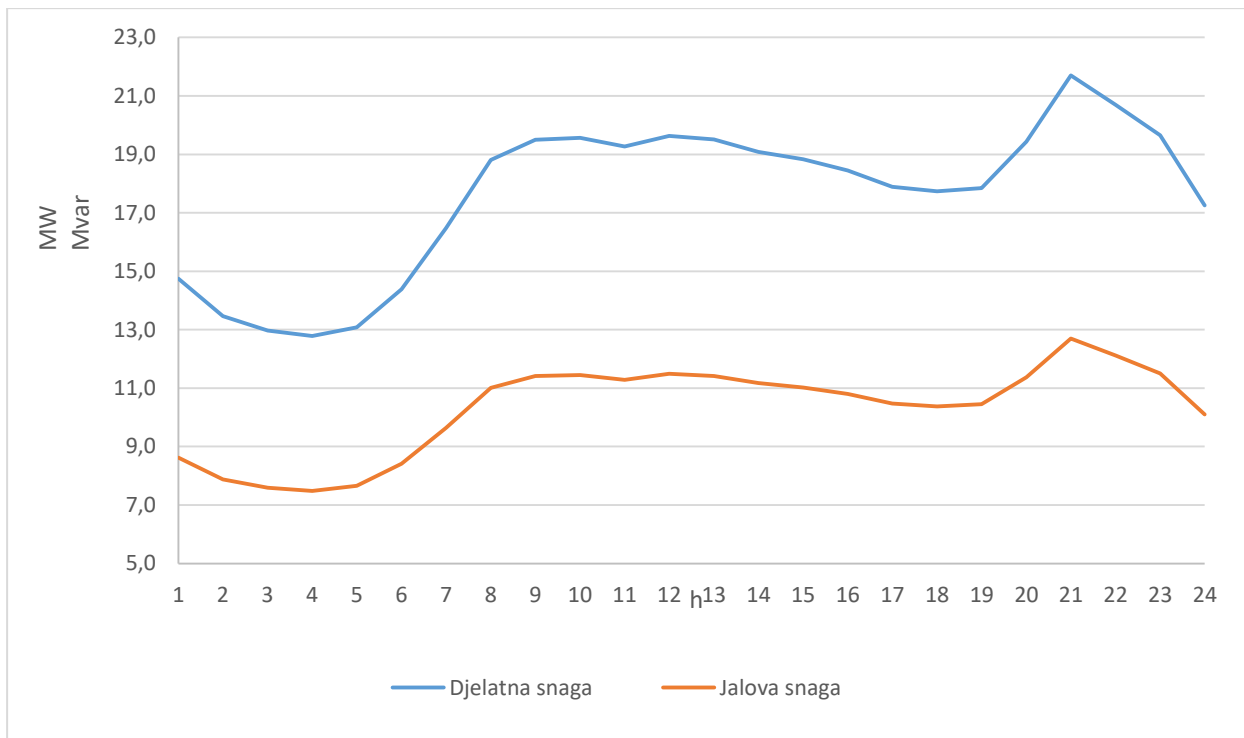
Vrijeme [h]	Bus 2 [MW]	Bus 3 [MW]	Bus 4 [MW]	Bus 5 [MW]	Bus 6 [MW]	Bus 9 [MW]	Bus 10 [MW]	Bus11 [MW]	Bus 12 [MW]	Bus 13 [MW]	Bus14 [MW]
1:00:00	14,7	64,0	32,5	5,2	7,6	20,0	6,1	2,4	4,1	9,2	10,1
2:00:00	13,5	58,5	29,7	4,7	7,0	18,3	5,6	2,2	3,8	8,4	9,2
3:00:00	13,0	56,3	28,6	4,5	6,7	17,6	5,4	2,1	3,6	8,1	8,9
4:00:00	12,8	55,5	28,2	4,5	6,6	17,4	5,3	2,1	3,6	8,0	8,8
5:00:00	13,1	56,8	28,8	4,6	6,8	17,8	5,4	2,1	3,7	8,1	9,0
6:00:00	14,4	62,4	31,7	5,0	7,4	19,5	6,0	2,3	4,0	8,9	9,9
7:00:00	16,5	71,5	36,3	5,8	8,5	22,4	6,8	2,7	4,6	10,2	11,3
8:00:00	18,8	81,7	41,4	6,6	9,7	25,6	7,8	3,0	5,3	11,7	12,9
9:00:00	19,5	84,7	43,0	6,8	10,1	26,5	8,1	3,1	5,5	12,1	13,4
10:00:00	19,6	84,9	43,1	6,9	10,1	26,6	8,1	3,2	5,5	12,2	13,4
11:00:00	19,3	83,7	42,5	6,7	9,9	26,2	8,0	3,1	5,4	12,0	13,2
12:00:00	19,6	85,2	43,2	6,9	10,1	26,7	8,1	3,2	5,5	12,2	13,5
13:00:00	19,5	84,7	43,0	6,8	10,1	26,5	8,1	3,1	5,5	12,1	13,4
14:00:00	19,1	82,9	42,0	6,7	9,9	25,9	7,9	3,1	5,4	11,9	13,1
15:00:00	18,8	81,7	41,5	6,6	9,7	25,6	7,8	3,0	5,3	11,7	12,9
16:00:00	18,5	80,1	40,6	6,5	9,5	25,1	7,7	3,0	5,2	11,5	12,7
17:00:00	17,9	77,7	39,4	6,3	9,2	24,3	7,4	2,9	5,0	11,1	12,3
18:00:00	17,7	77,0	39,1	6,2	9,2	24,1	7,4	2,9	5,0	11,0	12,2
19:00:00	17,9	77,5	39,3	6,3	9,2	24,3	7,4	2,9	5,0	11,1	12,3
20:00:00	19,4	84,4	42,8	6,8	10,0	26,4	8,1	3,1	5,5	12,1	13,3
21:00:00	21,7	94,2	47,8	7,6	11,2	29,5	9,0	3,5	6,1	13,5	14,9
22:00:00	20,7	89,8	45,6	7,2	10,7	28,1	8,6	3,3	5,8	12,9	14,2
23:00:00	19,7	85,3	43,3	6,9	10,1	26,7	8,2	3,2	5,5	12,2	13,5
0:00:00	17,3	74,9	38,0	6,0	8,9	23,5	7,2	2,8	4,8	10,7	11,8



Tablica 5.4. Preračunate vrijednosti dnevnog dijagrama za jalova opterećenja

Vrijeme [h]	Bus 2 [Mvar]	Bus 3 [Mvar]	Bus 4 [Mvar]	Bus 5 [Mvar]	Bus 6 [Mvar]	Bus 9 [Mvar]	Bus 10 [Mvar]	Bus 11 [Mvar]	Bus 12 [Mvar]	Bus 13 [Mvar]	Bus 14 [Mvar]
1:00:00	8,6	12,9	-2,6	1,1	5,1	11,3	6,1	1,2	1,1	3,9	3,4
2:00:00	7,9	11,8	-2,4	1,0	4,7	10,3	5,6	1,1	1,0	3,6	3,1
3:00:00	7,6	11,4	-2,3	1,0	4,5	9,9	5,4	1,1	1,0	3,5	3,0
4:00:00	7,5	11,2	-2,3	0,9	4,4	9,8	5,3	1,1	0,9	3,4	2,9
5:00:00	7,7	11,5	-2,4	1,0	4,5	10,0	5,4	1,1	1,0	3,5	3,0
6:00:00	8,4	12,6	-2,6	1,1	5,0	11,0	6,0	1,2	1,1	3,8	3,3
7:00:00	9,6	14,4	-3,0	1,2	5,7	12,6	6,8	1,4	1,2	4,4	3,8
8:00:00	11,0	16,5	-3,4	1,4	6,5	14,4	7,8	1,6	1,4	5,0	4,3
9:00:00	11,4	17,1	-3,5	1,4	6,7	14,9	8,1	1,6	1,4	5,2	4,5
10:00:00	11,5	17,1	-3,5	1,4	6,8	15,0	8,1	1,6	1,4	5,2	4,5
11:00:00	11,3	16,9	-3,5	1,4	6,7	14,7	8,0	1,6	1,4	5,2	4,4
12:00:00	11,5	17,2	-3,5	1,4	6,8	15,0	8,1	1,6	1,4	5,2	4,5
13:00:00	11,4	17,1	-3,5	1,4	6,7	14,9	8,1	1,6	1,4	5,2	4,5
14:00:00	11,2	16,7	-3,4	1,4	6,6	14,6	7,9	1,6	1,4	5,1	4,4
15:00:00	11,0	16,5	-3,4	1,4	6,5	14,4	7,8	1,6	1,4	5,0	4,3
16:00:00	10,8	16,2	-3,3	1,4	6,4	14,1	7,7	1,5	1,4	4,9	4,3
17:00:00	10,5	15,7	-3,2	1,3	6,2	13,7	7,4	1,5	1,3	4,8	4,1
18:00:00	10,4	15,5	-3,2	1,3	6,1	13,6	7,4	1,5	1,3	4,7	4,1
19:00:00	10,4	15,6	-3,2	1,3	6,2	13,7	7,4	1,5	1,3	4,8	4,1
20:00:00	11,4	17,0	-3,5	1,4	6,7	14,9	8,1	1,6	1,4	5,2	4,5
21:00:00	12,7	19,0	-3,9	1,6	7,5	16,6	9,0	1,8	1,6	5,8	5,0
22:00:00	12,1	18,1	-3,7	1,5	7,2	15,8	8,6	1,7	1,5	5,5	4,8
23:00:00	11,5	17,2	-3,5	1,4	6,8	15,0	8,2	1,6	1,4	5,3	4,5
0:00:00	10,1	15,1	-3,1	1,3	6,0	13,2	7,2	1,4	1,3	4,6	4,0

Na osnovi prikazanog dnevnog dijagrama opterećenja te preračunatih opterećenja, dobivene su krivulje promjene opterećenja tijekom dana. Slika 5.7. prikazuje promjenu djelatnog i jalovog opterećenja na sabirnici 2, dok su krivulje promjene opterećenja na ostalim sabirnicama prikazane u prilogu.



Slika 5.7. Krivulja promjene opterećenja tijekom dana na sabirnici 2

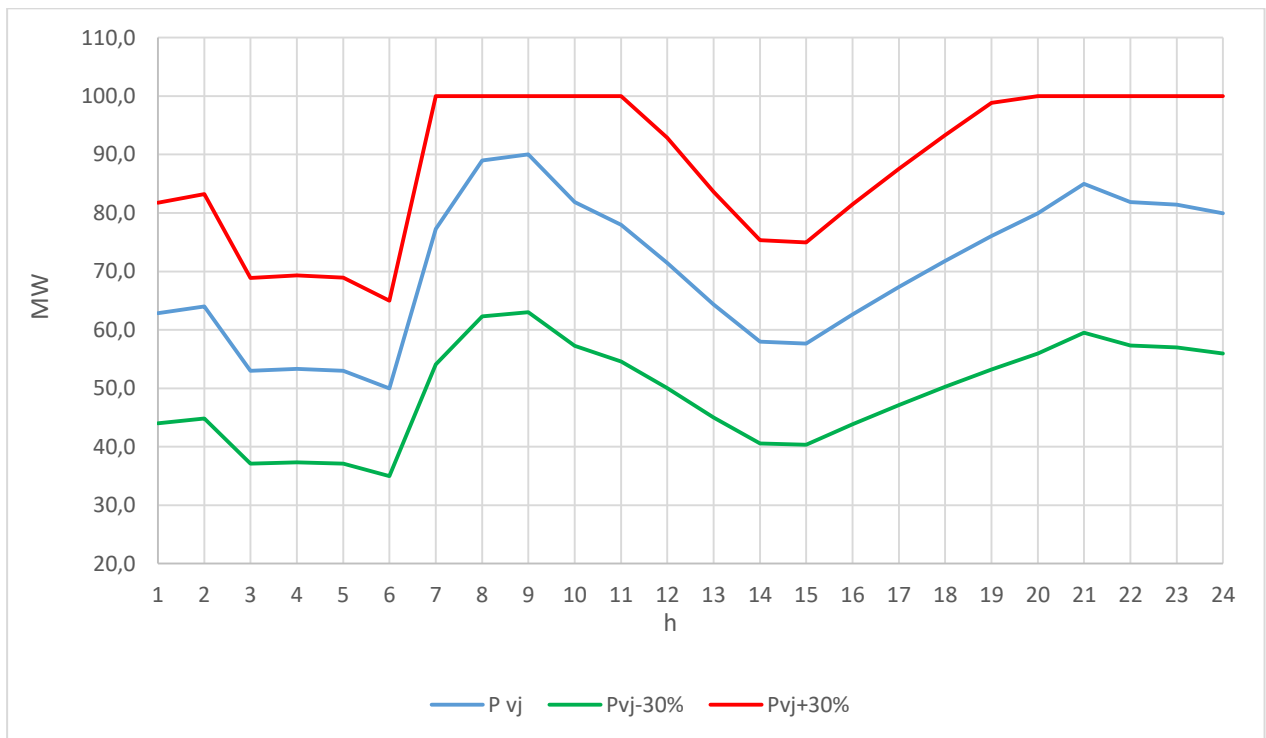
### 5.2.3. Termoelektrane

Generatori na sabirnicama 3 i 6 predstavljaju suvremene plinske elektrane s kombiniranim ciklusom u kojima se toplina na izlazu iz plinske turbine koristi za stvaranje pare koja se iskorištava u parnoj turbini što osigurava stupanj djelovanja od oko 60%. Elektrana na sabirnici 6, predstavljena nazivom TE1, ima izlaznu snagu od 100 MW te u ovom sustavu predstavlja skuplju elektranu, dok elektrana na sabirnici 3, predstavljena nazivom TE2, ima izlaznu snagu 60 MW i predstavlja jeftiniju elektranu. Elektrana na sabirnici 3 također sudjeluje u regulaciji. Razlika u odnosu na hidroelektranu HE2 na sabirnici 2, predstavljenu u potpoglavlju 5.2.5., je u tome što termoelektrana TE2 na sabirnici 3 ima tehnički minimum ispod kojeg ne može raditi te u uobičajenim uvjetima radi u rasponu od 15 do 50 MW, a preostalih 10 MW je spremna prodati kao energiju uravnoteženja.

### 5.2.4. Vjetroelektrana

Vjetroelektrana predstavljena generatorom na sabirnici 8, ukupne instalirane snage u iznosu od 100MW, priključena je na 69 kV distribucijsku mrežu. Kako je u praksi nemoguće

regulirati izlaznu snagu vjetroelektrana ili uskladištiti njihovu energiju, u sigurnom vođenju EES-a veliku ulogu ima prognoza rada vjetroelektrana. U Hrvatskoj je za prognoziranje rada vjetroelektrana zadužen Hrvatski operator tržišta energije. Iako se varijacija vjetra mijenja iz trenutka u trenutak, u radu je korištena satna prognoza tijekom jednog dana jer preciznije prognoze nisu javno dostupne. Nadalje, slika 5.8., odnosno tablica 5.5. prikazuju prognozu rada vjetroelektrane modelirane prema nazivnoj snazi vjetroelektrane i prognozi preuzetoj na [19]. S obzirom na činjenicu kako je vjetar vrlo promjenjiva veličina koju je teško prognozirati, u rezultatima će biti prikazan utjecaj na sustav ukoliko se snaga vjetroelektrane poveća ili smanji za 30% od prognozirane, a spomenuto je vidljivo na slici 5.8.



