

Mjerna nesigurnost izravnog i neizravnog mjerena otpora, kapaciteta i induktiviteta

Tomašević, Bernard

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:200:207692>

Rights / Prava: [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-25***

Repository / Repozitorij:

[Faculty of Electrical Engineering, Computer Science
and Information Technology Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK**

Sveučilišni studij

**MJERNA NESIGURNOST IZRAVNOG I
NEIZRAVNOG MJERENJA OTPORA, KAPACITETA I
INDUKTIVITETA**

Završni rad

Bernard Tomašević

Osijek, 2017.



FERIT

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSJEK

Obrazac Z1P - Obrazac za ocjenu završnog rada na preddiplomskom sveučilišnom studiju

Osijek, 17.09.2017.

Odboru za završne i diplomske ispite

Prijedlog ocjene završnog rada

| | |
|--|---|
| Ime i prezime studenta: | Bernard Tomašević |
| Studij, smjer: | Preddiplomski sveučilišni studij Elektrotehnika |
| Mat. br. studenta, godina upisa: | 3974, 18.07.2014. |
| OIB studenta: | 03434393125 |
| Mentor: | Izv.prof.dr.sc. Kruno Miličević |
| Sumentor: | Ivan Biondić |
| Sumentor iz tvrtke: | |
| Naslov završnog rada: | Mjerna nesigurnost izravnog i neizravnog mjerjenja otpora, kapaciteta i induktiviteta |
| Znanstvena grana rada: | Elektrostrojarstvo (zn. polje elektrotehnika) |
| Predložena ocjena završnog rada: | Izvrstan (5) |
| Kratko obrazloženje ocjene prema Kriterijima za ocjenjivanje završnih i diplomske radova: | Primjena znanja stečenih na fakultetu: 2 bod/boda Postignuti rezultati u odnosu na složenost zadatka: 3 bod/boda Jasnoća pismenog izražavanja: 2 bod/boda Razina samostalnosti: 3 razina |
| Datum prijedloga ocjene mentora: | 17.09.2017. |
| Datum potvrde ocjene Odbora: | |
| <hr/> | |
| Potpis mentora za predaju konačne verzije rada u Studentsku službu pri završetku studija: | |
| Potpis: | |
| Datum: | |



FERIT

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSJEK

IZJAVA O ORIGINALNOSTI RADA

Osijek, 24.09.2017.

| | |
|----------------------------------|---|
| Ime i prezime studenta: | Bernard Tomašević |
| Studij: | Preddiplomski sveučilišni studij Elektrotehnika |
| Mat. br. studenta, godina upisa: | 3974, 18.07.2014. |
| Ephorus podudaranje [%]: | 1 |

Ovom izjavom izjavljujem da je rad pod nazivom: **Mjerna nesigurnost izravnog i neizravnog mjerjenja otpora, kapaciteta i induktiviteta**

izrađen pod vodstvom mentora Izv.prof.dr.sc. Kruno Miličević

i sumentora Ivan Biondić

moj vlastiti rad i prema mom najboljem znanju ne sadrži prethodno objavljene ili neobjavljene pisane materijale drugih osoba, osim onih koji su izričito priznati navođenjem literature i drugih izvora informacija.
Izjavljujem da je intelektualni sadržaj navedenog rada proizvod mog vlastitog rada, osim u onom dijelu za koji mi je bila potrebna pomoć mentora, sumentora i drugih osoba, a što je izričito navedeno u radu.

Potpis studenta:

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK**

IZJAVA

Ja, Bernard Tomašević, OIB: 03434393125, student/ica na studiju: Preddiplomski sveučilišni studij Elektrotehnika, dajem suglasnost Fakultetu elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek da pohrani i javno objavi moj **završni rad**:

Mjerna nesigurnost izravnog i neizravnog mjerenja otpora, kapaciteta i induktiviteta

u javno dostupnom fakultetskom, sveučilišnom i nacionalnom repozitoriju.

Osijek, 24.09.2017.

potpis

SADRŽAJ

| | |
|---|----|
| 1. UVOD | 1 |
| 1.1. Zadatak završnog rada | 1 |
| 2. MJERNA NESIGURNOST POSREDNOG MJERENJA | 2 |
| 2.1. Uvod u izračun složene mjerne nesigurnosti | 2 |
| 2.2. Zadaci za pripremu | 3 |
| 2.3. Rad na vježbi | 8 |
| 2.3.1. Mjerenje specifične otpornosti žice | 8 |
| 2.3.1.1. Opis zadatka | 8 |
| 2.3.1.2. Popis opreme | 8 |
| 2.3.1.3. Postupak | 10 |
| 2.3.2. Serijski/paralelni spoj kondenzatora | 21 |
| 2.3.2.1. Opis zadatka | 21 |
| 2.3.2.2. Popis opreme | 21 |
| 2.3.2.3. Postupak | 22 |
| 2.4. Zadaci za izvještaj | 25 |
| 3. SERIJSKI RL STRUJNI KRUG IZMJENIČNE STRUJE | 27 |
| 3.1. Zadaci za pripremu | 27 |
| 3.2. Rad na vježbi | 28 |
| 3.2.1. Opis zadatka | 28 |
| 3.2.2. Popis opreme | 28 |
| 3.2.3. Postupak | 28 |
| 3.3. Zadaci za izvještaj | 30 |
| 4. ZAKLJUČAK | 32 |
| LITERATURA | 33 |
| SAŽETAK | 35 |
| ŽIVOTOPIS | 36 |
| PRILOZI | 37 |

1. UVOD

Prema definiciji mjerjenje bi bilo proces dobivanja brojčanog podatka u odnosu na jedinicu mjere čime dobivamo mjerni rezultat, odnosno brojčanu vrijednost koja opisuje koliko je puta neka mjerna veličina veća ili manja od mjerne jedinice. Mjerjenje izvodimo mjernim instrumentom, a može se podijeliti na izravno i posredno (neizravno) mjerjenje. Kod izravnih mjerjenja mjerni rezultat se očita s mjernog instrumenta, a kod neizravnih mjerjenja mjerni rezultat se dobije izračunom dvije ili više izmjerene veličine. Budući da sva mjerena podliježu određenim pogreškama (slučajne, sistemske i grube pogreške) uvodimo pojam mjerna nesigurnost. Mjerna nesigurnost mjera je za točnost rezultata koja označava raspon vrijednosti unutar kojih se nalazi prava vrijednost. Ona se prema metodi procjenjivanja može razvrstati u dvije grupe: mjerna nesigurnost tipa A te mjerna nesigurnost tipa B. Mjerna nesigurnost tipa A određuje se eksperimentalno, ponavljanjem mjerjenja pri jednakim uvjetima te se zasniva na Gaussovoj razdiobi. Mjerna nesigurnost tipa B ne ovisi o broju mjerjenja, računa se s obzirom na granične pogreške mjernog instrumenta (analogni ili digitalni), a temelji se na pravokutnoj razdiobi. Ukupna mjerna nesigurnost je geometrijski zbroj mjerne nesigurnosti tipa A i tipa B. Razlikujemo standardnu mjeru nesigurnost čija je vjerojatnost oko 68% te proširenu mjeru nesigurnost kojom pomoću obuhvatnog faktora povećavamo pouzdanost podataka na 95 i više %.

1.1. Zadatak završnog rada

Zadatak završnog rada izrada je i provedba nove laboratorijske vježbe iz kolegija Osnove mjerjenja čiji je cilj upoznati studente s izračunom mjerne nesigurnosti izravnog i neizravnog mjerjenja otpora i kapaciteta (uz dodani izračun za induktivitet u svrhu završnog rada).

2. MJERNA NESIGURNOST POSREDNOG MJERENJA

2.1. Uvod u izračun složene mjerne nesigurnosti

Mjerenja se mogu podijeliti na izravna i neizravna, razlika će biti objašnjena na primjeru mjerena otpora. Kod izravnih mjerena, merna nesigurnost se određuje na temelju graničnih pogrešaka mjernih uređaja na kojim se fizikalna veličina izravno očita, npr. pri izravnom mjerenu otpora ohmmetrom. Dok se kod neizravnih mjerena takva metoda ne može primijeniti jer u postupku mjerena sudjeluje više instrumenata koji vrlo često mjeru različite fizikalne veličine pa se postavlja pitanje kako od mjernih nesigurnosti različitih veličina dobiti mernu nesigurnost veličine koja nije izravno mjerena, npr. pri mjerenu otpora U-I metodom. Pri svakom neizravnom mjerenu javlja se matematički model koji povezuje vrijednost posredno mjerene veličine (otpora) s izravno mjeranim veličinama (napon i struja). Dakle, pri posrednim se mjerjenjima mjerena (izlazna) veličina y često određuje iz N ulaznih međusobno nezavisnih veličina x_1, x_2, \dots, x_N , koje su funkcionalno povezane matematičkim modelom [1]:

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2-1)$$

Prepostavlja se da je svaka ulazna veličina ispravljana za iznos poznatih sistematskih pogrešaka. Ulazne veličine mogu biti i utjecajne veličine. Utjecajne veličine su veličine koje nisu predmet mjerena, ali utječu na merni rezultat (npr. temperatura, vlaga, ...). Složena (apsolutna) nesigurnost mernog rezultata y procjenjuje se tada izrazom [1]:

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} u_a(x_i) \right]^2} \quad (2-2)$$

Gdje se parcijalna derivacija $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ naziva koeficijent utjecajnosti (osjetljivosti), a $u_a(x_i)$ su (apsolutne) nesigurnosti ulaznih veličina x_i .