Slika 5.8. Prognoza rada vjetroelektrane

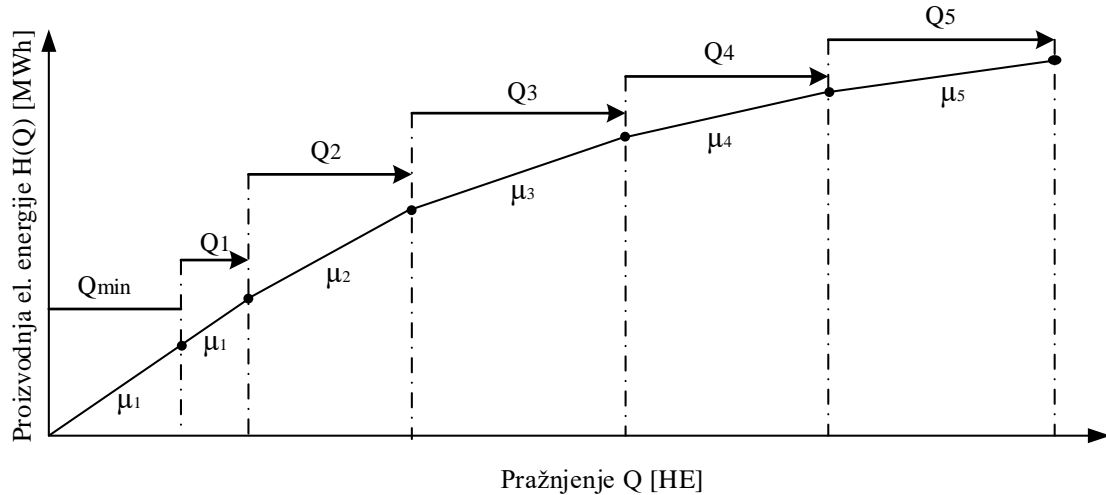
Tablica 5.5. Prognoza rada vjetroelektrane

Vrijeme [h]	$P_{vj}$ [MW]	$P_{vj-30\%}$ [MW]	$P_{vj+30\%}$ [MW]
1:00:00	62,9	44,0	81,7
2:00:00	64,0	44,8	83,2
3:00:00	53,0	37,1	68,9
4:00:00	53,3	37,3	69,3
5:00:00	53,0	37,1	68,9
6:00:00	50,0	35,0	65,0
7:00:00	77,3	54,1	100,0
8:00:00	89,0	62,3	100,0
9:00:00	90,0	63,0	100,0
10:00:00	81,8	57,3	100,0
11:00:00	78,0	54,6	100,0
12:00:00	71,5	50,0	92,9
13:00:00	64,3	45,0	83,6
14:00:00	58,0	40,6	75,4
15:00:00	57,7	40,4	75,0
16:00:00	62,7	43,9	81,5
17:00:00	67,4	47,2	87,6
18:00:00	71,8	50,2	93,3
19:00:00	76,0	53,2	98,8
20:00:00	80,0	56,0	100,0
21:00:00	85,0	59,5	100,0
22:00:00	81,9	57,3	100,0
23:00:00	81,5	57,0	100,0
0:00:00	80,0	56,0	100,0

### 5.2.5. Hidroelektrane

Generatori na sabirnicama 1 i 2 predstavljaju sustav od dvije kaskadne hidroelektrane koje rade prema unaprijed optimiziranom planu. Takav je plan napravljen prema modelu koji maksimizira dobit na tržištu za dan unaprijed. Model uzima u obzir vrijednost akumulirane vode u promatranim hidroelektranama kako bi se uključila očekivana promjena cijene električne energije u razdoblju od nekoliko dana. Vrijednost akumulirane vode na kraju simulacijskog razdoblja ovisi o tome koliko se električne energije može proizvesti u hidroelektranama koristeći preostalu vodu i očekivanoj cijeni električne energije po kojoj će ta energija biti prodana. Ovisnost učinkovitosti o pražnjenju može se prikazati podjelom stvarne ulazno-izlazne karakteristike hidroelektrane na odsječke. Na taj se način dobiva linearna funkcija proizvodnje koja ovisi o pojedinom odsječku pražnjenja hidroelektrane. Slika 5.9. prikazuje linearnu aproksimaciju ulazno-

izlazne karakteristike s prikazanim odsječcima i odgovarajućim diferencijalnim ekvivalentom proizvodnje [20].



Slika 5.9. Linearna aproksimacija ulazno-izlazne karakteristike hidroelektrane s prikazanim odsječcima i odgovarajućim diferencijalnim ekvivalentom proizvodnje [20]

Matematički prikaz funkcije cilja je sljedeći:

$$\max \sum_{t=1}^{24} \lambda_t \left[ \sum_{i=1}^{n_i} \left[ \sum_{g=1}^{n_{g_i}} H_{min,i,g} b_{0i,g,t} + \sum_{j=1}^{n_{j_i,g}} \mu_{i,g,j} Q_{i,g,j,t} \right] \right] + \lambda_f \left[ \sum_{i=1}^{n_i} M u_{i,T} \sum_{k \in \Gamma_i} \mu_{S_k} + \sum_{i=1}^{n_i} M d_{i,T} \sum_{k \in \Gamma_j} \mu_{S_k} \right] \quad (5-1)$$

gdje je:

- $\lambda_t$  - očekivana cijena električne energije tijekom sata  $t$
- $n_i$  - broj hidroelektrana
- $n_{g_i}$  - broj proizvodnih jedinica hidroelektrane  $i$
- $n_{j_i,g}$  - broj segmenata za pražnjenje proizvodne jedinice  $g$  hidroelektrane  $i$
- $H_{min,i,g}$  - energija proizvedena u proizvodnoj jedinici  $g$  hidroelektrane  $i$  u satu  $t$  kada je izlazna snaga jednaka tehničkom minimumu proizvodne jedinice  $g$
- $b_{0,i,g,t}$  - binomna varijabla proizvodne jedinice  $g$  u hidroelektrani  $i$  u satu  $t$
- $Q_{i,g,j,t}$  - pražnjenje segmenta  $j$  proizvodne jedinice  $g$  hidroelektrane  $i$  tijekom sata  $t$

- $\mu_{i,g,j}$  - ekvivalent diferencijalne proizvodnje segmenta  $j$  proizvodne jedinice  $g$  u hidroelektrani  $i$
- $\lambda_f$  - očekivana buduća cijena električne energije
- $Mu_{i,T}$  - sadržaj gornjeg spremnika u elektrani  $i$  na kraju razdoblja planiranja
- $Md_{i,T}$  - sadržaj nižeg spremnika u elektrani  $i$  na kraju razdoblja planiranja
- $\Gamma_i$  - skup indeksa za sve elektrane nizvodno od elektrane  $i$  (uključujući elektranu  $i$ )
- $\Gamma_j$  - skup indeksa za sve elektrane nizvodno od elektrane  $i$  (bez elektrane  $i$ )
- $\mu S_k$  - prosječni ekvivalent proizvodnje u elektrani  $k$

Pri modeliranju hidroelektrana smještenih na istom riječnom sustavu u svakom satu mora biti zadovoljen sljedeći uvjet [21]:

$$\text{sadržaj novog spremnika} = \text{prethodni sadržaj spremnika} + \text{dotok vode} \quad (5-2)$$

Primjenom prethodnog izraza za gornji i donji spremnik hidroelektrane  $i$ , dobiveni su sljedeći uvjeti [20]:

$$Mu_{i,t} = Mu_{i,t-1} - Q_{i,t} - S_{i,t} + Qd_{j,t-\tau_{j,i}} + Sd_{j,t-\tau_{j,i}} + V_{i,t} \quad (5-3)$$

$$Md_{i,t} = Md_{i,t-1} + Q_{i,t} + S_{i,t} - Qd_{i,t} - Sd_{i,t} \quad (5-4)$$

gdje je:

- $Mu_{i,t}$  - sadržaj gornjeg spremnika u hidroelektrani  $i$  na kraju sata  $t$
- $Mu_{i,t-1}$  - sadržaj gornjeg spremnika u hidroelektrani  $i$  na kraju sata  $t-1$
- $Q_{i,t}$  - ukupno pražnjenje hidroelektrane  $i$  tijekom sata  $t$
- $S_{i,t}$  - prolijevanja iz gornjeg spremnika u hidroelektrani  $i$  tijekom sata  $t$
- $Qd_{j,t-\tau_{j,i}}$  - pražnjenje iz donjeg spremnika u hidroelektrani  $j$  prvoj uzvodno od hidroelektrane  $i$
- $Sd_{j,t-\tau_{j,i}}$  - prolijevanja iz donjeg spremnika u hidroelektrani  $j$  prvoj uzvodno od hidroelektrane  $i$
- $V_{i,t}$  - ulijevanje u gornji spremnik u hidroelektrani  $i$  tijekom sata  $t$
- $Md_{i,t}$  - sadržaj nižeg spremnika u hidroelektrani  $i$  na kraju sata  $t$
- $Md_{i,t-1}$  - sadržaj nižeg spremnika u hidroelektrani  $i$  na kraju sata  $t-1$
- $Qd_{i,t}$  - pražnjenje nižeg spremnika u hidroelektrani  $i$  tijekom sata  $t$
- $Sd_{i,t}$  - prolijevanje iz nižeg spremnika u hidroelektrani  $i$  tijekom sata  $t$

Prethodni izraz može se primijeniti na hidroelektrane koje nemaju niži spremnik. U tom slučaju  $Md_{i,t}$  i  $Qd_{i,t}$  su jednaki 0 za sve sate simulacijskog perioda.

Zbog fizičkih ograničenja pražnjenja i prolijevanja u hidroelektranama, kao i ograničenja volumena spremnika, postoje gornja i donja ograničenja [19]:

$$Q_{min,i,g} b_{0,i,g,t} \leq Q_{i,g,t} \leq Q_{maks,i,g} b_{0,i,g,t} \quad (5-5)$$

$$0 \leq Q_{i,g,j,t} \leq Q_{maks,i,g,j} \quad (5-6)$$

$$0 \leq S_{i,t} \leq S_{maks,i} \quad (5-7)$$

$$0 \leq Sd_{i,t} \leq Sd_{maks,i} \quad (5-8)$$

$$Mu_{L,i} \leq Mu_{i,t} \leq Mu_{U,i} \quad (5-9)$$

$$Md_{L,i} \leq Md_{i,t} \leq Md_{U,i} \quad (5-10)$$

gdje je:

$Q_{min,i,g}$  - minimalno pražnjenje koje odgovara tehničkom minimumu jedinice  $g$  u hidroelektrani  $i$

$Q_{maks,i,g}$  - gornja granica za pražnjenje jedinice  $g$  hidroelektrane  $i$  tijekom sata  $t$

$Q_{maks,i,g,j}$  - gornja granica za pražnjenje u segmentu  $j$  za jedinicu  $g$  u hidroelektrani  $i$  tijekom sata  $t$

$S_{maks,i}$  - gornja granica prolijevanja gornjeg spremnika u hidroelektrani  $i$

$Sd_{maks,i}$  - gornja granica prolijevanja donjeg spremnika u hidroelektrani  $i$

$Mu_{L,i}$  - donja granica sadržaja gornjeg spremnika u hidroelektrani  $i$

$Mu_{U,i}$  - gornja granica sadržaja gornjeg spremnika u hidroelektrani  $i$

$Md_{L,i}$  - donja granica sadržaja donjeg spremnika u hidroelektrani  $i$

$Md_{U,i}$  - gornja granica sadržaja donjeg spremnika u hidroelektrani  $i$

Maksimalni i minimalni protok rijeke između dvije hidroelektrane određen je sljedećim uvjetom:

$$Qd_{L,i} \leq Qd_{i,t} + Sd_{i,t} \leq Qd_{U,i} \quad (5-11)$$

gdje su:

$Q_{dL,i}$  - donja granica protoka rijeke između hidroelektrana  $i$  i  $j$

$Q_{dU,i}$  - gornja granica protoka rijeke između hidroelektrana  $i$  i  $j$

Karakteristike dvaju kaskado povezanih hidroelektrana koje su u *PowerWorld* simulaciji predstavljene kao HE1 na sabirnici 1 i HE2 na sabirnici 2 prikazane su u tablici 5.6.

Tablica 5.6. Karakteristike elektrana u promatranom sustavu

<b>Hidroelektrane</b>	<b>Instalirana snaga [MW]</b>	<b>Projektirani protok [m<sup>3</sup>/s]</b>	<b>Korisni volumen gornjeg spremnika [10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>]</b>
HE1	1 x 80	1 x 70	1060
HE2	1 x 60	1 x 70	3.78

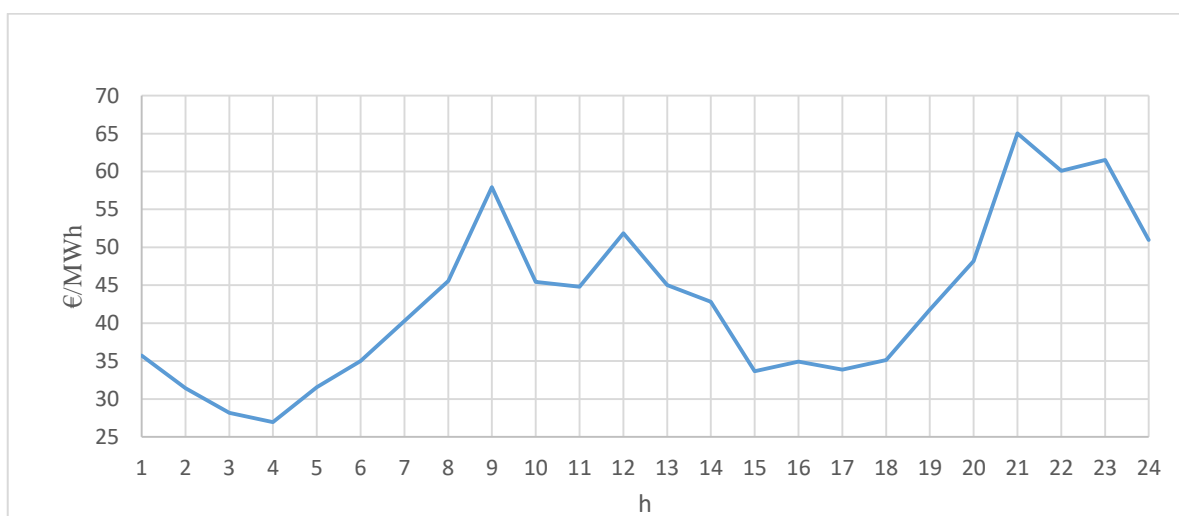
Simulacijsko je razdoblje 24 sata, od 01:00 do 00:00. Pretpostavlja se da je vrijeme kašnjenja u kojem voda iz HE1 dolazi do gornjeg spremnika HE2 jedan sat. Zbog vremena kašnjenja potrebno je znati pražnjenje i prelijevanje za HE1 sat prije početka simuliranog razdoblja. Pretpostavlja se da je preliv na brani 0. Početni sadržaj spremnika za hidroelektrane HE1 i HE2 jednak je 20% ukupne aktivne pohrane.

Pražnjenje hidroelektrane HE1 u zadnjem satu prethodnog dana je 40 m<sup>3</sup>/s. Proizvodnja promatranih hidroelektrana kao funkcija pražnjenja podijeljena je u 2 segmenta veličine 0,75 i 0,25 maksimalnog pražnjenja u elektrani. Pretpostavljeni priljev u gornjem spremniku hidroelektrane HE1 iznosi 50 m<sup>3</sup>/s za cijelo razdoblje simulacije. Pretpostavljeni lokalni priljev između hidroelektrana jednak je 1 m<sup>3</sup>/s. Zbog minimalnog protoka između hidroelektrana pretpostavlja se da je niža granica proizvodnje hidroelektrane HE1 40 MWh/h. Zbog regulacijske svrhe, donja granica proizvodnje hidroelektrane HE2 postavljena je na 15 MWh/h, a gornja je granica postavljena na 45 MWh/h. Podaci o cijenama električne energije na tržištu za dan unaprijed, prikazani tablicom 5.7. preuzeti su sa Hrvatske burze električne energije za dan 12.04.2017 [22]. Trend cijene električne energije na burzi (slika 5.10.) prati trend dnevnog dijagrama opterećenja hrvatskog EES-a (slika 5.6.). Očekivana buduća cijena električne energije je 32,75 €/MWh.



Tablica 5.7. Cijene električne energije za 12.04.2017.

Vrijeme	Cijena [€/MWh]
1:00:00	35,72
2:00:00	31,42
3:00:00	28,17
4:00:00	26,95
5:00:00	31,55
6:00:00	35
7:00:00	40,3
8:00:00	45,55
9:00:00	57,93
10:00:00	45,45
11:00:00	44,8
12:00:00	51,85
13:00:00	45,02
14:00:00	42,8
15:00:00	33,64
16:00:00	34,91
17:00:00	33,86
18:00:00	35,13
19:00:00	41,77
20:00:00	48,17
21:00:00	65,02
22:00:00	60,08
23:00:00	61,51
0:00:00	50,95



Slika 5.10. Trend cijene električne energije na burzi za 12.4.2017. [22]

Prema definiranom modelu, simuliranom u programskom paketu MatLAB, dobiveni su rezultati plana rada kaskadno povezanih hidroelektrana tijekom 24 sata. Rezultati su prikazani tablicom 5.8.

Tablica 5.8. Plan rada hidroelektrana

Vrijeme [h]	$P_{HE1}$ [MW]	$P_{HE2}$ [MW]
1:00:00	40,0	35,6
2:00:00	40,0	15,0
3:00:00	40,0	15,0
4:00:00	40,0	15,0
5:00:00	40,0	15,0
6:00:00	40,0	45,0
7:00:00	40,0	45,0
8:00:00	80,0	45,0
9:00:00	80,0	45,0
10:00:00	80,0	45,0
11:00:00	61,0	45,0
12:00:00	80,0	45,0
13:00:00	80,0	45,0
14:00:00	60,8	45,0
15:00:00	40,0	45,0
16:00:00	40,0	45,0
17:00:00	40,0	45,0
18:00:00	40,0	45,0
19:00:00	40,0	45,0
20:00:00	80,0	45,0
21:00:00	80,0	45,0
22:00:00	80,0	45,0
23:00:00	80,0	45,0
0:00:00	40,0	45,0

### 5.2.6. Troškovi proizvodnje

S obzirom na činjenicu kako je zadatak ovog rada optimiziranje tokova snaga s minimalnim troškovima kao funkcijom cilja, važno je definirati troškove pojedinih generatora, odnosno elektrana. Kako se radi o cijenama isporuke MW u sljedećem satu, troškovi investicije i dekomisije nisu uzimani u obzir. Parametrima prema [23], modelirane su ponude termoelektrana s kombiniranim ciklusom koje prate tržišne cijene. Prema tome, termoelektrana TE1 na sabirnici 6

predstavlja najskuplju elektranu, dok je termoelektrana TE2 na sabirnici 3 jeftinija od TE1, ali skuplja od preostalih hidroelektrana i vjetroelektrane.

Sustav hidroelektrana radi prema već opisanom planu koji se temelji na tržišnim cijenama za dan unaprijed. Vjetroelektrane su prikazane kao elektrane bez troškova koje kao povlašteni proizvođači svu proizvedenu energiju injektiraju u EES.

Hidroelektrana HE2 i termoelektrana TE2 koje sudjeluju sa sekundarnoj regulaciji energiju uravnoteženja naplaćuju prema za to predviđenoj tarifi koja je veća od regularne cijene električne energije na tržištu. Cijena uravnoteženja termoelektrane veća je od cijene uravnoteženja hidroelektrane.

## **5.3. Rezultati simulacije**

### **5.3.1. Prvi scenarij**

Rezultati simulacije prikazuju izlazne snage pojedinih elektrana koje u svakom satu tijekom jednog dana zadovoljavaju opterećenje na ekonomičan način. Drugim riječima, najjeftinije elektrane rade kao temeljne elektrane, dok najskuplje elektrane rade kao vršne.

Prema dnevnom dijagramu opterećenja prikazanom na slici 5.6., vidljivo je da je najveće opterećenje u 21:00 sat, iz čega je jasno kako je tada potrebno angažirati veći broj proizvodnih kapaciteta u odnos na 04:00 sata, kada je opterećenje minimalno.

Rezultate prvog scenarija prikazuje tablica 5.9. U tom scenariju hidroelektrane rade prema prethodno opisanom planu u potpoglavlju 5.2.5. Njihova izlazna snaga prikazana je stupcima  $P_{HE1}$  i  $P_{HE2}$ . Vjetroelektrane rade prema opisanoj prognozi u potpoglavlju 5.2.4., s izlaznom snagom prikazanom u stupcu  $P_{VE}$ . Prema tome, optimalni tokovi snaga u prvom scenariju proračunati su za termoelektrane TE1 i TE2, prikazani stupcima  $P_{TE1}$  i  $P_{TE2}$ . Na osnovi proračunatih snaga definirane su marginalne cijene za pojedini sat koje su također prikazane u tablici.

Tablica 5.9. Rezultati prvog scenarija

Vrijeme [h]	P <sub>HE1</sub> [MW]	P <sub>HE2</sub> [MW]	P <sub>TE1</sub> [MW]	P <sub>TE2</sub> [MW]	P <sub>VE</sub> [MW]	Marginalna cijena [€/MWh]
1:00:00	40,0	35,6	0,0	39,1	62,9	33,04
2:00:00	40,0	15,0	0,0	43,4	64,0	33,1
3:00:00	40,0	15,0	0,0	48,2	53,0	33,1
4:00:00	40,0	15,0	0,0	45,9	53,3	33,1
5:00:00	40,0	15,0	0,0	49,5	53,0	33,1
6:00:00	40,0	45,0	0,0	38,3	50,0	33,04
7:00:00	40,0	45,0	0,0	36,3	77,3	33,04
8:00:00	80,0	45,0	0,0	15,3	88,0	32,86
9:00:00	80,0	45,0	0,0	21,5	90,0	32,86
10:00:00	80,0	45,0	0,0	30,3	81,8	32,98
11:00:00	61,0	45,0	0,0	48,6	78,0	33,1
12:00:00	80,0	45,0	0,0	41,0	71,5	33,04
13:00:00	80,0	45,0	0,0	46,6	64,3	33,1
14:00:00	60,8	45,0	16,5	50,0	58,0	61,63
15:00:00	40,0	45,0	33,8	50,0	57,7	62,11
16:00:00	40,0	45,0	24,6	50,0	62,7	62,11
17:00:00	40,0	45,0	12,9	50,0	67,4	61,63
18:00:00	40,0	45,0	6,9	50,0	71,8	61,63
19:00:00	40,0	45,0	4,1	50,0	76,0	61,63
20:00:00	80,0	45,0	0,0	30,3	80,0	32,98
21:00:00	80,0	45,0	2,4	50,0	85,0	61,63
22:00:00	80,0	45,0	0,0	43,4	81,9	33,1
23:00:00	80,0	45,0	0,0	31,5	81,5	32,98
0:00:00	40,0	45,0	0,0	42,9	80,0	33,04

U periodu od 01:00 do 14:00 sati, potrošnja se zadovoljava iz hidroelektrana HE1 i HE2, vjetroelektrane VE i jeftinije termoelektrane TE2. Ovisno o izlaznoj snazi TE2 mijenja se marginalnu cijena, a iznosi oko 33 €/MWh.

U periodu od 14:00 do 19:00 sati, hidroelektrana HE1 je prema planu smanjila svoju izlaznu snagu te skoro cijeli period radi s pola instalirane snage. Kako je početkom tog perioda došlo i do smanjenja vjetra, što je smanjilo proizvodnju vjetroelektrane, pojavila se potreba za maksimalnom aktivacijom jeftinije termoelektrane TE2. Nadalje, da bi se zadovoljilo opterećenje tijekom tog perioda, po prvi put u danu aktivirana je i skuplja termoelektrana TE1 koja, ovisno o izlaznoj snazi, podiže marginalnu cijenu od 61,63 do 62,11 €/MWh.

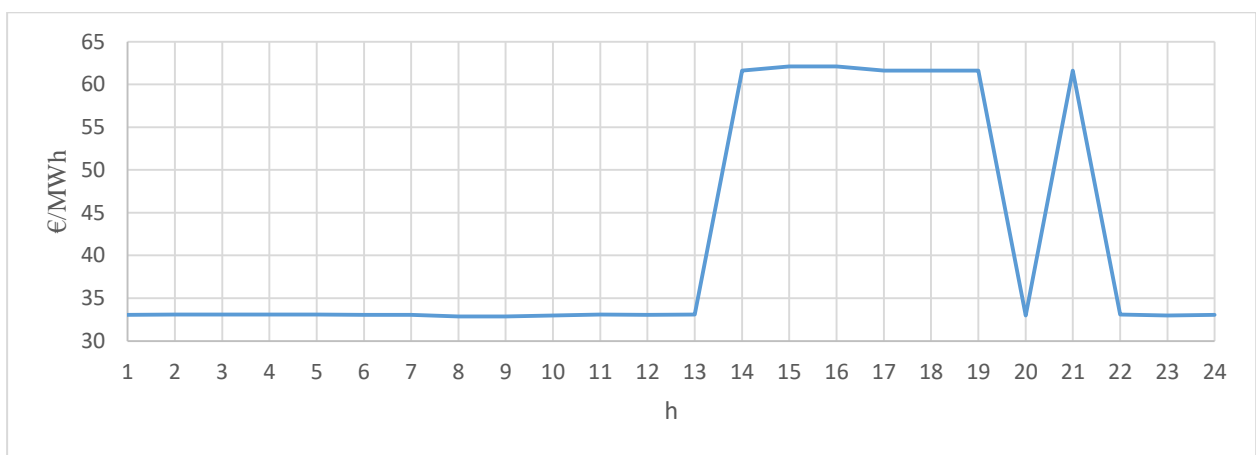
U periodu od 20:00 do 23:00 sata, hidroelektrana HE1 prema planu je podigla proizvodnju do maksimuma. S obzirom na činjenicu kako je i vjetroelektrana podigla svoju proizvodnju,

angažman termoelektrane TE1 nije potreban u periodu od 20:00 do 21:00 sat pa je cijena tijekom tog perioda pala na oko 33 €/MWh.

Period od 21:00 do 22:00 sata predstavlja vrh dnevnog dijagrama opterećenja koji uz maksimalnu proizvodnju hidroelektrana HE1 i HE2, maksimalnu proizvodnju termoelektrane TE2 te dobre vremenske prilike prema kojima vjetroelektrana radi s 85% izlazne snage, zahtijeva dodatan angažman termoelektrane TE1. Upravo zbog spomenutoga, marginalna cijena u sustavu raste do 61.63 €/MWh. Iako se radi o vršnom opterećenju, postignuta cijena nije najveća tijekom cijelog dana zahvaljujući jeftinijim elektranama koje su za vrijeme tog perioda bile u mogućnosti predati maksimalnu snagu, ne uzimajući u obzir vjetroelektranu.

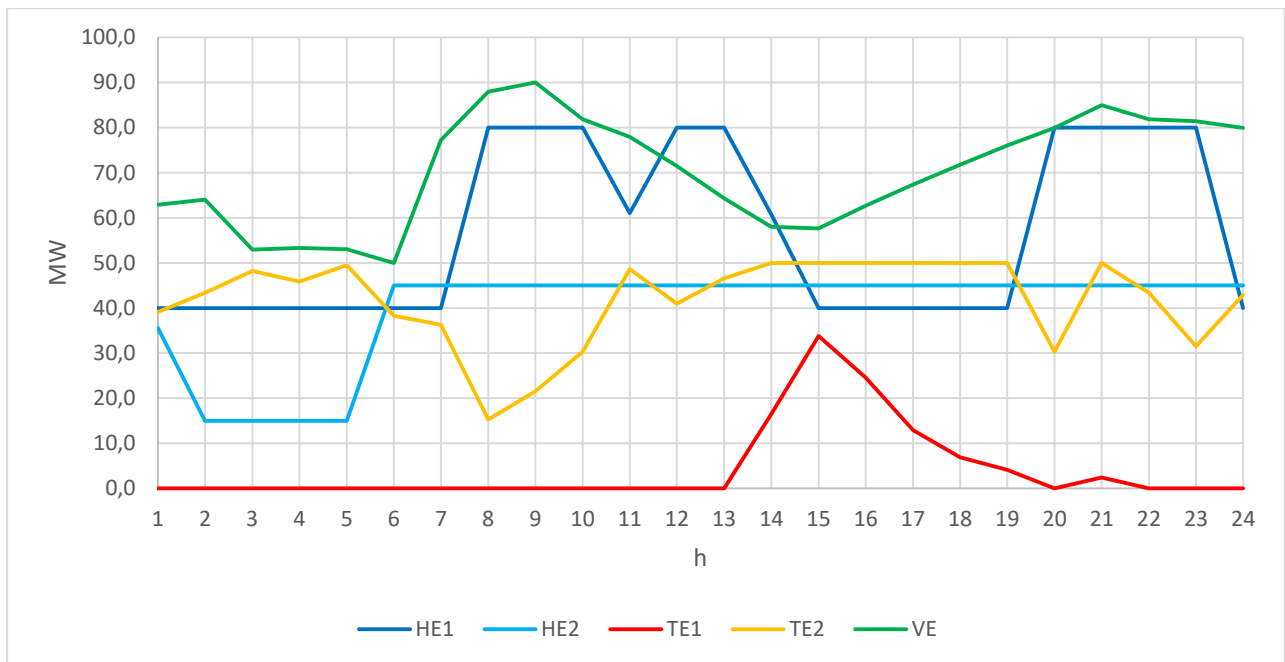
U periodu od 22:00 do 00:00 sati, opterećenje se zadovoljava hidroelektranama HE1 i HE2, jeftinijom termoelektranom TE2 i vjetroelektranom VE, a marginalna cijena iznosi oko 33 €/MWh.

S obzirom na to kako u ovom scenariju samo dvije elektrane (TE1 i TE2) sudjeluju u proračunu optimalnih tokova snaga, upravo one određuju marginalnu cijenu koja se mijenja tijekom dana prema krivulji prikazanoj na slici 5.11.



Slika 5.11. Promjena marginalne cijene tijekom dana za prvi scenarij

Slika 5.12. prikazuje rezultate prvog scenarija kao krivulju  $P=f(t)$  za pojedinu elektranu iz koje je moguće vidjeti s kojom izlaznom snagom elektrane rade u svakom satu.



Slika 5.12. Izlazne djelatne snage svih elektrana u prvom scenariju

### 5.3.2. Drugi scenarij

Rezultate drugog scenarija prikazuje tablica 5.10. Glavna promjena u odnosu na prvi scenarij jest smanjena izlazna snaga vjetroelektrane za 30%, prikazana stupcem  $P_{VE}$ , čime je simulirana varijabilnost vjetra. S obzirom na činjenicu kako je time predstavljena neplanirana promjena, nedostatak proizvodnje potrebno je nadomjestiti iz definiranih rezervi. Rezerve su predstavljene hidroelektranom HE2 i termoelektranom TE2 te tako u proračunu optimalnih tokova snaga sudjeluju termoelektrane TE1 i TE2, prikazane stupcima  $P_{TE1}$  i  $P_{TE2}$  i hidroelektrana HE2 prikazana stupcem  $P_{HE2}$ . Hidroelektrana HE1 i dalje radi prema prethodno definiranom planu.

U periodu od 01:00 do 06:00 sati, nedostatak energije uzrokovan smanjenom snagom vjetroelektrane, u potpunosti je nadomjestila hidroelektrana HE2 po cijeni od 63,21 do 63,66 €/MWh.