Bitno je naglasiti kako izraz za mernu nesigurnost (2-2) vrijedi ako su ulazne veličine nezavisne. U rijetkim slučajevima, kada neke od ulaznih veličina međusobno koreliraju, treba odrediti njihovu kovarijanu i primijeniti zakon širenja (2-3). Ovisno o vrsti (predznaku) korelacije i predznacima parcijalnih derivacija merna nesigurnost rezultata mjerena može biti ili veća ili manja u odnosu na nesigurnost prama izraza (2-2) [1].

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} u_a(x_i) \right]^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} u_a(x_i, x_j)} \quad (2-3)$$

Gdje su $u_a(x_i, x_j)$ procjene kovarijance pripadnih varijabli x_i i x_j .

Kovarijanca dvaju slučajnih varijabli je mjera njihove međusobne ovisnosti. Ona se određuje eksperimentalno, ili temeljem raspoloživih informacija o njihovoj korelaciji.

Primjer 1. Masa tijela m izmjerena je nul-metodom (polužnom vagom) s pomoću dva utega $m_1 = (1,0000 \pm 0,0050)$ kg i $m_2 = (0,5000 \pm 0,0040)$ kg. Mjerna nesigurnost izmjerene mase, uz zanemarenje nesigurnosti određivanja ravnotežnog položaja vase iznosi:

$$u(m) = \sqrt{0,0050^2 + 0,0040^2} = 0,0064 \text{ kg}$$

Ako matematički model sadrži samo množenje, dijeljenje, odnosno potenciranje međusobno nezavisnih ulaznih veličina, $y = F(x_1, x_2, \dots, x_N) = c x_1^{e_1} x_2^{e_2} \dots x_N^{e_N}$, prikladnije je računati s relativnim ili postotnim nesigurnostima [1]:

$$u_{\%}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{x_i}{F} u_{\%}(x_i) \right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N [e_i \cdot u_{\%}(x_i)]^2}$$

Primjer 2. Pri mjerenu snage ampermrom ($P = I^2 R$) na otporniku poznata otpora $R = (1,0000 \pm 0,0040)$ Ω izmjerena je struja $I = (10,000 \pm 0,050)$ A. Nesigurnost izmjerene snage je:

$$u_{\%}(P) = \sqrt{[2u_{\%}(I)]^2 + [u_{\%}(R)]^2} = 1,1\%$$

2.2. Zadaci za pripremu

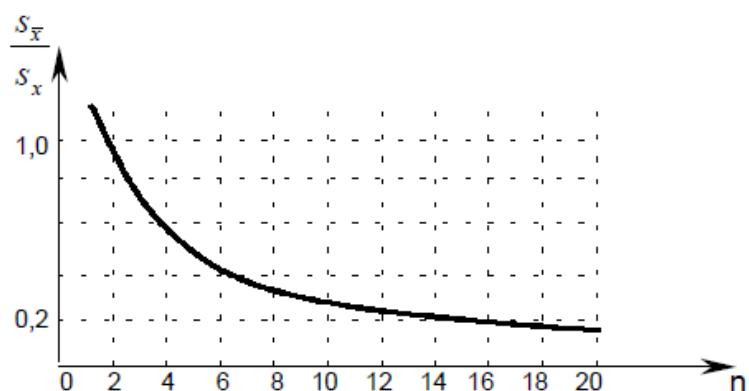
- 1) Što je matematički model mjerena i kako se prema njemu računa složena mjerna nesigurnost?

Matematički model definira se kao skup matematičkih relacija koje opisuju ili definiraju veze pojedinih fizikalnih veličina u promatranom procesu [2]. Pri svakom neizravnom mjerenu javlja se matematički model koji povezuje vrijednost neizravno mjerene veličine s izravno mjerenim veličinama. Dakle, pri neizravnim se mjeranjima izlazna veličina (mjerni rezultat) dobije na temelju procjena ulaznih veličina i na temelju matematičkog modela funkcijске povezanosti izlazne veličine s ulaznim veličinama. Izraz (2-1) prikazuje upravo tu ovisnost, pri

čemu je: y – izlazna veličina, F – matematički model mjerena, odnosno funkcija povezanost izlazne veličine s ulaznim veličinama, x_N – ulazne (utjecajne) veličine.

2) Koji se tip nesigurnosti može smanjiti ponavljanjem mjerena?

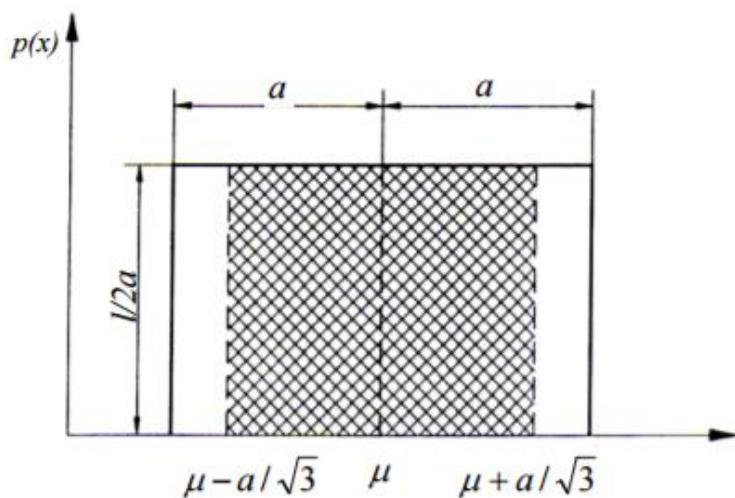
Budući da se nesigurnost tipa A zasniva na Gaussovoj razdiobi, te da se iskazuje standardnim odstupanjem, ponavljanjem mjerena i računanjem aritmetičke sredine, može se smanjiti nesigurnost rezultata uzrokovana slučajnim odstupanjima i to s djeliteljem \sqrt{n} . Dakako, nema smisla beskonačno povećavati broj mjerena jer se pri velikom broju n standardno odstupanje relativno malo smanjuje što je vidljivo iz slike 2.1.



Slika 2.1. Utjecaj broja mjerena na standardno odstupanje

3) Koliko je standardno odstupanje pravokutne razdiobe, tj. kako se računa B tip mjerne nesigurnosti iz absolutne granične pogreške?

Nesigurnost tipa B ne ovisi o broju mjerena, računa se s obzirom na granične pogreške mjernog instrumenta (analogni ili digitalni), a temelji se na pravokutnoj razdiobi kao što je prikazano na slici 2.2.



Slika 2.2. Pravokutna razdioba [3]

Pouzdanost rezultata je 100% ako se za pravokutnu razdiobu koriste obuhvatni faktori veći od $\sqrt{3}$ zbog toga što se mjerna nesigurnost tipa B računa na temelju pravokutne razdiobe, a standardno odstupanje pravokutne razdiobe granica je te pravokutne razdiobe kroz $\sqrt{3}$.

4) Što su utjecajne veličine?

Utjecajne veličine su veličine koje nisu predmet našeg mjerjenja, ali utječu na mjerni rezultat (npr. pri mjerenu naponu temperatura je utjecajna veličina).

5) Specifična otpornost materijala (žice) zadana je izrazom:

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l}$$

Odredite mjernu nesigurnost specifične otpornosti ρ ako su dani sljedeći podaci na S razini: otpor $R=(21,33 \pm 0,21)$ [$m\Omega$], promjer $d=(1,382 \pm 0,010)$ [mm] i duljina $l=(80,00 \pm 0,10)$ [cm]. Iskažite rezultat na S i N razini.

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot 21,33 \cdot 10^{-3} \cdot (1,382 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 80 \cdot 10^{-2}} = 3,99951045 \cdot 10^{-8} \Omega$$

$$u(\rho) = \sqrt{\left[\frac{\partial \rho}{\partial R} \cdot u(R) \right]^2 + \left[\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u(d) \right]^2 + \left[\frac{\partial \rho}{\partial l} \cdot u(l) \right]^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial R} = \frac{\pi d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot (1,382 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 80 \cdot 10^{-2}} = 1,875063502 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = \frac{2\pi R d}{4l} = \frac{\pi R d}{2l} = \frac{\pi \cdot 21,33 \cdot 10^{-3} \cdot 1,382 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 80 \cdot 10^{-2}} = 5,788003546 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = -\frac{\pi R d^2}{4l^2} = -\frac{\pi \cdot 21,33 \cdot 10^{-3} \cdot (1,382 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot (80 \cdot 10^{-2})^2} = -4,999388063 \cdot 10^{-8}$$

$$u(R) = 0,21 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$u(d) = 0,010 \cdot 10^{-3} m$$

$$u(l) = 0,10 \cdot 10^{-2} m$$

$$u(\rho) = 0,07018253365 \cdot 10^{-8} \xrightarrow{\text{zaokruženo na dvije značajne znamenke}} 0,070 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(\rho)}{1,2} \right) \right] = ent(-9,232952203) = -10$$

$$\rho = 4,00 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(\rho) = 7,0 \cdot 10^{-10} \Omega m$$

$$\rho = (400,0 \cdot 10^{-8} \pm 0,070 \cdot 10^{-8}) \Omega m$$

- 6) Na raspolaganju imamo dva kondenzatora $C_1 = 100 \text{ nF}$ i $C_2 = 470 \text{ nF}$ s tolerancijom (graničnom pogreškom) od $\pm 10\%$. Potrebno je procijeniti mjernu nesigurnost nadomjesnog kapaciteta spajanjem navedena dva kondenzatora:
- a) serijski
 - b) paralelno

Iskažite rezultat na S i N razini.