Kako u jutarnjim satima dolazi do naglog povećanja opterećenja, hidroelektrana HE2 od 06:00 pa sve do 00:00 sati radi maksimalnom izlaznom snagom, uzimajući u obzir i cijelu rezervu.

U periodu od 06:00 do 14:00 sati, nedostatak energije nadomjestile su hidroelektrana HE2 i termoelektrana TE2. Marginalnu cijenu u tom je periodu definirala hidroelektrana HE2, ali marginalna cijena dodatno raste u satima kada termoelektrana TE2 ima izlaznu snagu preko 50 MW te se kreće u rasponu od 75,61 do 76,26 €/MWh.

U periodu od 14:00 do 19:00 sati, zbog smanjivanja izlazne snage hidroelektrane HE1, aktivirana je termoelektrana TE1 koja radi s izlaznom snagom kao i u prvom scenariju. Nedostatak energije nadomjestile su hidroelektrana HE2 i termoelektrana TE2, kao i u prethodnom periodu, a marginalna je cijena od 76,18 do 76,27 €/MWh.

U periodu od 20:00 do 21:00 sati bilo je potrebno manje energije uravnoteženja iz termoelektrane TE2 pa je marginalna cijena pala na 75,89 €/MWh.

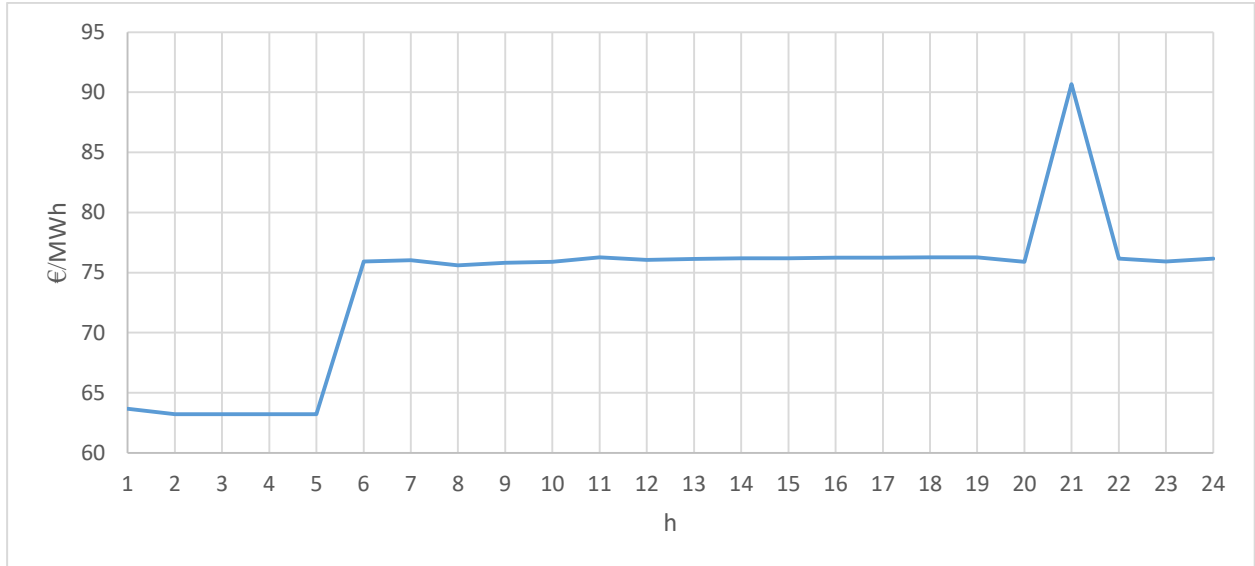
U periodu vršnog opterećenja, od 21:00 do 22:00 sata, maksimalno su angažirane hidroelektrana HE2 i termoelektrana TE2, uključujući i njihovu rezervu te je povećana izlazna snaga termoelektrane TE1 za 1MW, što dovodi do marginalne cijene od 90,69 €/MWh.

U periodu od 22:00 do 00:00 sati, nedostatak energije nadomješten je iz hidroelektrane HE2 i termoelektrane TE2 uz marginalnu cijenu od 75,91 do 76,16 €/MWh.

Tablica 5.10. Rezultati drugog scenarija

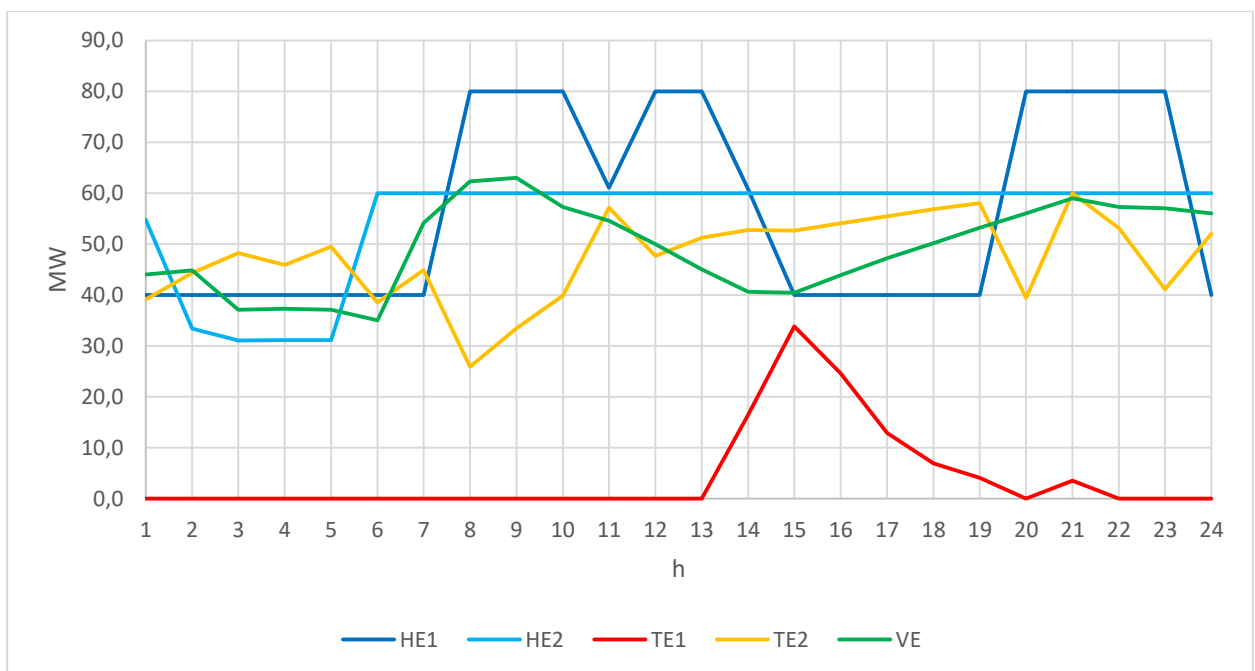
Vrijeme [h]	P <sub>HE1</sub> [MW]	P <sub>HE2</sub> [MW]	P <sub>TE1</sub> [MW]	P <sub>TE2</sub> [MW]	P <sub>VE</sub> [MW]	Marginalna cijena [€/MWh]
1:00:00	40,0	54,8	0,0	39,1	44,0	63,66
2:00:00	40,0	33,4	0,0	43,4	44,8	63,21
3:00:00	40,0	31,0	0,0	48,2	37,1	63,21
4:00:00	40,0	31,1	0,0	45,9	37,3	63,21
5:00:00	40,0	31,1	0,0	49,5	37,1	63,21
6:00:00	40,0	60,0	0,0	38,5	35,0	75,92
7:00:00	40,0	60,0	0,0	44,9	54,1	76,03
8:00:00	80,0	60,0	0,0	25,9	62,3	75,61
9:00:00	80,0	60,0	0,0	33,4	63,0	75,82
10:00:00	80,0	60,0	0,0	39,8	57,3	75,9
11:00:00	61,0	60,0	0,0	57,1	54,6	76,26
12:00:00	80,0	60,0	0,0	47,7	50,0	76,05
13:00:00	80,0	60,0	0,0	51,2	45,0	76,13
14:00:00	60,8	60,0	16,5	52,7	40,6	76,18
15:00:00	40,0	60,0	33,8	52,6	40,4	76,18
16:00:00	40,0	60,0	24,6	54,1	43,9	76,23
17:00:00	40,0	60,0	12,9	55,5	47,2	76,23
18:00:00	40,0	60,0	6,9	56,8	50,2	76,27
19:00:00	40,0	60,0	4,1	58,0	53,2	76,27
20:00:00	80,0	60,0	0,0	39,4	56,0	75,89
21:00:00	80,0	60,0	3,5	60,0	59,0	90,69
22:00:00	80,0	60,0	0,0	53,1	57,3	76,16
23:00:00	80,0	60,0	0,0	41,1	57,0	75,91
0:00:00	40,0	60,0	0,0	52,0	56,0	76,15

S obzirom na činjenicu kako u ovom scenariju u proračunu optimalnih tokova snaga sudjeluju termoelektrane TE1 i TE2 i hidroelektrana HE2, upravo one određuju marginalnu cijenu koja se mijenja tijekom dana prema krivulji prikazanoj na slici 5.13.



Slika 5.13. Promjena marginalne cijene tijekom dana za drugi scenarij

Slika 5.14. prikazuje rezultate drugog scenarija kao krivulju  $P=f(t)$  za pojedinu elektranu iz koje je moguće vidjeti s kojom izlaznom snagom elektrane rade u svakom satu.



Slika 5.14. Izlazne djelatne snage svih elektrana u drugom scenariju



### 5.3.3. Treći scenarij

Rezultati trećeg scenarija prikazani su u tablici 5.11. Glavna promjena u odnosu na prvi scenarij jest povećana izlazna snaga vjetroelektrane za 30%, prikazana stupcem  $P_{VE}$ , čime je simulirana varijabilnost vjetra. Budući da je time predstavljena neplanirana promjena, potrebno je smanjiti izlaznu snagu nekih od preostalih elektrana koje sudjeluju u regulaciji zbog viška proizvodnje. U tom slučaju izlaznu snagu prvo smanjuje najskuplja elektrana, a potom jeftinije elektrane, prema unaprijed definiranim ponudama.

Tablica 5.11. Rezultati trećeg scenarija

Vrijeme [h]	$P_{HE1}$ [MW]	$P_{HE2}$ [MW]	$P_{TE1}$ [MW]	$P_{TE2}$ [MW]	$P_{VE}$ [MW]	Marginalna cijena [€/MWh]
1:00:00	40,0	35,6	0,0	20,6	81,7	18,06
2:00:00	40,0	15,0	0,0	24,2	83,2	18
3:00:00	40,0	15,0	0,0	32,4	68,9	18,06
4:00:00	40,0	15,0	0,0	30,4	69,3	18,1
5:00:00	40,0	15,0	0,0	33,8	68,9	18,1
6:00:00	40,0	45,0	0,0	23,5	65,0	18,06
7:00:00	40,0	45,0	0,0	14,2	100,0	18,01
8:00:00	80,0	45,0	0,0	3,8	100,0	17,97
9:00:00	80,0	45,0	0,0	11,9	100,0	18,01
10:00:00	80,0	45,0	0,0	12,6	100,0	18,01
11:00:00	61,0	45,0	0,0	27,1	100,0	18,06
12:00:00	80,0	45,0	0,0	20,1	92,9	18,06
13:00:00	80,0	45,0	0,0	27,7	83,6	18,06
14:00:00	60,8	45,0	0,0	49,3	75,4	15,73
15:00:00	40,0	45,0	16,6	50,0	75,0	15,26
16:00:00	40,0	45,0	5,9	50,0	81,5	15,26
17:00:00	40,0	45,0	0,0	43,0	87,6	15,23
18:00:00	40,0	45,0	0,0	35,8	93,3	15,68
19:00:00	40,0	45,0	0,0	31,8	98,8	15,68
20:00:00	80,0	45,0	0,0	11,0	100,0	18,06
21:00:00	80,0	45,0	0,0	37,7	100,0	15,21
22:00:00	80,0	45,0	0,0	25,7	100,0	18,06
23:00:00	80,0	45,0	0,0	13,6	100,0	18,06
0:00:00	40,0	45,0	0,0	23,4	100,0	18,06

U periodu od 01:00 do 14:00 sati, uravnoteženje je izvršila termoelektrana TE2 smanjivanjem izlazne snage u onolikoj mjeri koliko je injektirala vjetroelektrana, uz marginalnu cijenu u rasponu od 18 do 18,06 €/MWh.

U periodu od 14:00 do 15:00 sati, uravnoteženje je također izvršila termoelektrana TE2, dok je glavni dio uravnoteženja izvršila termoelektrana TE1 koja je svoju izlaznu snagu spustila s 16,5 MW na 0 MW, što je dovelo do marginalne cijene od 15,73 €/MWh.

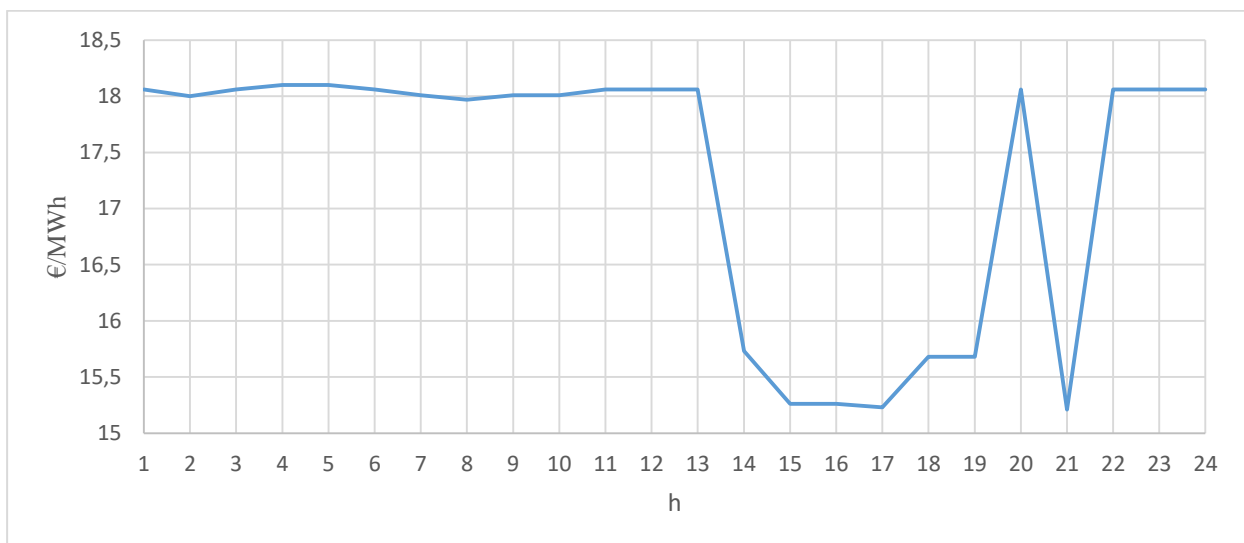
U periodu od 15:00 do 17:00 sati, uravnoteženje je izvršila termoelektrana TE1, uz marginalnu cijenu od 15,26 €/MWh.

U periodu od 17:00 do 20:00 sati, uravnoteženje je postignuto kombinacijom termoelektrana TE1 i TE2. Termoelektrana TE1 u cijelom je periodu smanjila izlaznu snagu na 0 MW, dok je ostatak uravnoteženja pokrila termoelektrana TE2, uz marginalnu cijenu u rasponu od 15,23 do 15,68 €/MWh.

U periodu od 20:00 do 21:00 sat, uravnoteženje je izvršila sama termoelektrana TE2, uz marginalnu cijenu od 18,06 €/MWh.

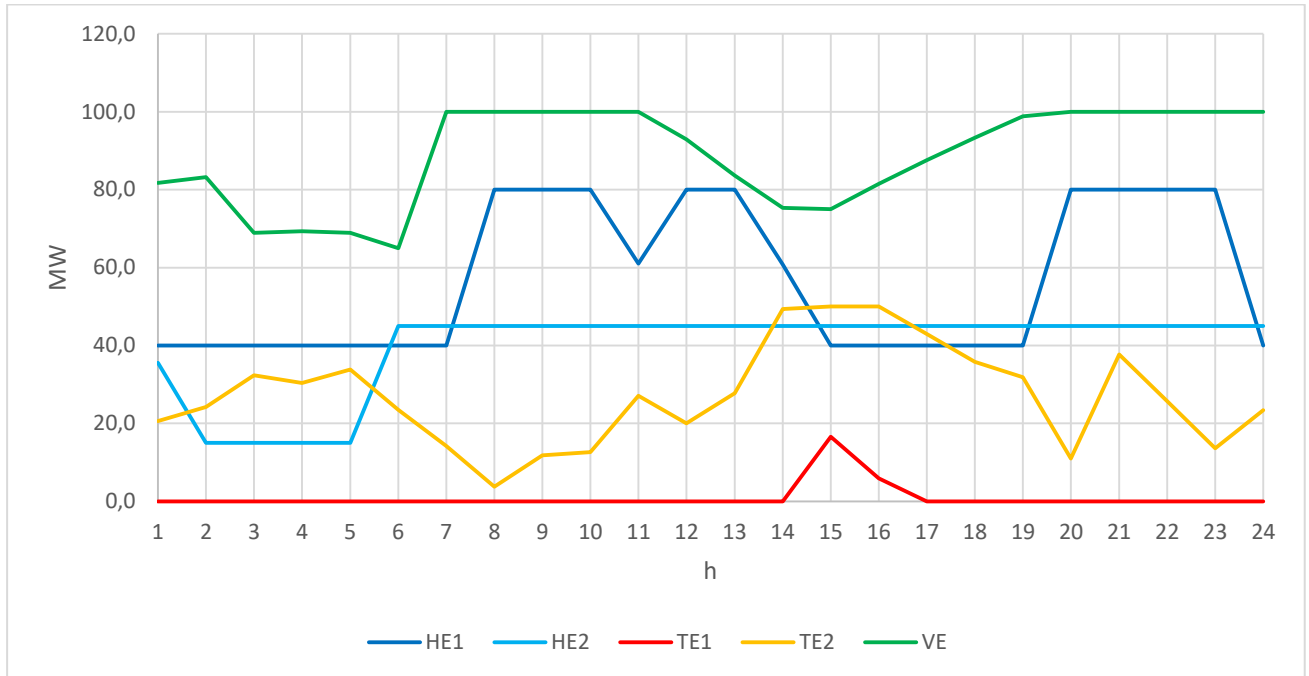
U periodu od 21:00 do 22:00 sata, uravnoteženje je postignuto kombinacijom termoelektrana TE1 i TE2 s marginalnom cijenom 15,21 €/MWh koja ujedno predstavlja i najnižu cijenu tijekom razmatranog dana. U periodu od 22:00 do 00:00 sati, uravnoteženje je postignuto na način da je termoelektrana TE2 smanjila svoju izlaznu snagu, što rezultira marginalnom cijenom od 18,06 €/MWh.

Iz rezultata je vidljivo kako je uravnoteženje u ovom scenariju izvršeno pomoću termoelektrana TE1 i TE2, dok se potreba za hidroelektranom HE2 nije pojavila, iako je tijekom cijelog dana bila na raspolaganju. Marginalne cijene tijekom dana određene su upravo temeljem rada termoelektrana TE1 i TE2 koje se tijekom dana mijenjaju prema krivulji prikazanoj na slici 5.14.



Slika 5.15. Promjena marginalne cijene tijekom dana za treći scenarij

Nadalje, slika 5.16. prikazuje rezultate trećeg scenarija kao krivulju  $P=f(t)$  za pojedinu elektranu iz koje je moguće vidjeti kojom izlaznom snagom elektrane rade u svakom satu.

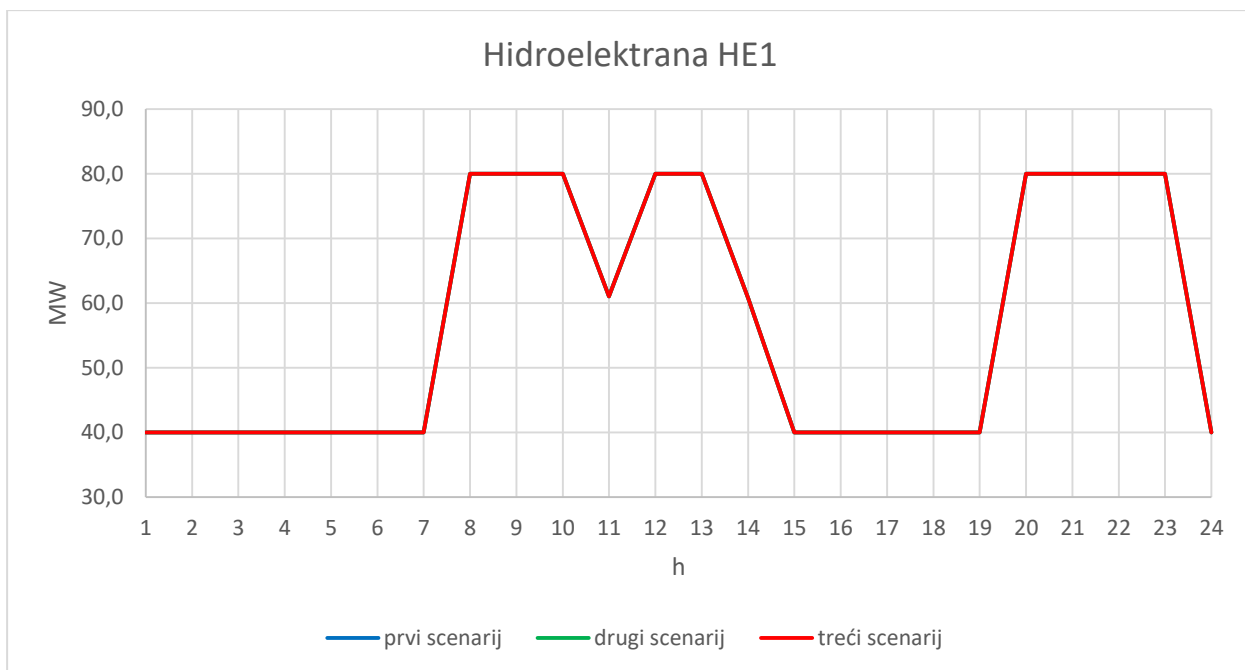


Slika 5.16. Izlazne djelatne snage svih elektrana u trećem scenariju

### 5.3.4. Međusobna usporedba tri scenarija

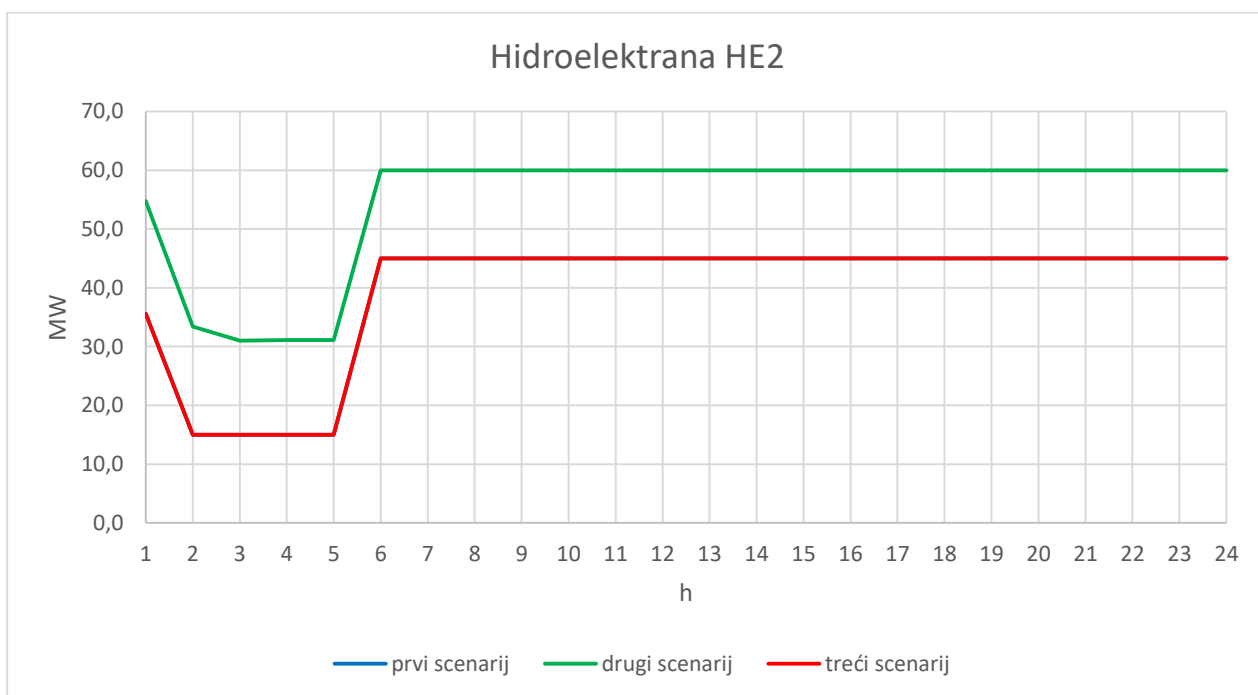
U ovom su potpoglavlju prikazane međusobne usporedbe rada pojedinih elektrana po scenarijima te marginalne cijene po scenarijima. U svakom prikazu prvi scenarij koji predstavlja osnovni prognozirani slučaj prikazan je plavom bojom, dok je drugi scenarij u kojemu je snaga vjetroelektrane smanjena za 30 % u odnosu na prognoziranu prikazan zelenom bojom. Treći scenarij, u kojemu je snaga vjetroelektrane povećana za 30 % u odnosu na prognoziranu, prikazan je crvenom bojom.

Također, slika 5.17. prikazuje izlaznu snagu hidroelektrane HE1 u sva tri scenarija. S obzirom na činjenicu kako navedena hidroelektrana ne sudjeluje u regulaciji, tijekom sva tri scenarija radi jednakom izlaznom snagom.



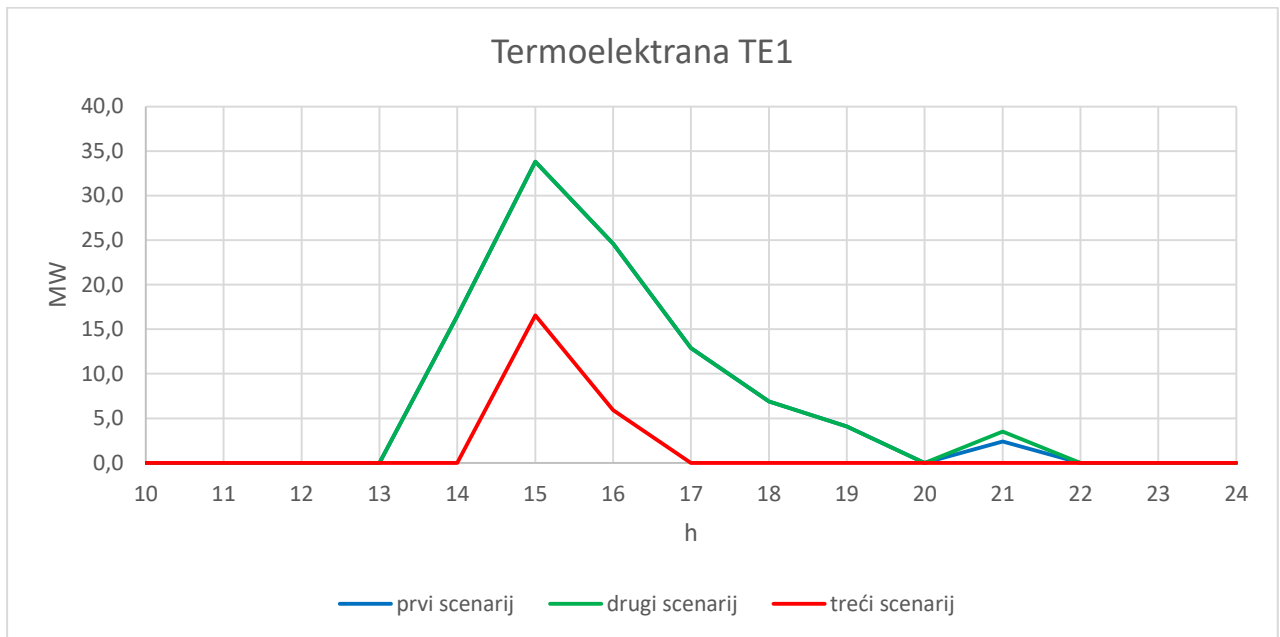
Slika 5.17. Izlazna snaga hidroelektrane HE1 kroz tri scenarija

Nadalje, slika 5.18. prikazuje izlaznu snagu hidroelektrane HE2 u sva tri scenarija. S obzirom na to da hidroelektrana HE2 sudjeluje u regulaciji samo u drugom scenariju, njezina je izlazna snaga u prvom i trećem scenariju jednaka.



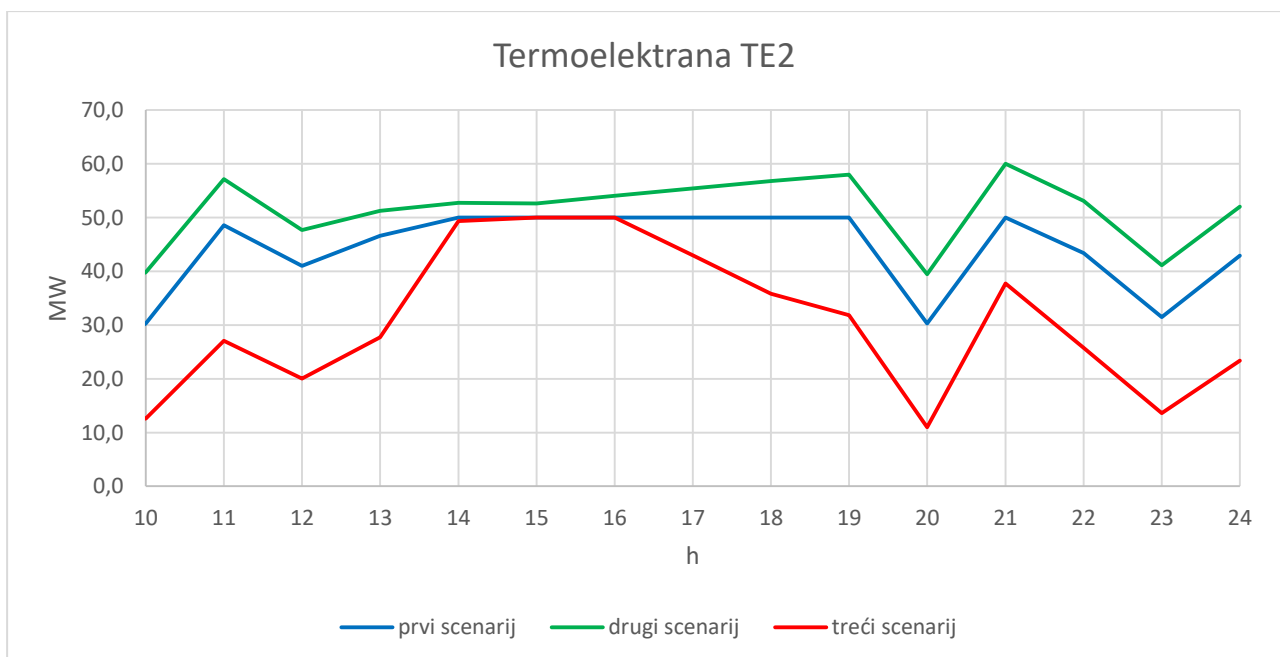
Slika 5.18. Izlazna snaga hidroelektrane HE2 kroz tri scenarija

Dalje, slika 5.19. prikazuje izlaznu snagu termoelektrane TE1 u sva tri scenarija. Vidljivo je kako je termoelektrana TE1 najmanje aktivna tijekom prvog scenarija, dok je najaktivnija tijekom drugog scenarija.