$$G_{C_1} = \pm \frac{10}{100} \cdot 100 = \pm 10 \text{ nF}$$

$$u(C_1) = \frac{|G_{C_1}|}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = 5,773502692 \text{ nF}$$

$$G_{C_2} = \pm \frac{10}{100} \cdot 470 = \pm 47 \text{ nF}$$

$$u(C_2) = \frac{|G_{C_2}|}{\sqrt{3}} = \frac{47}{\sqrt{3}} = 27,13546265$$

a) Serijski spoj kondenzatora:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{100 \cdot 470}{100 + 470} = 82,45614035 \text{ nF}$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = \frac{C_2(C_1 + C_2) - C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{470 \cdot (100 + 470) - 100 \cdot 470}{(100 + 470)^2} = 0,6799015082$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = \frac{C_1(C_1 + C_2) - C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{100 \cdot (100 + 470) - 100 \cdot 470}{(100 + 470)^2} = 0,03077870114$$

$$u(C) = \sqrt{\left[\frac{\partial C}{\partial C_1} \cdot u(C_1)\right]^2 + \left[\frac{\partial C}{\partial C_2} \cdot u(C_2)\right]^2} = 4,01328023 \text{ nF} \rightarrow 4,0 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(C)}{1,2} \right) \right] = ent(0,5243182397) = 0$$

$$C = 82 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 4,0 \text{ nF}$$

$$C = (82,4 \pm 4,0) \text{ nF}$$

a) Paralelni spoj kondenzatora:

$$C = C_1 + C_2 = 100 + 470 = 570 \text{ nF}$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = 1$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = 1$$

$$u(C) = \sqrt{\left[\frac{\partial C}{\partial C_1} \cdot u(C_1)\right]^2 + \left[\frac{\partial C}{\partial C_2} \cdot u(C_2)\right]^2} = 27,74286695 \text{ nF} \rightarrow 28 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(C)}{1,2} \right) \right] = ent(1,363970093) = 1$$

$$C = 570 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 28 \text{ nF}$$

$$C = (570 \pm 28) \text{ nF}$$

2.3. Rad na vježbi

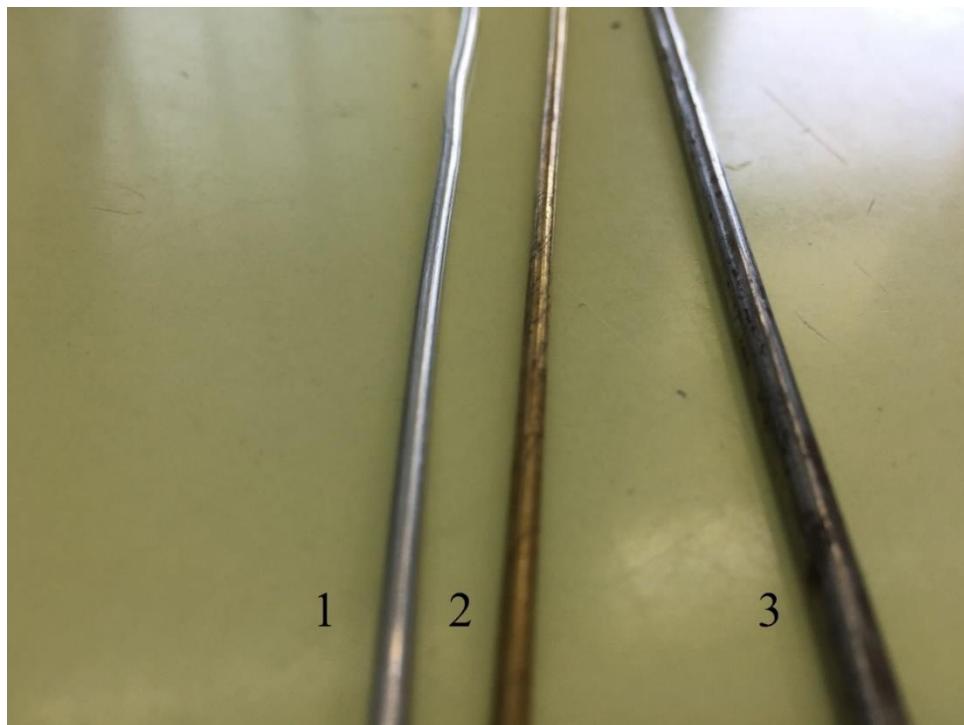
2.3.1. Mjerenje specifične otpornosti žice

2.3.1.1. Opis zadatka

Cilj je izračunati specifičnu otpornost ρ danih žica te iskazati mjerni rezultat na S i N razini. Izmjeriti dimenzije žice i izmjeriti otpor Thomsonovim mostom. Pogledati zadatak br. 5 iz pripreme.

2.3.1.2. Popis opreme

Tri neizolirane žice, pomicno mjerilo ili mikrometarski vijak, mjerna traka, Thomsonov most, istosmjerni izvor napajanja i spojni vodiči. Prikaz opreme vidljiv je na slikama 2.3., 2.4. te 2.5.



Slika 2.3. Tri neizolirane žice (1 – aluminij, 2 – mqed, 3 – čelik)



Slika 2.4. Mikrometarski vijak i mjerna traka



Slika 2.5. Thomsonov most

2.3.1.3. Postupak (prije početka rada obavezno pročitati sve točke postupka i zatim postupiti prema njima!)

1) Izmjeriti promjer žice pomičnim mjerilom ili mikrometarskim vijkom. Mjeriti promjer na više mjesta duž vodiča.

Mjerenje promjera žice mikrometarskim vijkom prikazano je na slici 2.6.



Slika 2.6. Mjerenje promjera žice mikrometarskim vijkom

2) Spojiti stezaljke Thomsonovog mosta i izmjeriti otpor 5 puta bez pomicanja stezaljki.

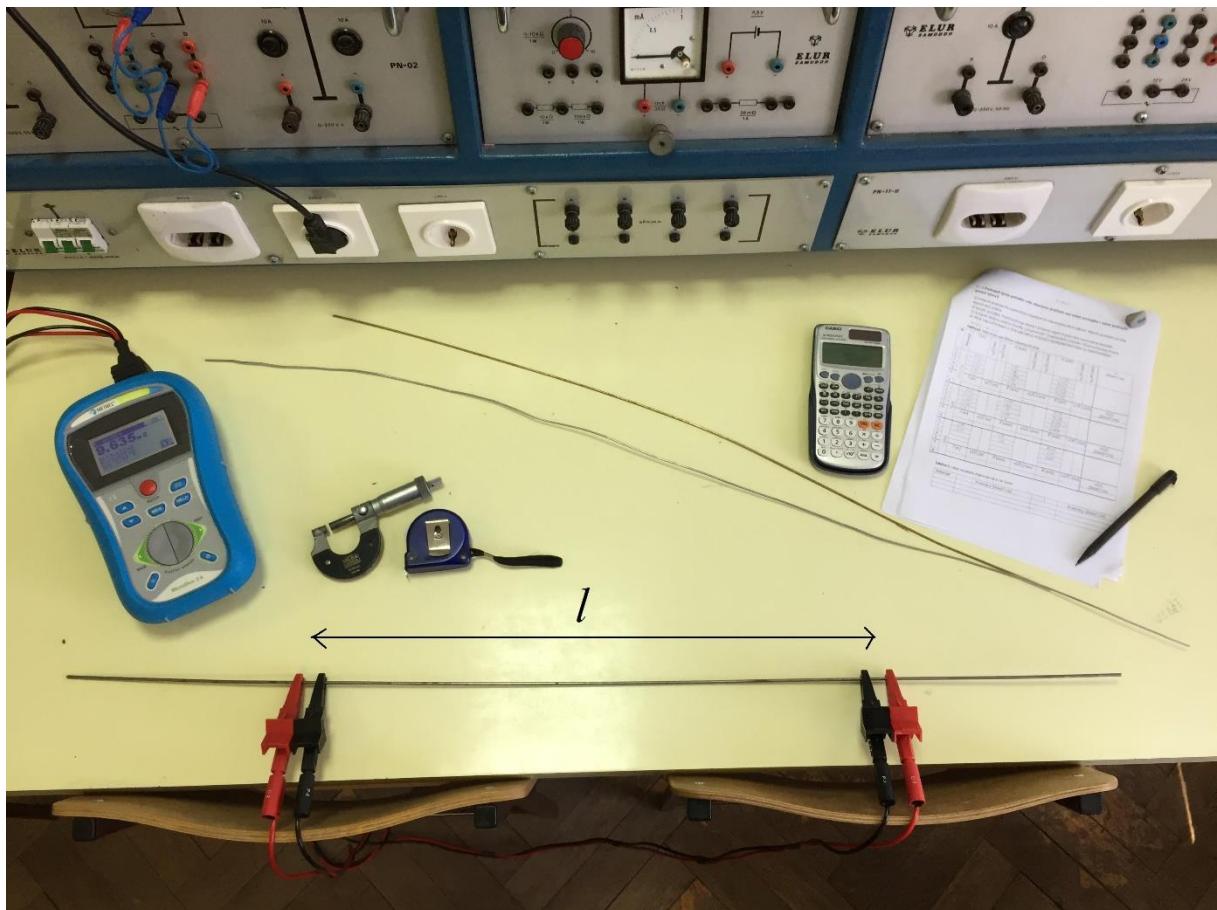
Spajanje stezaljki Thomsonovog mosta te mjerenje otpora prikazano je na slici 2.7.



Slika 2.7. Spajanje stezaljki Thomsonovog mosta te mjerenje otpora

3) Izmjeriti duljinu vodiča između „unutrašnjih“ (naponskih) stezaljki Thomsonovog mosta.

Mjerenje duljine vodiča između naponskih stezaljki Thomsonovog mosta prikazano je na slici 2.8.