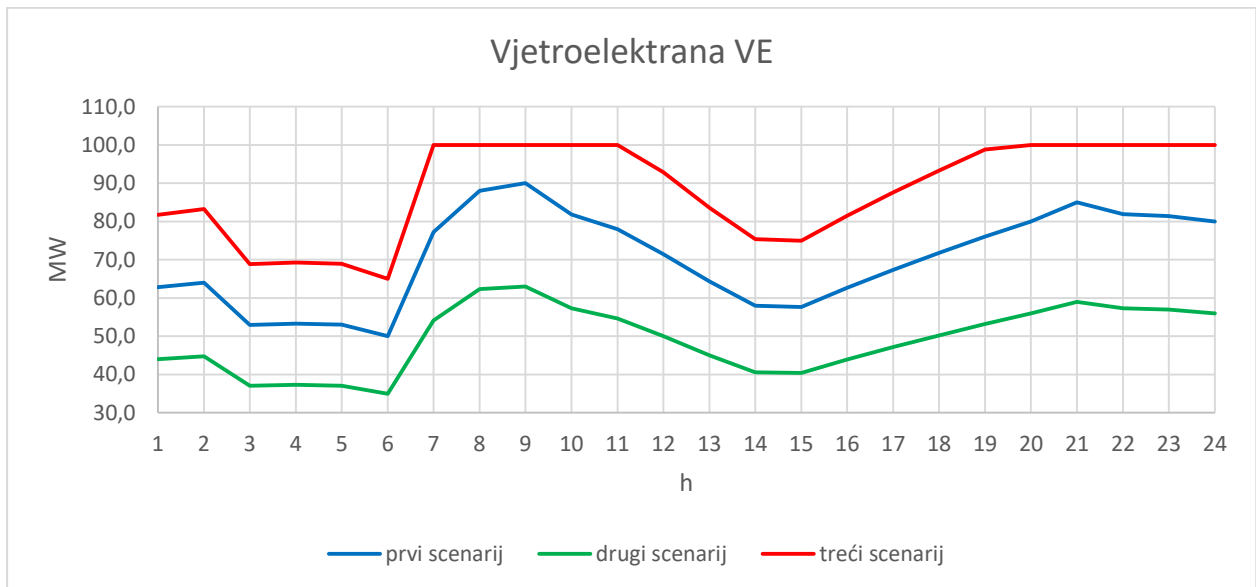
Slika 5.19. Izlazna snaga termoelektrane TE1 tijekom tri scenarija

Slika 5.20. prikazuje izlaznu snagu termoelektrane TE2 u sva tri scenarija. S obzirom na to da termoelektrana TE2 sudjeluje u regulaciji u velikom postotku, kako kroz drugi, tako i kroz treći scenarij, jasno je da je to najaktivnija elektrana u sustavu.



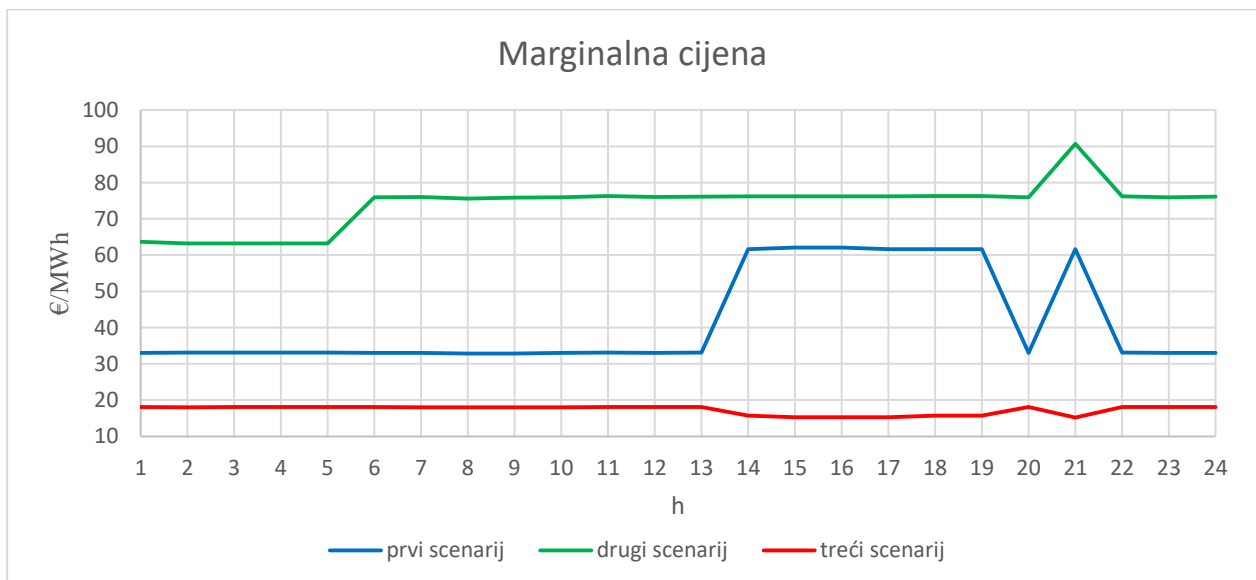
Slika 5.20. Izlazna snaga termoelektrane TE1 tijekom tri scenarija

Slika 5.21. prikazuje izlaznu snagu vjetroelektrane u sva tri scenarija. S obzirom da vjetroelektrana ne sudjeluje u proračunu optimalnih tokova snaga, već je uzrok promjene optimalnih tokova snaga, njezina izlazna snaga mijenja se kao što je opisano u potpoglavlju 5.2.4.



Slika 5.21. Izlazna snaga vjetroelektrane u tri scenarija

Slika 5.22. prikazuje promjenu marginalne cijene u sva tri scenarija. Cijena se mijenja ovisno o angažiranim elektranama, odnosno o izlaznoj snazi vjetroelektrane te je tako cijena u prosjeku najniža u trećem scenariju, kada je izlazna snaga vjetroelektrane povećana u odnosu na prognozirano, a najveća upravo u drugom scenariju, kada je izlazna snaga vjetroelektrane smanjena u odnosu na prognozirano.



Slika 5.22. Marginalna cijena u tri scenarija

## 6. ZAKLJUČAK

Proračun optimalnih tokova snaga predstavlja temelj jedne od metoda vođenja EES-a, koja uz minimalni trošak, kao funkciju cilja, nastoji voditi sustav na ekonomičan način. Takav se proračun može izvesti pomoću nekih od najpoznatijih metoda kao što su *Newtonova metoda*, *Gradijent metoda* ili *Linearno programiranje*, a bez obzira na korištenu metodu, dolazi se do približno jednakih rezultata. Kako u današnje vrijeme dolazi do sve veće integracije obnovljivih izvora u EES, upravo se proračunom optimalnih tokova snaga može procijeniti njihov utjecaj na EES. Simulacija ovog rada bavi se analizom optimalnih tokova snaga u mreži s obnovljivim izvorima energije predstavljenima vjetrom. Kako je vjetar veličina koju je teško prognozirati, u prognozama često dolazi do odstupanja. Također, kako bi se prikazao utjecaj takvog odstupanja, simulirana su tri scenarija rada EES-a. Prvi scenarij prikazuje kako sustav radi u osnovnom slučaju u kojemu vjetroelektrana radi prema prognozi. Drugi i treći scenarij prikazuju kako 30% manje, odnosno veće odstupanje od prognoze rada vjetroelektrane utječe na sustav.

U scenariju u kojemu je izlazna snaga vjetroelektrane 30% manja od prognozirane, javlja se problem nedostatka energije u sustavu. Kako bi se nedostatak sanirao, potrebno je u sustav injektirati energiju uravnoteženja. Energiju uravnoteženja osiguravaju elektrane koje imaju rezervu, što rezultira većom marginalnom cijenom električne energije u sustavu, u odnosu na osnovni slučaj. Nadalje, u scenariju u kojemu je izlazna snaga vjetroelektrane 30% veća od prognozirane, javlja se problem viška energije u sustavu. Kako bi se višak sanirao, potrebno je smanjiti izlaznu snagu drugih elektrana u sustavu, od najskuplje prema najjeftinijoj. Iako su dobiveni rezultati logični i očekivani, ne predstavljaju rezultate realnog sustava zbog toga što simulirani model koristi mnoge aproksimacije i zanemarivanja. Spomenuta činjenica omogućava daljnju analizu ove teme. Za detaljniju analizu ove teme potrebno je koristiti realne podatke pojedinih elektrana kao što su tehnički minimum, brzina ulaska i izlaska iz pogona i slično. Realniji rezultati mogli bi se ostvariti i učestalijom vremenskom podjelom, na primjer, od 15 minuta, što, na žalost, u ovom radu nije bilo moguće zbog nedostatka javnih podataka.

## LITERATURA

- [1] M. Ožegović; K. Ožegović, Električne energetske mreže IV, Udžbenici sveučilišta u Splitu, Split 1999.
- [2] L. Jozsa, Vođenje pogona elektroenergetskog sustava, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet, Osijek 2006.
- [3] L. Jozsa, Tokovi snaga u mreži, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet, 1993.
- [4] J. Zhu, Optimization of Power System Operation, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey 2009.
- [5] N. Marijanović, Matematička optimizacija tehničkih sistema, Fakultet inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu, [Pristup ostvaren 04.03.2017.]  
<https://www.scribd.com/document/334466230/Matemati%C4%8Dka-optimizacija-tehni%C4%8Dkih-sistema-pdf>
- [6] Lj. Krsmanović, Optimizacija rada elektroenergetskog sistema, IRO Građevinska knjiga, Beograd 1986.
- [7] D. Kirschen, Optimal Power Flow, University of Washington Electrical Engineering, Washington 2011., [Pristup ostvaren 04.03.2017.] <http://www.washington.edu/>
- [8] M.O. Mansour; T.M. Abdel - Rahman, Non-linear VAR Optimization Using Decomposition and Coordination, *IEEE Trans. PAS*, Vol. 103, pp. 246 – 255 , 1984.
- [9] H. Požar, Snaga i energija u elektroenergetskim sistemima, Informator, Zagreb 1985.
- [10] M. A. Schulze, Linear Programming for Optimization, Perceptive Scientific Instruments, [Pristup ostvaren 05.04.2017.] <https://www.markschulze.net/LinearProgramming.pdf>
- [11] F. Tomašević, Analiza i usporedba metoda optimizacije tokova jalove snage u elektroenergetskom sustavu, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva Zavod za visoki napon i energetiku, [Pristup ostvaren 06.04.2017.]  
[https://www.fer.unizg.hr/download/repository/Frano\\_Tomasevic\\_KDI.pdf](https://www.fer.unizg.hr/download/repository/Frano_Tomasevic_KDI.pdf)
- [12] NOAA/NASA, Annual Global Analysis for 2015, Siječanj 2016., [Pristup ostvaren 10.04.2017.]  
[https://www.giss.nasa.gov/research/news/20160120/noaa\\_nasa\\_global\\_analysis\\_2015.pdf](https://www.giss.nasa.gov/research/news/20160120/noaa_nasa_global_analysis_2015.pdf)
- [13] D. Šljivac, Z. Šimić, Obnovljivi izvori energije-Najvažnije vrste, potencijal i tehnologija 2009., [Pristup ostvaren 12.04.2017.]  
<http://oie.mingorp.hr/UserDocsImages/OIE%20Tekst.pdf>



- [14] D. Šljivac, D. Topić, *Obnovljivi izvori energije- Proizvodnji električne energije (Skripta)*, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet Osijek, zavod za elektroenergetiku, 2016.
- [15] PowerWorld, [Pristup ostvaren 15.03.2017.] <https://www.powerworld.com/>
- [16] University of Washington Department of Electrical Engineering, [Pristup ostvaren 28.03.2017.] <http://www2.ee.washington.edu/research/pstca/>
- [17] Hrvatski operator tržišta energije, izvještaji, [Pristup ostvaren 15.04.2017.] <http://www.hrote.hr/izvjestaji>
- [18] Hrvatski operator prijenosnog sustava, [Pristup ostvaren 12.04.2017.] <https://www.hops.hr/wps/portal/hr/web/heets/dijagram/dnevni>
- [19] Hrvatski operator tržišta energije, Planiranje proizvodnje EE za EKO bilančnu grupu [Pristup ostvaren 11.03.2017.] <http://www.hrote.hr/planiranje-proizvodnje-ee-za-eko-bilancnu-grupu>
- [20] G. Knežević; Z. Baus; S. Nikolovski, Short-term Planning of Hybrid Power System, *Journal of Electrical Engineering*, Volume 67, Issue 4, 2016.
- [21] Söder, L.; Amelin, M.: *Efficient Operation and Planning of Power System*. 8th ed., Stockholm: Royal Institute of Technology, 2007.
- [22] Hrvatska burza električne energije, [Pristup ostvaren 11.04.2017.] <https://www.cropex.hr/hr/trgovanje/trgovanje-za-dan-unaprijed.html>
- [23] Capital Cost Estimates for Utility Scale Electricity Generating Plants, U.S. Department of Energy Washington, 2016. [Pristup ostvaren 01.04.2017.] [https://www.eia.gov/analysis/studies/powerplants/capitalcost/pdf/capcost\\_assumption.pdf](https://www.eia.gov/analysis/studies/powerplants/capitalcost/pdf/capcost_assumption.pdf)

## SAŽETAK

U ovom je radu predstavljen problem optimalnih tokova snaga u mrežama s obnovljivim izvorima energije te metode za rješavanje optimalnih tokova snaga. Koristeći *PowerWorld* programski paket, metodom linearnog programiranja izvršena je simulacija sastavljena od tri dijela.

U prvom dijelu simulacije prikazan je optimalni rad EES-a s minimalnim troškom kao funkcijom cilja, a obnovljivi izvor kojeg predstavlja vjetroelektrana, radi prema planu.

Drugi dio simulacije prikazuje proračunate optimalne tokove snaga i marginalne cijene u slučaju kada dođe do smanjenja izlazne snage vjetroelektrane u odnosu na prognoziranu vrijednost.

Treći dio simulacije prikazuje promjenu tokova snaga i marginalne cijene u slučajevima kada dođe do povećanja izlazne snage vjetroelektrane u odnosu na prognoziranu vrijednost.

Rezultati, osim optimalnih tokova snaga, pokazuju da pozitivno odstupanje izlazne snage vjetroelektrane utječe na smanjivanje marginalne cijene električne energije u sustavu, dok negativno odstupanje izlazne snage vjetroelektrane utječe na povećanje marginalne cijene električne energije u sustavu.

Ključne riječi: elektroenergetski sustav, optimalni tokovi snaga, obnovljivi izvori energije, energija uravnoteženja, marginalna cijena

## **ABSTRACT**

This paper presents the problem of optimal power flows in the network with renewable sources of energy, and methods for solving optimal power flows. Using PowerWorld software and the linear programming method three part simulation is completed.

The first part of the simulation shows the optimum operation of the power system with a minimum cost as an objective function. Renewable sources represented by the wind power plants are in operation according to plan.

The second part of the simulation shows optimal power flow and marginal cost calculation when the wind power output decreases in relation to the predicted value.

The third part of the simulation shows power flow and marginal cost calculation when the wind power output increases in relation to the predicted value.

The results, in addition to optimum power flows, show that the positive deviation of the wind power output affects the reduction of the marginal cost of electricity in the system, while the negative deviation of the wind power output influences the increase in marginal cost of electricity in the system.

Keywords: power system, optimal power flow, renewable energy sources, balancing energy, marginal cost

## ŽIVOTOPIS

Mihajlo Magoč

Tri ruže 66, 32 000 Vukovar

Mobitel: 099/413-5481

E-mail: magoc1992@gmail.com

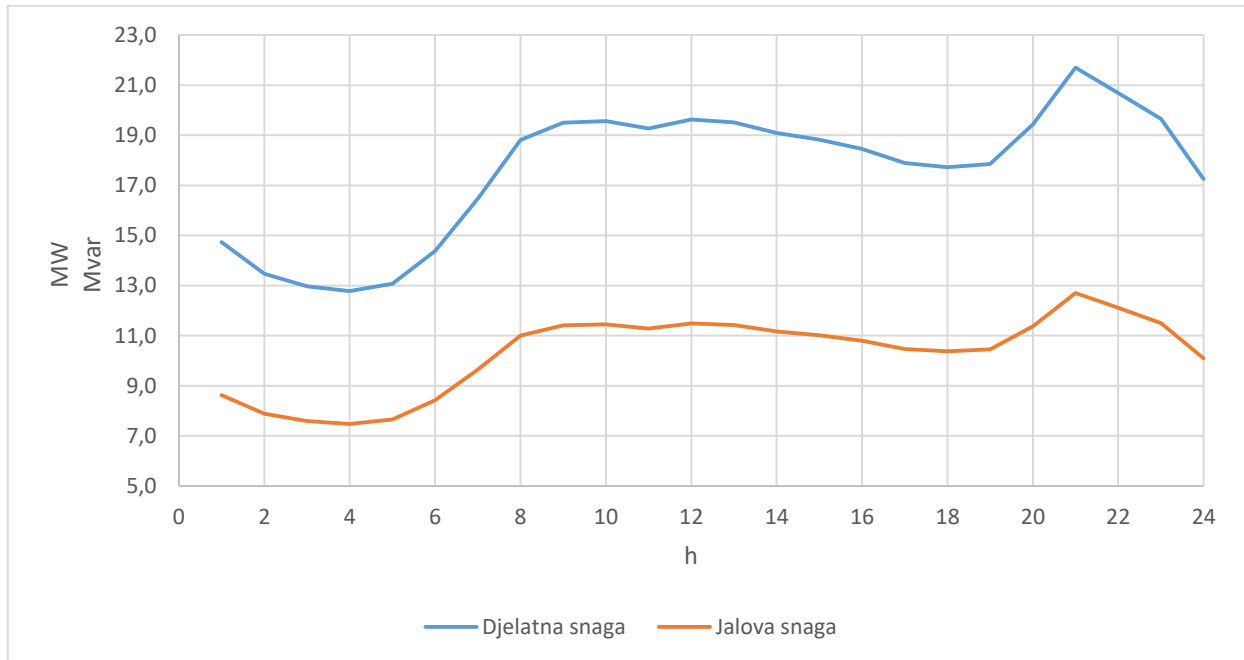
mmagoc@etfos.hr

Mihajlo Magoč rođen je 5.11.1992. u Karlovcu. Osnovnu školu završio je u Vukovaru s odličnim uspjehom. Godine 2007. upisao je Elektrotehničku i prometnu školu Osijek u Osijeku, smjer elektrotehničar.

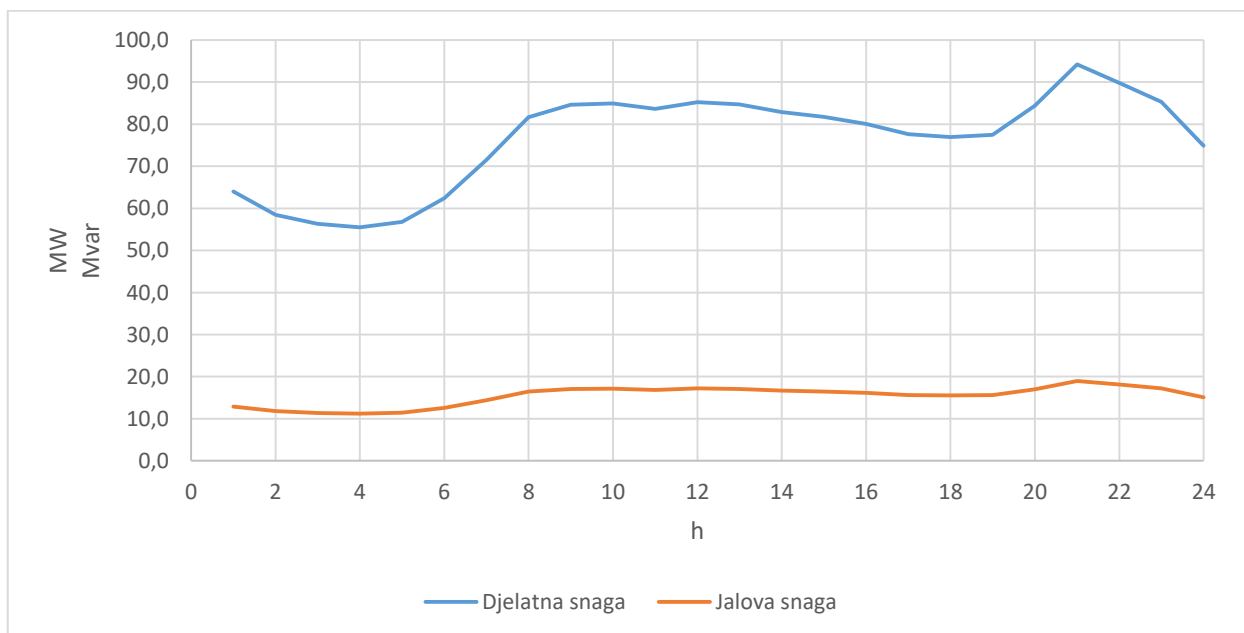
Godine 2011. završio je srednju školu s vrlo dobrim uspjehom. U sklopu škole pohađao je praksu u sklopu HEP-operater distribucijskog sustava Osijek i HEP-operater distribucijskog sustava Vukovar.

Iste je godine upisao preddiplomski studij elektrotehnike na Elektrotehničkom fakultetu Osijek kojeg završava 2014. godine, te stječe zvanje sveučilišnoga prvostupnika inženjera elektrotehnike. Iste godine upisuje diplomski studij na Elektrotehničkom fakultetu Osijek, smjer elektroenergetika. Tijekom diplomskog studija obavlja stručnu IAESTE praksu na Instituto Tecnológico Superior de Tantoyuca, Meksiko i stručnu praksu u HEP-u, nastavno-obrazovni centar Velika.

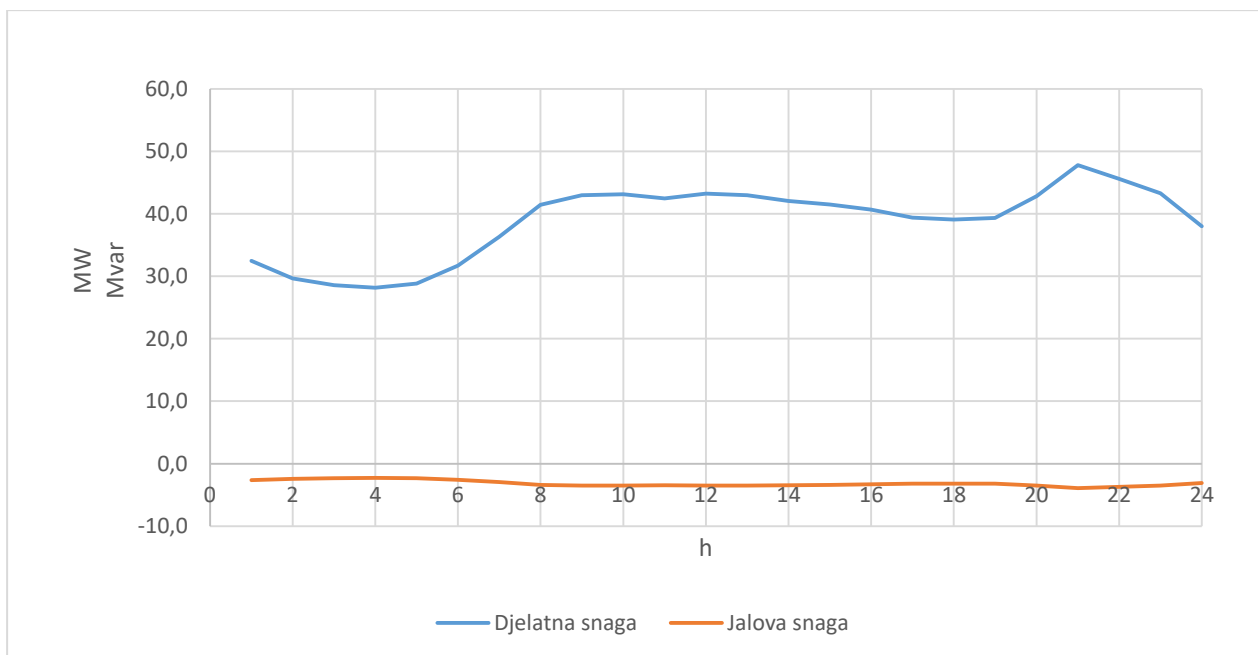
## PRILOZI



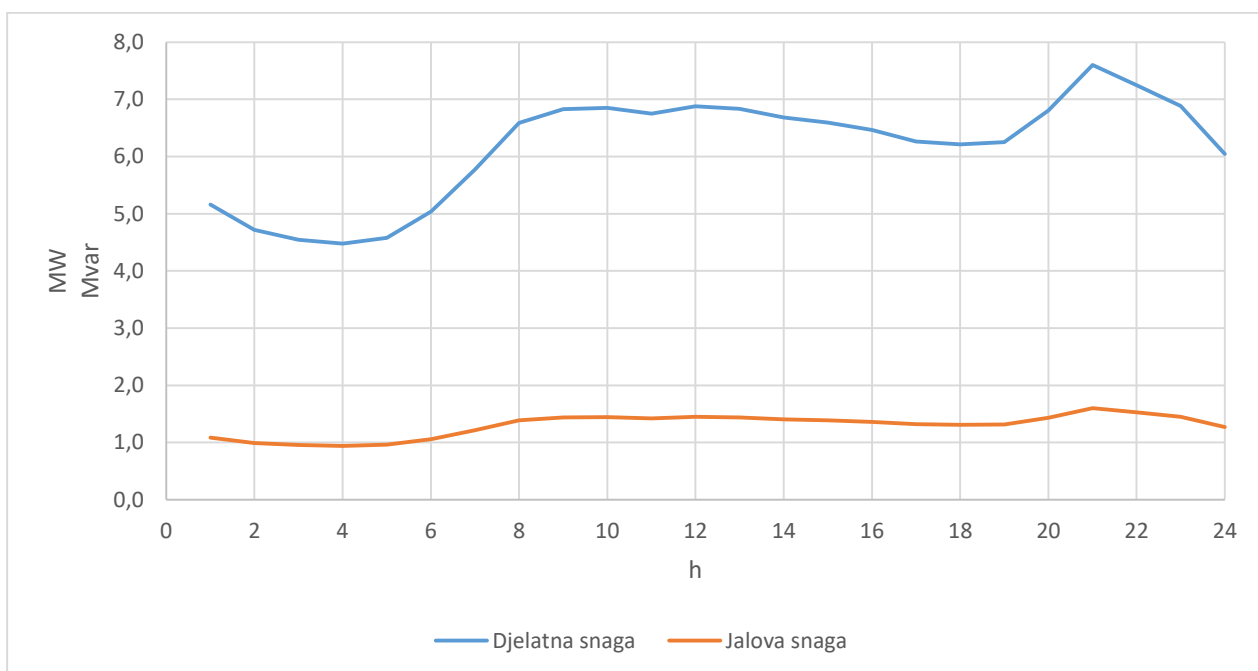
Prilog 5.1. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 2



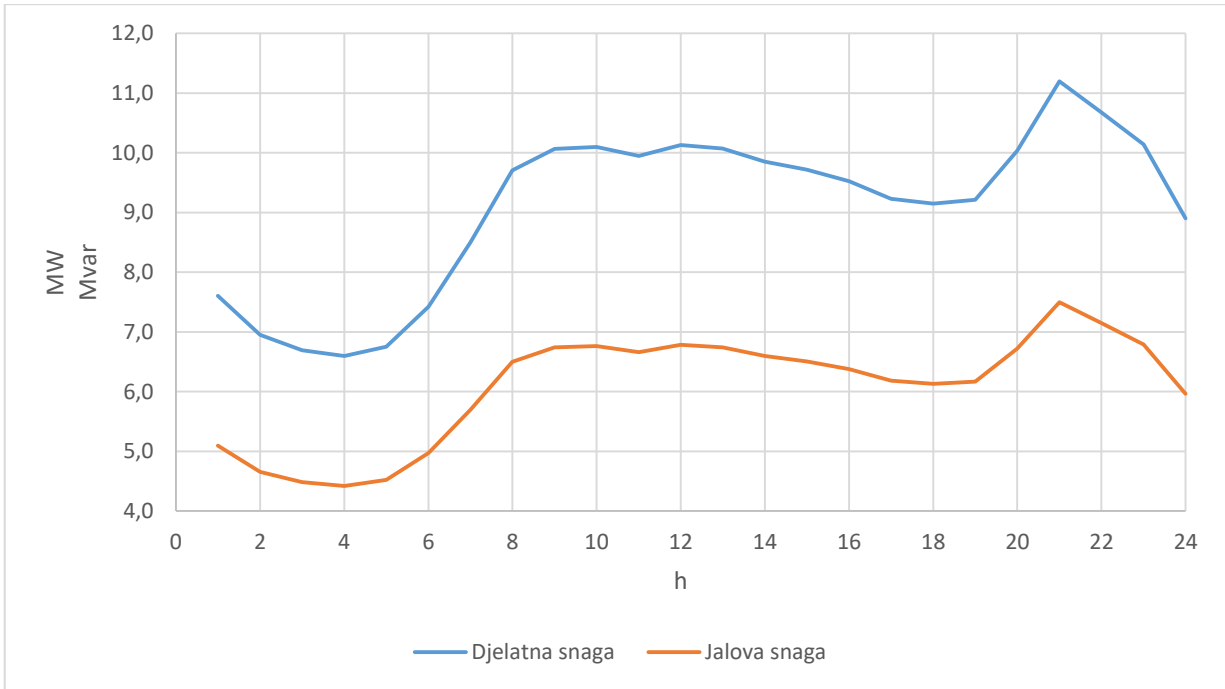
Prilog 5.2. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 3