Slika 2.8. Mjerenje duljine vodiča između naponskih stezaljki Thomsonovog mosta

4) PRIJE UKLJUČIVANJA U STRUJNI KRUG POZVATI DEMONSTRATORA ILI NASTAVNIKA!

Tablicom 2.1. i 2.2. iskazana su mjerena specifične otpornosti žice te rezultati mjerena prikazanih na S i N razini.

Tablica 2.1. Mjerenje specifične otpornosti žice

| Br. | | Materijal | $l [m]$ | $u_A(l) [m]$ | $d [mm]$ | $u_A(\bar{d}) [mm]$ | $R [m\Omega]$ | ρ [$\cdot 10^{-8} \Omega m$] |
|-----|----------|-----------|---------------|------------------|----------------|---------------------|---------------------|---|
| 1 | Aluminij | 0,495 | 0 | 0,0005802298395 | 1,97 | 0,002059126028 | 4,546 | $u(\rho)$ [$\cdot 10^{-8} \Omega m$] |
| 2 | | | | | 1,96 | | 4,547 | |
| 3 | | | | | 1,967 | | 4,548 | |
| 4 | | | | | 1,97 | | 4,550 | |
| 5 | | | | | 1,962 | | 4,551 | |
| X | Mjed | 0,495 | $\bar{l} [m]$ | $u(\bar{l}) [m]$ | $\bar{d} [mm]$ | $u(\bar{d}) [mm]$ | $\bar{R} [m\Omega]$ | $u(\bar{R}) [m\Omega]$ |
| X | | | | | | | | |
| 1 | Čelik | 0,28 | 0 | 0,0005802298395 | 1,958 | 0,002289104628 | 6,842 | $u(\rho)$ [$\cdot 10^{-7} \Omega m$] |
| 2 | | | | | 1,965 | | 6,839 | |
| 3 | | | | | 1,97 | | 6,837 | |
| 4 | | | | | 1,968 | | 6,837 | |
| 5 | | | | | 1,96 | | 6,838 | |
| X | Mjed | 0,28 | $\bar{l} [m]$ | $u(\bar{l}) [m]$ | $\bar{d} [mm]$ | $u(\bar{d}) [mm]$ | $\bar{R} [m\Omega]$ | $u(\bar{R}) [m\Omega]$ |
| X | | | | | | | | |
| 1 | Čelik | 0,44 | 0 | 0,0005802298395 | 2,99 | 0,002581988897 | 8,708 | $u(\rho)$ [$\cdot 10^{-8} \Omega m$] |
| 2 | | | | | 2,99 | | 8,711 | |
| 3 | | | | | 2,99 | | 8,713 | |
| 4 | | | | | 2,98 | | 8,716 | |
| 5 | | | | | 2,99 | | 8,715 | |
| X | Čelik | 0,44 | $\bar{l} [m]$ | $u(\bar{l}) [m]$ | $\bar{d} [mm]$ | $u(\bar{d}) [mm]$ | $\bar{R} [m\Omega]$ | $u(\bar{R}) [m\Omega]$ |
| X | | | | | | | | |

Tablica 2.2. Iskaz rezultata mjerena na S i N razini

| Materijal | S razina $\rho [\Omega m]$ | L | N razina $\rho [\Omega m]$ |
|-----------|---|-----|----------------------------|
| Aluminij | $(2,787 \cdot 10^{-8} \pm 0,015 \cdot 10^{-8})$ | -10 | $2,79 \cdot 10^{-8}$ |
| Mjed | $(7,401 \cdot 10^{-8} \pm 0,043 \cdot 10^{-8})$ | -10 | $7,40 \cdot 10^{-8}$ |
| Čelik | $(1,388 \cdot 10^{-8} \pm 0,065 \cdot 10^{-8})$ | -10 | $1,39 \cdot 10^{-8}$ |

Izračun za aluminij:

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 l_i}{5} = \frac{0,495 + 0,495 + 0,495 + 0,495 + 0,495}{5} = 0,495 \text{ m}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2} = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot 0} = 0$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0 \text{ m}$$

Pri mjerenu duljine s pomoću čelične mjerne trake razreda točnosti II, pri referentnim uvjetima, granična pogreška mjerila biti će:

$$G = \pm(a + b \cdot L_z) = \pm(0,3 + 0,2 \cdot 1) = \pm0,5 \text{ mm}$$

Gdje su a i b koeficijenti čije su vrijednosti propisane pravilnikom za svaki razred točnosti i navedene u tablici 2.3., a L_z je vrijednost mjerene duljine iskazana metrima i zaokružena na više – pune metre [1].

Tablica 2.3. Vrijednost koeficijenata za određivanje graničnih pogrešaka mjerila duljine opće namjene

| Razred točnosti | koeficijenti | |
|-----------------|--------------|-----|
| | a | b |
| I | 0,1 | 0,1 |
| II | 0,3 | 0,2 |
| III | 0,6 | 0,4 |

Pri procjeni mjerne nesigurnosti mjerena duljine s pomoću mjerila duljine za opću namjenu treba računati s graničnom pogreškom mjerila u području uporabe, tj. s 2G. Osim toga, treba uzeti u obzir i graničnu pogrešku očitanja (G_{oč}).

Za podjeljak širine 1 mm granična pogreška očitanja iznosi deseti dio podjele, dakle 0,10 mm [1].

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 0,5)^2 + 0,10^2}{3}} = 0,5802298395 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$u(l) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0 + (0,5802298395 \cdot 10^{-3})^2} = 0,0005802298395 \rightarrow 0,00058 \text{ m}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 d_i}{5} = \frac{1,97 + 1,96 + 1,967 + 1,97 + 1,962}{5} = 1,9658 \text{ mm}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(-0,0042)^2 + (0,0058)^2 + (-0,0012)^2 + (-0,0042)^2 + (0,0038)^2]}$$

$$s = 0,004604345773$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,004604345773}{\sqrt{5}} = 0,002059126028 \text{ mm}$$

Granične pogreške mikrometra dane su izrazom:

$$G = \pm \left(4 + 0,02 \cdot \frac{L_{min}}{mm} \right) \mu m = (4 + 0,02 \cdot 0,5) \mu m = 4,01 \mu m$$

Kako mikrometar ima podjelu od 10 μm , granična pogreška očitanja ($G_{oč}$) jeste 1 μm .

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 4,01 \cdot 10^{-3})^2 + (1 \cdot 10^{-3})^2}{3}} = 0,004666204739 \text{ mm}$$

$$u(d) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0,002059126028^2 + 0,004666204739^2}$$

$$u(d) = 0,005100339858 \rightarrow 0,0051 \text{ mm}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 R_i}{5} = \frac{4,546 + 4,547 + 4,548 + 4,550 + 4,551}{5} = 4,5484 \text{ m}\Omega$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(-0,0024)^2 + (-0,0014)^2 + (-0,0004)^2 + (0,0016)^2 + (0,0026)^2]}$$

$$s = 0,002073644135$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,002073644135}{\sqrt{5}} = 0,0009273618494 \text{ m}\Omega$$

Mjerenja su vršena instrumentom METREL MI 3242 (pri testnoj struji od 2A) prema čijim se tehničkim specifikacijama računa granična pogreška:

$$G = \pm(0,25\% \text{ očitanja} + 2 \text{ digita}) = \pm \left(\frac{0,25}{100} \cdot 4,5484 + 2 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \right)$$

$$G = \pm 0,011373 \text{ m}\Omega$$

$$u_B = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = \frac{0,011373}{\sqrt{3}} = 0,006566204611 \text{ m}\Omega$$

$$u(R) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0,0009273618494^2 + 0,006566204611^2}$$

$$u(R) = 0,006631368109 \rightarrow 0,0066 \text{ m}\Omega$$

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot 4,5484 \cdot 10^{-3} \cdot (1,9658 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0,495} = 2,787415881 \cdot 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$$

$$u(\rho) = \sqrt{[\frac{\partial \rho}{\partial R} \cdot u(R)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u(d)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial l} \cdot u(l)]^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial R} = \frac{\pi d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot (1,9658 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0,495} = 6,131452157 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = \frac{2\pi R d}{4l} = \frac{\pi R d}{2l} = \frac{\pi \cdot 4,5484 \cdot 10^{-3} \cdot 1,9658 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,495} = 2,837348356 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = -\frac{\pi R d^2}{4l^2} = -\frac{\pi \cdot 4,5484 \cdot 10^{-3} \cdot (1,9658 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0,495^2} = -5,633999393 \cdot 10^{-8}$$

$$u(\rho) = 0,01537689627 \cdot 10^{-8} \rightarrow 0,015 \cdot 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(\rho)}{1,2} \right) \right] = ent(-9,892312561) = -10$$

$$\rho = 2,79 \cdot 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(\rho) = 0,015 \cdot 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$$

$$\rho = (2,787 \cdot 10^{-8} \pm 0,015 \cdot 10^{-8}) \text{ }\Omega\text{m}$$

Izračun za mjeru:

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 l_i}{5} = \frac{0,28 + 0,28 + 0,28 + 0,28 + 0,28}{5} = 0,28 \text{ m}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2} = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot 0} = 0$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0 \text{ m}$$

$$G = \pm(a + b \cdot L_z) = \pm(0,3 + 0,2 \cdot 1) = \pm0,5 \text{ mm}$$

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oc}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 0,5)^2 + 0,10^2}{3}} = 0,5802298395 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$u(l) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0 + (0,5802298395 \cdot 10^{-3})^2} = 0,0005802298395 \rightarrow 0,00058 \text{ m}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 d_i}{5} = \frac{1,958 + 1,965 + 1,97 + 1,968 + 1,96}{5} = 1,9642 \text{ mm}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(-0,0062)^2 + (0,0008)^2 + (0,0058)^2 + (0,0038)^2 + (-0,0042)^2]}$$

$$s = 0,005118593557$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,005118593557}{\sqrt{5}} = 0,002289104628 \text{ mm}$$

$$G = \pm \left(4 + 0,02 \cdot \frac{L_{min}}{mm} \right) \mu\text{m} = (4 + 0,02 \cdot 0,5) \mu\text{m} = 4,01 \mu\text{m}$$

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oc}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 4,01 \cdot 10^{-3})^2 + (1 \cdot 10^{-3})^2}{3}} = 0,004666204739 \text{ mm}$$

$$u(d) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0,002289104628^2 + 0,004666204739^2}$$

$$u(d) = 0,005197448092 \rightarrow 0,0052 \text{ mm}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 R_i}{5} = \frac{6,842 + 6,839 + 6,837 + 6,837 + 6,838}{5} = 6,8386 \text{ m}\Omega$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(0,0034)^2 + (0,0004)^2 + (-0,0016)^2 + (-0,0016)^2 + (-0,0006)^2]}$$

$$s = 0,002073644135$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,002073644135}{\sqrt{5}} = 0,0009273618494 \text{ m}\Omega$$

Mjerenja su vršena instrumentom METREL MI 3242 (pri testnoj struji od 2A) prema čijim se tehničkim specifikacijama računa granična pogreška:

$$G = \pm(0,25\% \text{ očitanja} + 2 \text{ digita}) = \pm \left(\frac{0,25}{100} \cdot 6,8386 + 2 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \right)$$

$$G = \pm 0,0170985 \text{ m}\Omega$$

$$u_B = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = 0,009871823578 \text{ m}\Omega$$

$$u(R) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0,0009273618494^2 + 0,009871823578^2}$$

$$u(R) = 0,009915286216 \rightarrow 0,0099 \text{ m}\Omega$$

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot 6,8386 \cdot 10^{-3} \cdot (1,9642 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0,28} = 7,400660222 \cdot 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$$

$$u(\rho) = \sqrt{[\frac{\partial \rho}{\partial R} \cdot u(R)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u(d)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial l} \cdot u(l)]^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial R} = \frac{\pi d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot (1,9642 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0,28} = 1,082189369 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = \frac{2\pi R d}{4l} = \frac{\pi R d}{2l} = \frac{\pi \cdot 6,8386 \cdot 10^{-3} \cdot 1,9642 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,28} = 7,535546504 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = -\frac{\pi R d^2}{4l^2} = -\frac{\pi \cdot 6,8386 \cdot 10^{-3} \cdot (1,9642 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0,28^2} = -2,643092936 \cdot 10^{-7}$$

$$u(\rho) = 0,04341936994 \cdot 10^{-8} \rightarrow 0,043 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(\rho)}{1,2} \right) \right] = ent(-9,441497729) = -10$$

$$\rho = 7,40 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(\rho) = 0,043 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

$$\rho = (7,401 \cdot 10^{-8} \pm 0,043 \cdot 10^{-8}) \Omega m$$

Izračun za čelik:

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 l_i}{5} = \frac{0,44 + 0,44 + 0,44 + 0,44 + 0,44}{5} = 0,44 m$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2} = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot 0} = 0$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0 m$$

$$G = \pm(a + b \cdot L_z) = \pm(0,3 + 0,2 \cdot 1) = \pm0,5 mm$$

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 0,5)^2 + 0,10^2}{3}} = 0,5802298395 \cdot 10^{-3} m$$

$$u(l) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0 + (0,5802298395 \cdot 10^{-3})^2} = 0,0005802298395 \rightarrow 0,00058 m$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 d_i}{5} = \frac{2,99 + 2,99 + 2,99 + 2,98 + 2,99}{5} = 2,988 mm$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(0,002)^2 + (0,002)^2 + (0,002)^2 + (-0,008)^2 + (0,002)^2]}$$

$$s = 0,004472135955$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,004472135955}{\sqrt{5}} = 0,002581988897 \text{ mm}$$

$$G = \pm \left(4 + 0,02 \cdot \frac{L_{min}}{mm} \right) \mu\text{m} = (4 + 0,02 \cdot 0,5) \mu\text{m} = 4,01 \mu\text{m}$$

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 4,01 \cdot 10^{-3})^2 + (1 \cdot 10^{-3})^2}{3}} = 0,004666204739 \text{ mm}$$

$$u(d) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0,002581988897^2 + 0,004666204739^2}$$

$$u(d) = 0,005332929151 \rightarrow 0,0053 \text{ mm}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 R_i}{5} = \frac{8,708 + 8,711 + 8,713 + 8,716 + 8,715}{5} = 8,7126 \text{ m}\Omega$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(-0,0046)^2 + (-0,0016)^2 + (0,0004)^2 + (0,0034)^2 + (0,0024)^2]}$$

$$s = 0,005032891813$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,005032891813}{\sqrt{5}} = 0,002905741443 \text{ m}\Omega$$

Mjerenja su vršena instrumentom METREL MI 3242 (pri testnoj struji od 2A) prema čijim se tehničkim specifikacijama računa granična pogreška:

$$G = \pm (0,25\% \text{ očitanja} + 2 \text{ digita}) = \pm \left(\frac{0,25}{100} \cdot 8,7126 + 2 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \right)$$

$$G = \pm 0,0217835 \text{ m}\Omega$$

$$u_B = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = \frac{0,00217835}{\sqrt{3}} = 0,01257670959 \text{ m}\Omega$$

$$u(R) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0,002905741443^2 + 0,01257670959^2}$$

$$u(R) = 0,01290801911 \rightarrow 0,013 \text{ m}\Omega$$

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot 8,7126 \cdot 10^{-3} \cdot (2,988 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0,44} = 1,388500904 \cdot 10^{-7} \text{ }\Omega\text{m}$$

$$u(\rho) = \sqrt{\left[\frac{\partial \rho}{\partial R} \cdot u(R)\right]^2 + \left[\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u(d)\right]^2 + \left[\frac{\partial \rho}{\partial l} \cdot u(l)\right]^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial R} = \frac{\pi d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot (2,988 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0,44} = 1,593669977 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = \frac{2\pi R d}{4l} = \frac{\pi R d}{2l} = \frac{\pi \cdot 8,7126 \cdot 10^{-3} \cdot 2,988 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,44} = 9,293848089 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = -\frac{\pi R d^2}{4l^2} = -\frac{\pi \cdot 8,7126 \cdot 10^{-3} \cdot (2,988 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0,44^2} = -6,311367747 \cdot 10^{-7}$$

$$u(\rho) = 0,06477274713 \cdot 10^{-8} \rightarrow 0,065 \cdot 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(\rho)}{1,2} \right) \right] = ent(-9,267788929) = -10$$

$$\rho = 1,39 \cdot 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(\rho) = 0,065 \cdot 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$$

$$\rho = (1,388 \cdot 10^{-8} \pm 0,065 \cdot 10^{-8}) \text{ }\Omega\text{m}$$

2.3.2. Serijski/paralelni spoj kondenzatora

2.3.2.1. Opis zadatka

Izmjeriti kapacitet dva kondenzatora (po jedno mjerjenje, odnosno potrebno je uvažiti samo nesigurnost B tipa), te na temelju graničnih pogrešaka mjernog uređaja procijeniti mjernu nesigurnost pojedinog kondenzatora. Nakon toga kondenzatore spojiti serijski, a zatim i paralelno te ponovno izvršiti mjerjenja i procijeniti mjernu nesigurnost ukupnog kapaciteta na temelju graničnih pogrešaka mjernog uređaja, a ne tolerancijom samog kondenzatora (vidi zadatak br. 6. iz pripreme). Usporediti mjerne nesigurnosti te iskazati rezultate mjerjenja na S i N razini.

2.3.2.2. Popis opreme

Dva (blok) kondenzatora, RLC metar. Prikaz opreme vidljiv je na slikama 2.9. i 2.10.



Slika 2.9. Blok kondenzator



Slika 2.10. RLC metar

2.3.2.3. Postupak

- 1) Izmjeriti kapacitet dva kondenzatora RLC metrom.
- 2) Spojiti kondenzatore serijski, a zatim paralelno te ponovno izvršiti mjerena.
- 3) PRIJE UKLJUČIVANJA U STRUJNI KRUG POZVATI DEMONSTRATORA ILI NASTAVNIKA!

Tablicom 2.4. i 2.5. iskazana su mjerena kapaciteta te rezultati granične pogrešake i mjerne nesigurnosti pojedinog mjerjenja kapaciteta. Tablicom 2.6. prikazana je mjerena nesigurnost serijsko/paralelne kombinacije te iskaz rezultata na S i N razini.