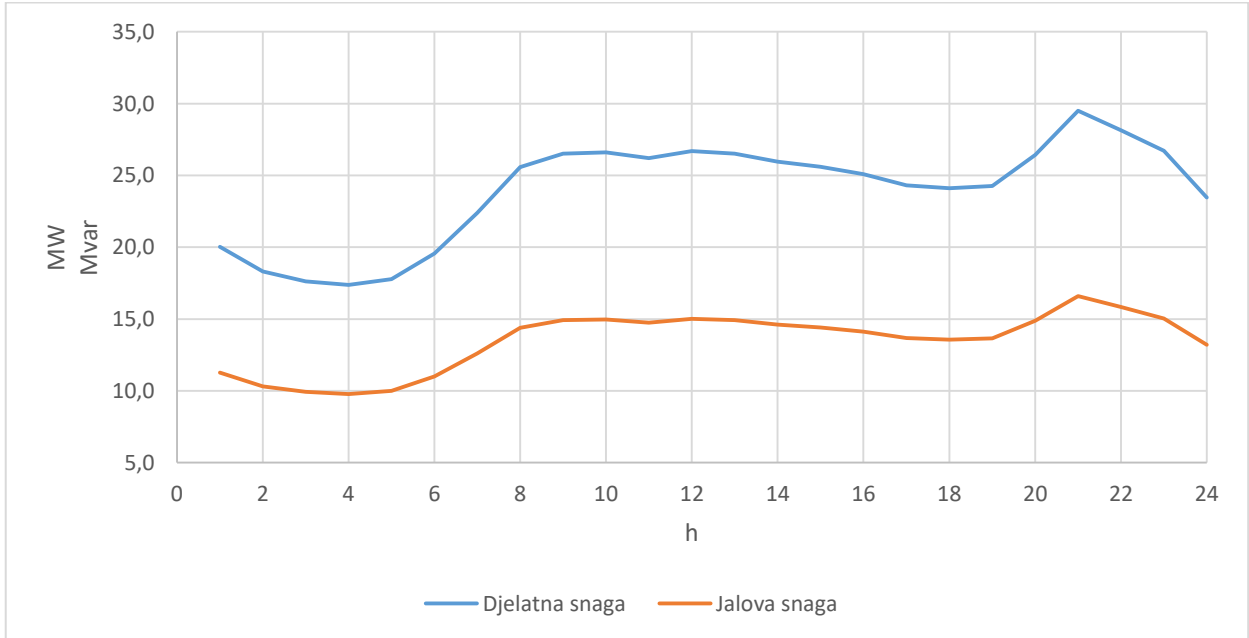
Prilog 5.3. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 4



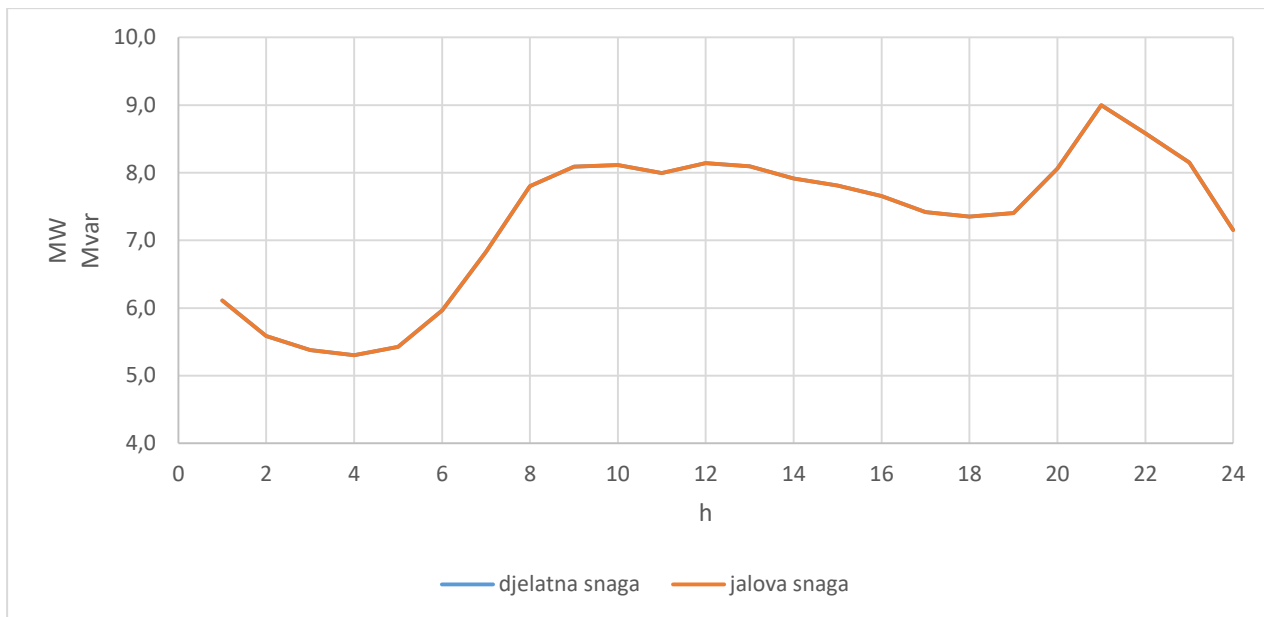
Prilog 5.4. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 5



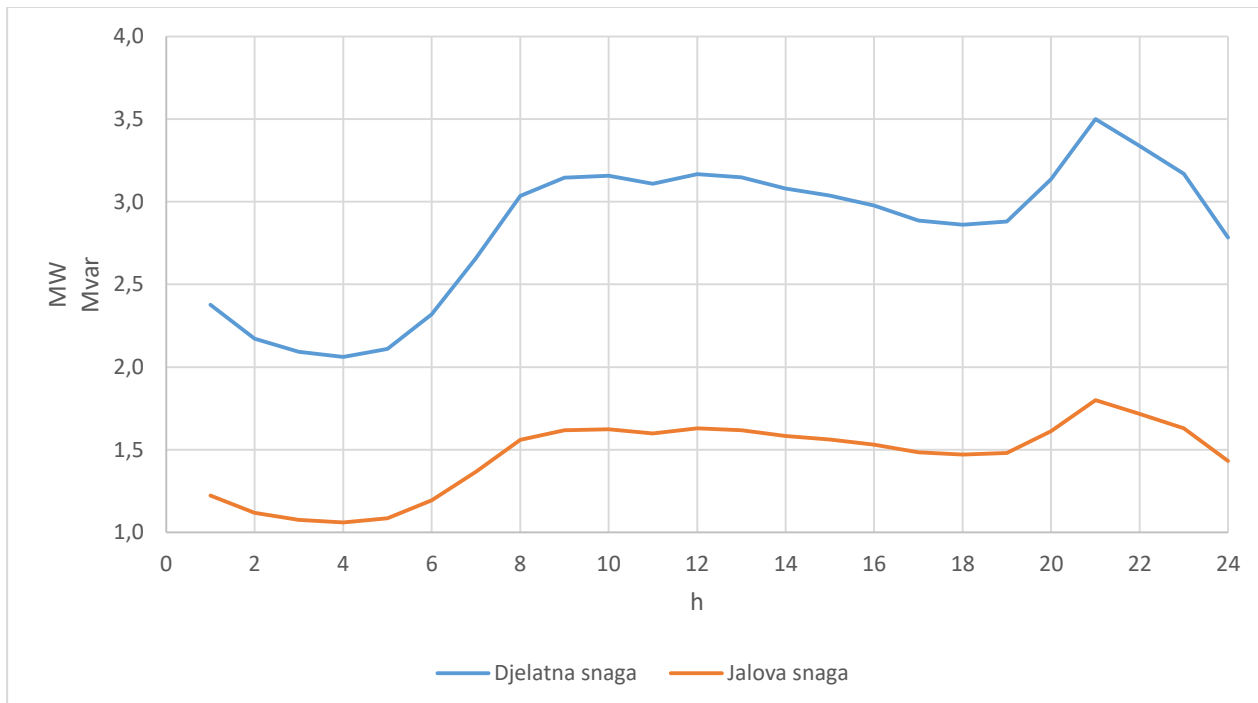
Prilog 5.5. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 6



Prilog 5.6. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 9

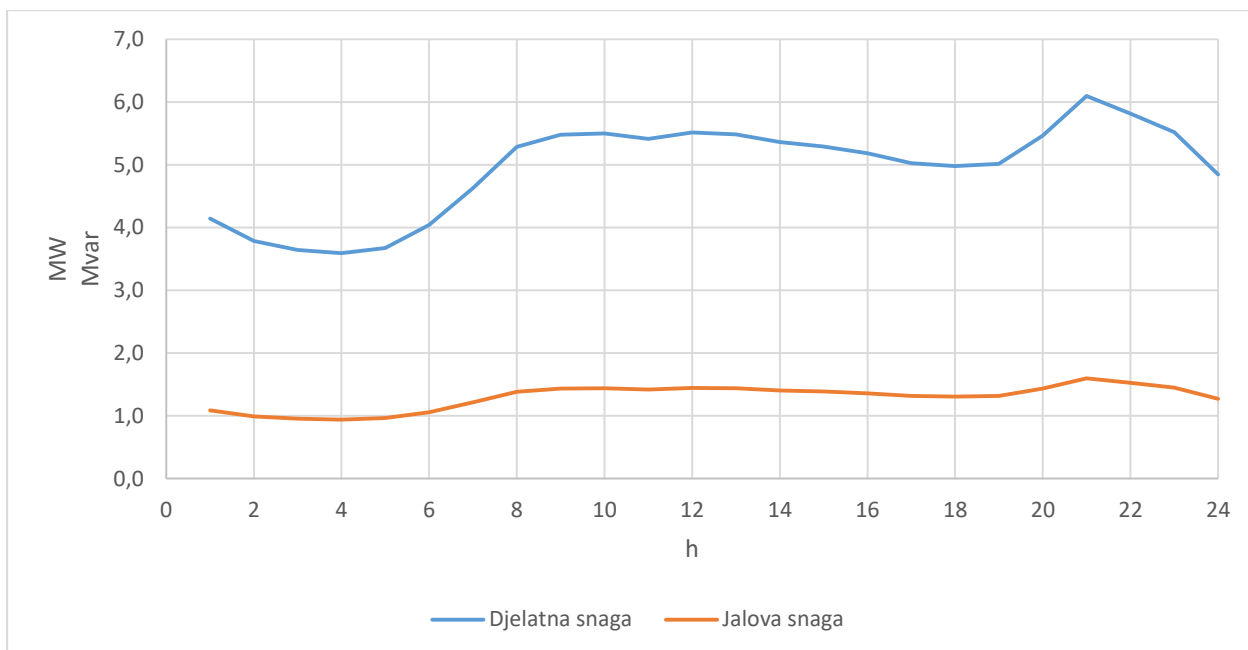


Prilog 5.7. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 10

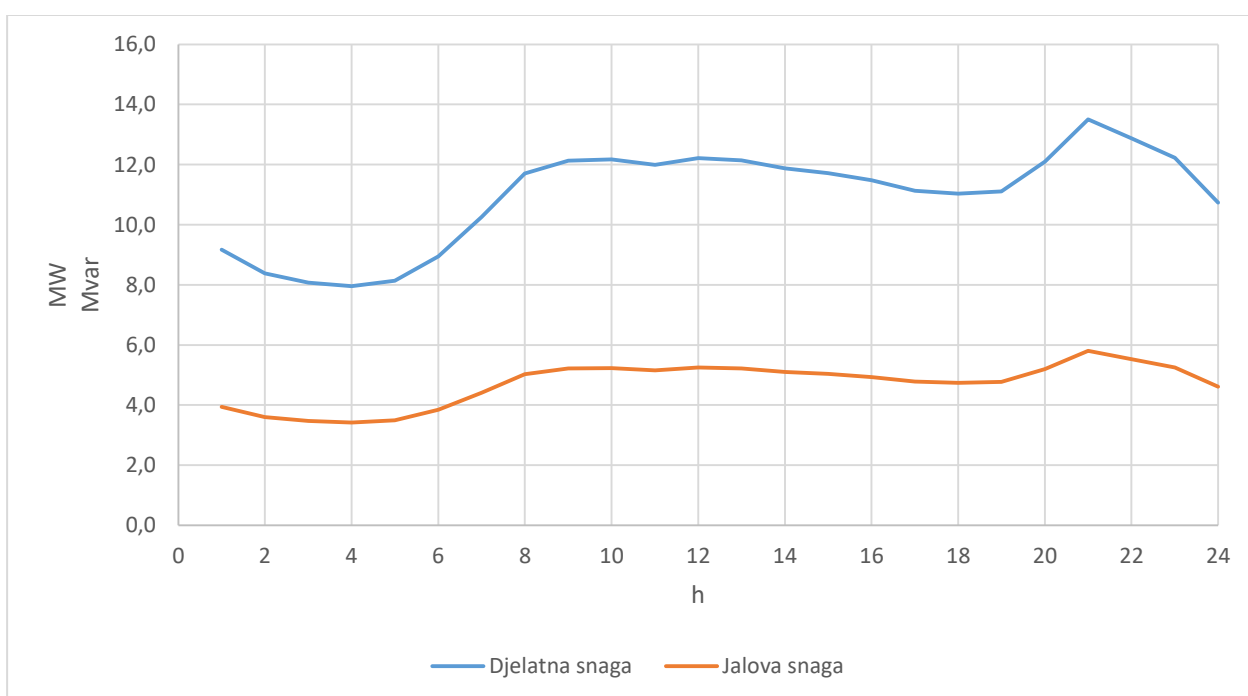


Prilog 5.8. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 11

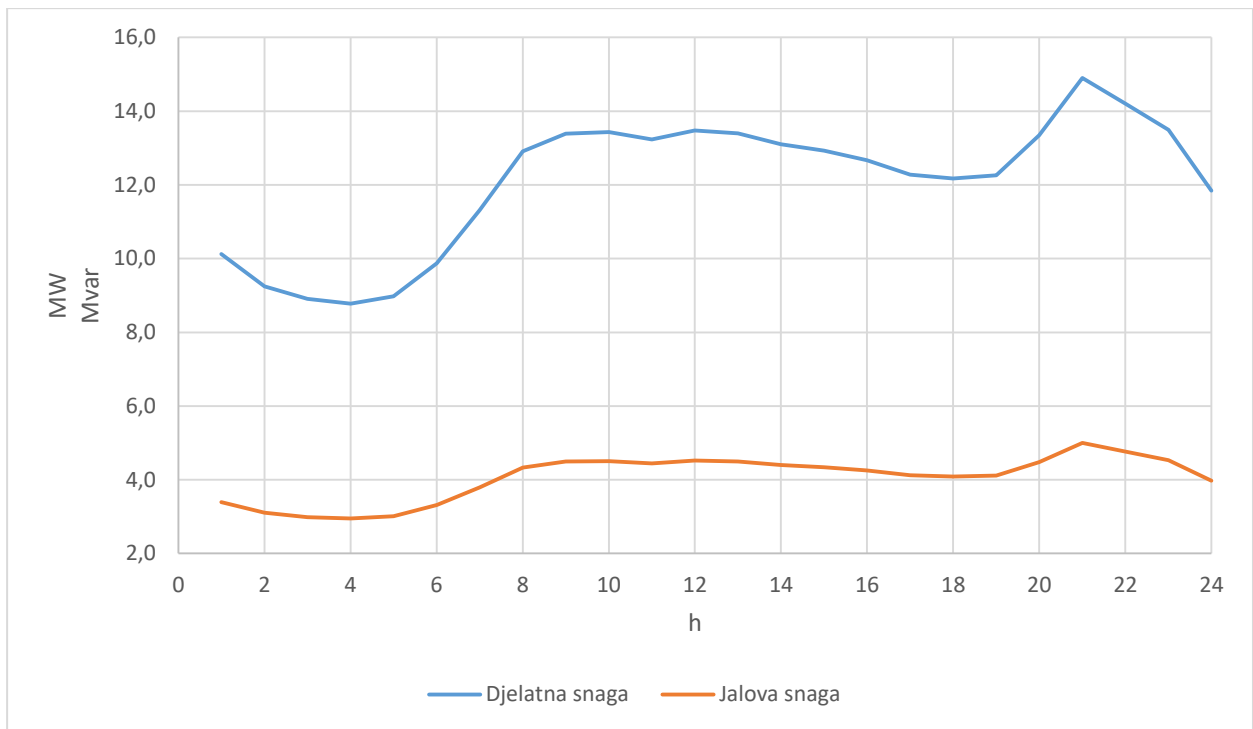




Prilog 5.9. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 12



Prilog 5.10. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 13



Prilog 5.11. Djelatna i jalova snaga na sabirnici 14