Tablica 2.4. Mjerenje kapaciteta

| Kapacitet C [nF] (očekivano) | Kapacitet C [nF] (mjereno) | Serijski spoj (izravno) | Serijski spoj (računski) | Paralelni spoj (izravno) | Paralelni spoj (računski) |
|------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| 100 | 101,4 | 83,73 | 83,7516 | 582,5 | 582,6 |
| 470 | 481,2 | | | | |

Tablica 2.5. Granična pogreška i mjerna nesigurnost pojedinog mjerjenja kapaciteta

| Granične pogreške mjernog uređaja | Mjerna nesigurnost kapaciteta $u(C)$ [nF] |
|--|---|
| $G = \pm(0,2\% \text{ očitanja} + 5 \text{ digita})$ | 0,12 |
| | 0,56 |

Mjerena su vršena RLC metrom HM8018 pri frekvenciji od 1 kHz, prema čijim se tehničkim specifikacijama računa granična pogreška te procjenjuje mjerna nesigurnost.

$$G_{C_1} = \pm \left(\frac{0,2}{100} \cdot 101,4 + 5 \cdot 0,001 \cdot 10^{-12} \right) = 0,2028 \text{ nF}$$

$$u(C_1) = u_B(C_1) = \frac{|G_{C_1}|}{\sqrt{3}} = \frac{0,2028}{\sqrt{3}} = 0,1170866346 \text{ nF} \rightarrow 0,12 \text{ nF}$$

$$G_{C_2} = \pm \left(\frac{0,2}{100} \cdot 481,2 + 5 \cdot 0,001 \cdot 10^{-12} \right) = 0,9624 \text{ nF}$$

$$u(C_2) = u_B(C_2) = \frac{|G_{C_2}|}{\sqrt{3}} = \frac{0,9624}{\sqrt{3}} = 0,5556418991 \text{ nF} \rightarrow 0,56 \text{ nF}$$

Tablica 2.6. Mjerna nesigurnost serijsko/paralelne kombinacije te iskaz rezultata na S i N razini

| Spoj | S razina [nF] | | N razina [nF] | | Mjerna nesigurnost [nF] | |
|-----------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|
| | Izravno mjerjenje | Neizravno mjerjenje | Izravno mjerjenje | Neizravno mjerjenje | Izravno mjerjenje | Neizravno mjerjenje |
| Serijski | (83,73 ± 0,10) | (83,752 ± 0,084) | 83 | 83,75 | 0,10 | 0,084 |
| Paralelno | (582,5 ± 0,67) | (582,60 ± 0,57) | 582,5 | 582,6 | 0,67 | 0,57 |

Serijski spoj kondenzatora (izravno mjerjenje):

$$G = \pm \left(\frac{0,2}{100} \cdot 83,73 + 5 \cdot 0,001 \cdot 10^{-12} \right) = 0,16746 \text{ nF}$$

$$u(C) = u_B(C) = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = \frac{0,16746}{\sqrt{3}} = 0,09668307608 \text{ nF} \rightarrow 0,10 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(C)}{1,2} \right) \right] = ent(0,08056923007) = 0$$

$$C = 83 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 0,10 \text{ nF}$$

$$C = (83,73 \pm 0,10) \text{ nF}$$

Paralelni spoj kondenzatora (izravno mjerjenje):

$$G = \pm \left(\frac{0,2}{100} \cdot 582,5 + 5 \cdot 0,001 \cdot 10^{-12} \right) = 1,165 \text{ nF}$$

$$u(C) = u_B(C) = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = \frac{1,165}{\sqrt{3}} = 0,6726130636 \text{ nF} \rightarrow 0,67 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(C)}{1,2} \right) \right] = ent(-0,251415948) = -1$$

$$C = 582,5 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 0,67 \text{ nF}$$

$$C = (582,5 \pm 0,67) \text{ nF}$$

Serijski spoj kondenzatora (posredno mjerjenje):

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{101,4 \cdot 481,2}{101,4 + 481,2} = 83,75159629 \text{ nF}$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = \frac{C_2(C_1 + C_2) - C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{481,2 \cdot (101,4 + 481,2) - 101,4 \cdot 481,2}{(101,4 + 481,2)^2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = 0,6821977407$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = \frac{C_1(C_1 + C_2) - C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{101,4 \cdot (101,4 + 481,2) - 101,4 \cdot 481,2}{(101,4 + 481,2)^2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = 0,03029248834$$

$$u(C) = \sqrt{\left[\frac{\partial C}{\partial C_1} \cdot u(C_1) \right]^2 + \left[\frac{\partial C}{\partial C_2} \cdot u(C_2) \right]^2} = 0,08360287313 \text{ nF} \rightarrow 0,084 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(C)}{1,2} \right) \right] = ent(-1,156960043) = -2$$

$$C = 83,75 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 0,084 \text{ nF}$$

$$C = (83,752 \pm 0,084) \text{ nF}$$

Paralelni spoj kondenzatora (posredno mjerjenje):

$$C = C_1 + C_2 = 101,4 + 481,2 = 582,6 \text{ nF}$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = 1$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = 1$$

$$u(C) = \sqrt{\left[\frac{\partial C}{\partial C_1} \cdot u(C_1) \right]^2 + \left[\frac{\partial C}{\partial C_2} \cdot u(C_2) \right]^2} = 0,5727128425 \text{ nF} \rightarrow 0,57 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent \left[\log \left(\frac{u(C)}{1,2} \right) \right] = ent(-0,3212443242) = -1$$

$$C = 582,6 \text{ nF}$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 0,57 \text{ nF}$$

$$C = (582,60 \pm 0,57) \text{ nF}$$

2.4. Zadaci za izvještaj

- 1) Što je obuhvatni faktor?

Obuhvatni faktor (k) je numerički faktor kojim se množi složena standardna nesigurnost kako bi se iskazala proširena nesigurnost. Njegova vrijednost obično iznosi 2 ili 3 što odgovara razini vjerojatnosti od oko 95% (za k=2), odnosno 99% (za k=3) [4].

2) Kako se nazivaju parcijalne derivacije u izrazu (2-2) za složenu mjernu nesigurnost?

Parcijalna derivacija u izrazu (2-2) naziva se koeficijent osjetljivosti jer pokazuje koliko se promjeni mjerni rezultat ovisno o promjeni određene ulazne veličine.

3) Pod kojom pretpostavkom je opravdano koristiti izraz (2-2) pri izračunu složene mjerne nesigurnosti?

Taj izraz koristi se onda kada su ulazne veličine međusobno nezavisne, odnosno kada ne koreliraju. Kada su ulazne veličine međusobno zavisne primjenjuje se potpun izraz (2-3) za nesigurnost, odnosno zakon porasta (širenja) nesigurnosti.

4) Kako korelacija mjerenih varijabli može utjecati na mjeru nesigurnost?

Korelacija je odnos između dvije ili više slučajnih varijabli unutar raspodjele dvije ili više slučajnih varijabli [5]. Ulazne veličine sigurno koreliraju pri korištenju istog etalona te zbog utjecaja okoline (temperatura), a tada treba odrediti njihovu kovarijancu i primjeniti zakon širenja (2-3). Ovisno o vrsti (predznaku) korelacije i predznacima parcijalnih derivacija merna nesigurnost rezultata mjerenja može biti ili veća ili manja u odnosu na nesigurnost prama izrazu (2-2).

5) Ako se usporede mjerne nesigurnosti iz tablice 2.6. za pojedine spojeve, pri kojem je tipu mjerenja veća merna nesigurnost?

Veća merna nesigurnost prisutna je kod izravnog mjerenja gdje se merna nesigurnost računa preko graničnih pogrešaka instrumenta. Kod posrednog mjerenja, merna nesigurnost se računa prema izrazu (2-2) za složenu mernu nesigurnost gdje se ona dobije preko koeficijenata osjetljivosti te prethodno određenih nesigurnosti ulaznih veličina, odnosno nesigurnosti pojedinog kondenzatora.

3. SERIJSKI RL STRUJNI KRUG IZMJENIČNE STRUJE

3.1. Zadaci za pripremu

- 1) Na osnovu poznatih vrijednosti za granične struje, odnosno napone pojedinih elemenata kruga, odredite granični napon izvora [6].

$$R = 150 \Omega$$

$$R_{uk} = R + R_L = 150 + 350 = 500 \Omega$$

$$I_{gr} = 75 mA$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,4 = 125,6637 \Omega$$

$$L = 0,4 H$$

$$Z = \sqrt{R_{uk}^2 + X_L^2} = \sqrt{500^2 + 125,6637^2} = 515,5496 \Omega$$

$$R_L = 350 \Omega$$

$$U_{gr} = I_{gr} \cdot Z = 75 \cdot 10^{-3} \cdot 515,5496$$

$$I_{L_{gr}} = 0,2 A$$

$$U_{gr} = 38,6662 V$$

- 2) Koristeći zadane podatke elemenata kruga, izračunajte očekivane vrijednosti struja i napona, te snaga. Rezultate unesite u tablicu 3.1 [6].

$$R = 150 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{20}{515,5496} = 38,7936 mA$$

$$R_L = 350 \Omega$$

$$U_R = I \cdot R = 38,7936 \cdot 10^{-3} \cdot 150 = 5,8190 V$$

$$X_L = 125,6637 \Omega$$

$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} = \sqrt{350^2 + 125,6637^2} = 371,8755 \Omega$$

$$Z = 515,5496 \Omega$$

$$U_{RL} = I \cdot Z_L = 38,7936 \cdot 10^{-3} \cdot 371,8755 = 14,4264 V$$

$$U = 20 V$$

$$S = U \cdot I = 20 \cdot 38,7936 \cdot 10^{-3} = 0,7759 VA$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{X_L}{R_{uk}} = \tan^{-1} \frac{125,6637}{500} = 14,1078^\circ$$

$$P = S \cdot \cos \varphi = 0,7759 \cdot \cos 14,1078 = 0,7525 W$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{0,7759^2 - 0,7525^2} = 0,1891 VAr$$

3.2. Rad na vježbi

3.2.1. Opis zadatka

Cilj je izmjeriti jakost struje te napona na pojedinom elementu kruga.

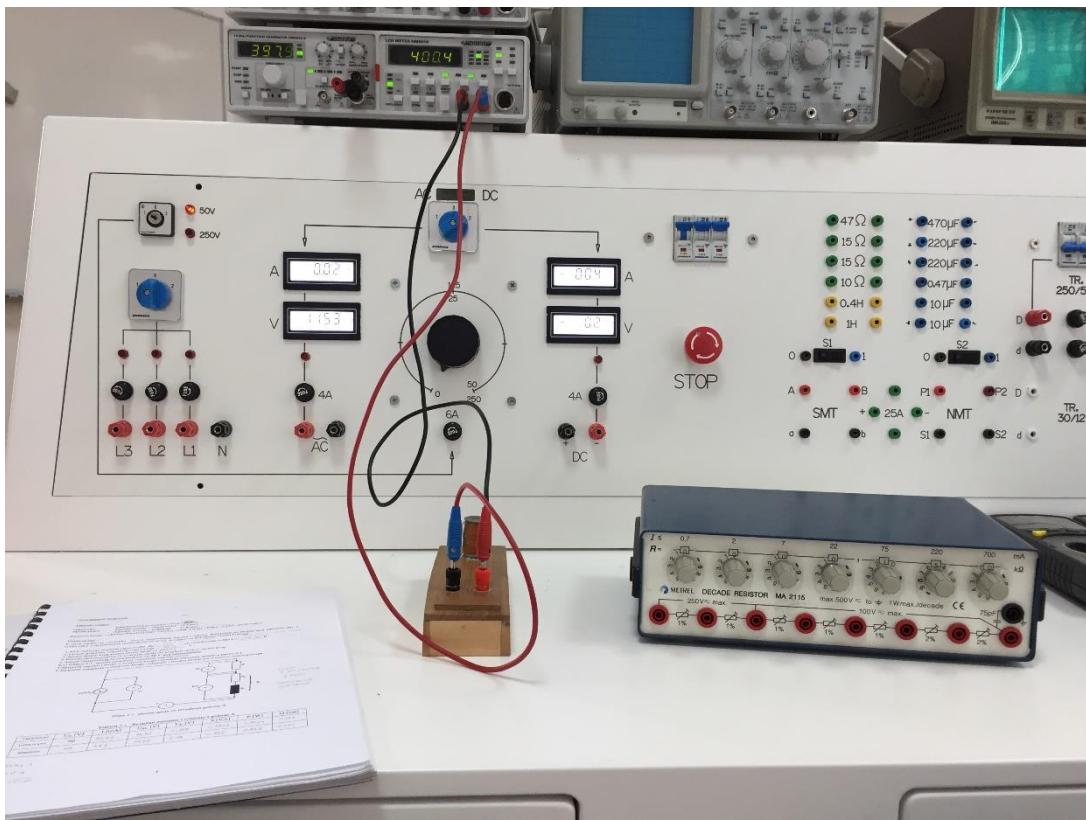
3.2.2. Popis opreme

Izmjeničan izvor napajanja, ampermeter (1 kom.), voltmeter (3 kom.), otporna dekada ($150\Omega/75mA$), svitak ($0,4H/350\Omega/0,2A$), spojni vodiči.

3.2.3. Postupak (prije početka rada obavezno pročitati sve točke postupka i zatim postupiti prema njima!)

- 1) RLC metrom izmjeriti otpor (R_L) i induktivitet svitka (L).

Mjerenje otpora i induktiviteta svitka RLC metrom prikazano je na slici 3.1.



Slika 3.1. Mjerenje otpora i induktiviteta svitka RLC metrom

Otpor svitka $R_L = 318,3 \Omega$ pri frekvenciji od 100 Hz

Induktivitet svitka $L = 400,3 mH$ pri frekvenciji od 1 kHz

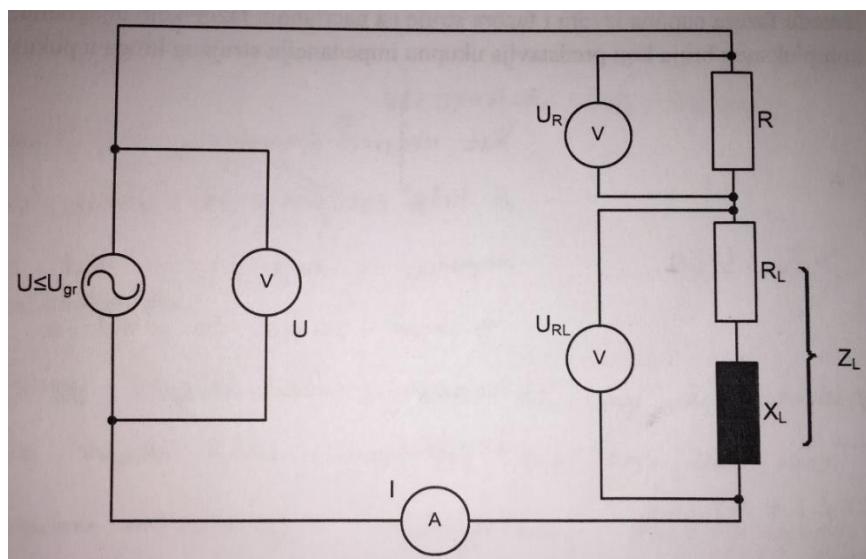
- 2) Izračunati graničnu vrijednost napona U_{gr} (pogledati zadatak br. 1 iz pripreme).

$$Z = \sqrt{R_{uk}^2 + X_L^2} = \sqrt{(R + R_L)^2 + (2\pi f L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(150 + 318,3)^2 + (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,4003)^2} = 484,8917 \Omega$$

$$U_{gr} = I_{gr} \cdot Z = 75 \cdot 10^{-3} \cdot 484,8917 = 36,3669 V$$

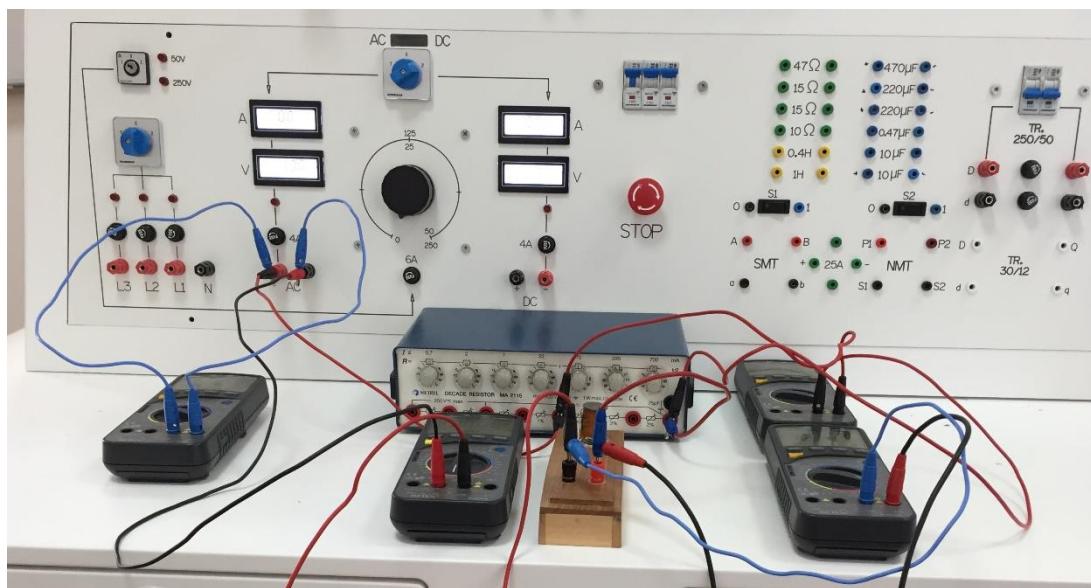
- 3) Spojiti strujni krug prema shemi na slici 3.2.



Slika 3.2. Shema spoja za izvođenje pokusa [6]

- 4) Pozvati demonstratora ili voditelja vježbi da pregleda spojeni strujni krug.

Prikaz spojenog strujnog kruga vidljiv na sici 3.3.



Slika 3.3. Prikaz spojenog strujnog kruga

- 5) Napon izmjeničnog izvora podesiti na 20V pod opterećenjem
- 6) Izvršiti mjerena napon i struja u strujnom krugu te rezultate unijeti u tablicu
- 7) Isključiti napajanje u strujnom krugu, odspojiti i uredno složiti sve elemente strujnog kruga

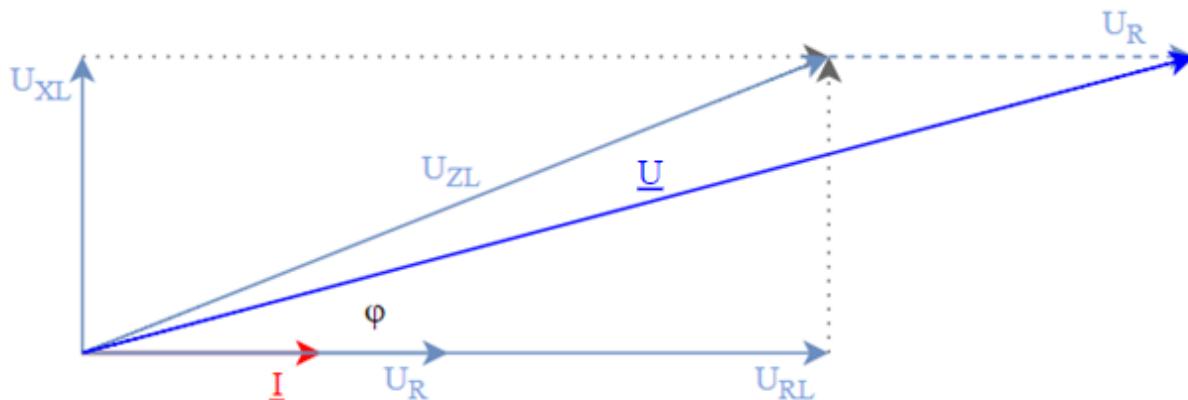
Tablicom 3.1. prikazani su rezultati mjerena i izračuna u pokusu B.

Tablica 3.1. Rezultati mjerena i izračuna u pokusu B

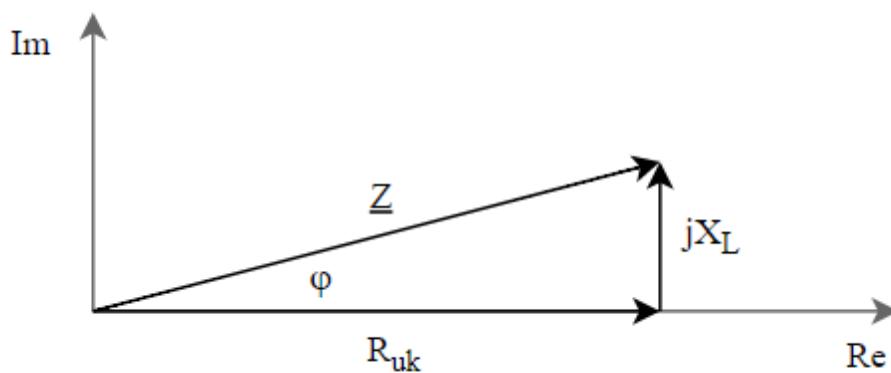
| Vrijednost | U_{iz} [V] | I [mA] | U_{ZL} [V] | U_R [V] | S [VA] | P [W] | Q [VAr] |
|------------|--------------|----------|--------------|-----------|----------|---------|-----------|
| Očekivano | 20 | 38,79 | 14,43 | 5,82 | 0,78 | 0,75 | 0,19 |
| Mjereni | 20,02 | 41,19 | 14,19 | 6,26 | 0,82 | 0,80 | 0,18 |

3.3. Zadaci za izvještaj

- 1) Na osnovu izmjerene vrijednosti struja i napona te poznatih vrijednosti elemenata, nacrtajte fazorski dijagram. Odredi kut između fazora napona izvora i fazora struje na nacrtanom fazorskom dijagramu.



Slika 3.4. Fazorski dijagram napona i struje



Slika 3.5. Prikaz impedancije u kompleksnoj ravnini

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L}{R_{uk}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2\pi f L}{R + R_L} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,4003}{150 + 318,3} \right) = 15,03^\circ$$

Kut ukupne impedancije predstavlja omjer napona i struje. Iz priloženog fazorskog dijagrama sa slike 3.4. i dijagrama sa slike 3.5. vidi se da napon prethodi struji, odnosno da je kut pozitivan, što daje uvid o karakteru strujnog kruga (induktivnog je karaktera).

- 2) Na osnovu izmjerene vrijednosti napona (U , U_R , U_{ZL}), struje izvora (I) i fazorskog dijagrama iz prethodnog zadatka, izračunajte vrijednosti elemenata R_L i X_L .

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{6,26}{0,04119} = 151,98 \Omega$$

$$Z_L = \frac{U_{ZL}}{I} = \frac{14,19}{0,04119} = 344,50 \Omega$$

$$Z = R + Z_L = 151,98 + 344,50 = 496,48 \Omega$$

$$\bar{Z} = Z(\cos \varphi + j \sin \varphi) = 496,48 \cdot (\cos 15,03^\circ + j \sin 15,03^\circ)$$

$$\bar{Z} = 479,50 + j128,75 \Omega$$

$$R_{uk} = 479,50 \Omega$$

$$R_L = R_{uk} - R = 479,50 - 151,98 = 327,52 \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R_{uk}^2} = \sqrt{496,48^2 - 479,50^2} = 128,73 \Omega$$

6. ZAKLJUČAK

Provedbom rada zaključuje se da se pri svakom neizravnom mjerenuj javlja matematički model koji povezuje vrijednost neizravno mjerene veličine s izravno mjerenim veličinama, odnosno da računanje mjerne nesigurnosti ovisi o matematičkom modelu kojim opisujemo mjerenu veličinu. Prilikom mjerena specifične otpornosti danih žica određena je ukupna mjerna nesigurnost preko geometrijskog zbroja mjerne nesigurnosti tipa A i mjerne nesigurnosti tipa B. Može se uočiti da je nesigurnost rezultata tipa A manja zbog djeljitelja \sqrt{n} budući da se ona određuje eksperimentalno, ponavljanjem mjerena. Rezultati su prikazani u niskoj (N) razini te srednjoj (S) razini preko čega se može na temelju cjelovitog mjernog rezultata odlučiti da li rezultat zadovoljava kritičnu vrijednost. Mjerenjem mjerne nesigurnosti kapaciteta veća mjerna nesigurnost prisutna je kod izravnog mjerena gdje se mjerna nesigurnost računa preko graničnih pogrešaka instrumenta u odnosu na posredno mjerene gdje se mjerna nesigurnost računa prema izrazu (2-2) za složenu mjernu nesigurnost. Kod mjerena induktiviteta na osnovu izmjerene te poznatih vrijednosti nacrtan je fazorski dijagram preko čijeg se kuta može zaključiti o karakteru strujnog kruga, odnosno iščita se da je strujni krug induktivnog karaktera.

LITERATURA

- [1] Zdenko Godec i Dražen Dorić, Osnove mjerjenja – laboratorijske vježbe, Elektrotehnički fakultet Osijek, Osijek, 2007.
- [2] Tehnološki fakultet Novi Sad, Radovan Omorjan – nastavni materijal, pristup: 26.6.2017.
http://www.tf.uns.ac.rs/~omorr/radovan_omorjan_003_mpi/Matematicki%20model.pdf
- [3] Tehnički fakultet Rijeka, Određivanje netočnosti mjerjenja – laboratorijska vježba, pristup: 26.6.2017.
http://www.riteh.uniri.hr/zav_katd_sluz/zvd_teh_term_energ/nas/laboratorijske_vjezbe_%2007/1_netocnosti.pdf
- [4] Damir Ilić, Roman Malarić, Uvod u mjeriteljstvo, 2016., prisutp: 28.6.2017.
https://www.fer.unizg.hr/_download/repository/UUM-tema-4-16.pdf
- [5] Damir Ilić, Teorija mjerjenja, 2016., pristup: 28.6.2017.
https://www.fer.unizg.hr/_download/repository/TM-tema-5-16.pdf
- [6] Željko Hederić, Marinko Barukčić i Dubravka Špiranović-Kanižaj, Osnove elektrotehnike 2 – priručnik za laboratorijske vježbe, Elektrotehnički fakultet Osijek, Osijek, 2015.

Popis slika

Slika 2.1. Utjecaj broja mjerena na standardno odstupanje

Slika 2.2. Pravokutna razdioba

Slika 2.3. Tri neizolirane žice (1 – aluminij, 2 – mjed, 3 – čelik)

Slika 2.4. Mikrometarski vijak i mjerna traka

Slika 2.5. Thomsonov most

Slika 2.6. Mjerenje promjera žice mikrometarskim vijkom

Slika 2.7. Spajanje stezaljki Thomsonovog mosta te mjerenje otpora

Slika 2.8. Mjerenje duljine vodiča između naponskih stezaljki Thomsonovog mosta

Slika 2.9. Blok kondenzator

Slika 2.10. RLC metar

Slika 3.1. Mjerenje otpora i induktiviteta svitka RLC metrom

Slika 3.2. Shema spoja za izvođenje pokusa

Slika 3.3. Prikaz spojenog strujnog kruga

Slika 3.4. Fazorski dijagram napona i struje

Slika 3.5. Prikaz impedancije u kompleksnoj ravnini

SAŽETAK

Završnim radom prikazan je izravan i neizravan postupak mjerjenja iz kojih je računata mjerna nesigurnost. Prikazani su detaljni postupci rješavanja među kojima je mjerna nesigurnost tipa A, mjerna nesigurnost tipa B, ukupna mjerna nesigurnost, iskaz rezultata na S i N razini, računanje graničnih pogrešaka instrumenata itd.

Ključne riječi: mjerna nesigurnost tipa A, mjerna nesigurnost tipa B, ukupna mjerna nesigurnost, matematički model, granične pogreške instrumenta, iskaz mjernog rezultata

ABSTRACT

In the final thesis, direct and indirect measurement model is shown from which measurement uncertainty can be evaluated. Detailed resolution process is presented including evaluation of Type A and Type B uncertainty, total uncertainty, statement of results at medium and low levels, calculation of instrument's limit error etc.

Key words: Type A uncertainty, Type B uncertainty, total uncertainty, mathematical model, limit error of the instrument, statement of results

ŽIVOTOPIS

BERNARD TOMAŠEVIĆ,

Rođen je 31. prosinca 1995. godine u Vinkovcima. Pohađao osnovnu školu Vladimir Nazor u Vinkovcima koju je završio 2010. godine. Te godine upisuje srednju Tehničku školu Ruđer Bošković također u Vinkovcima, smjer elektrotehnika, a završava ju 2014. godine. Tijekom srednjoškolskog obrazovanja sudjeluje na županijskom natjecanju iz Osnova elektrotehnike, te na proljetnoj školi fizike.

Nakon završetka srednjoškolskog obrazovanja, 2014. godine upisuje Elektrotehnički fakultet u Osijeku gdje trenutno završava preddiplomski studij elektrotehnike, smjer elektroenergetika.

Materinji jezik mu je hrvatski, a od stranih jezika govori engleski.

Informatički pismen, služi se Microsoft Office paketom.

PRILOZI

Prilog 1: LV4: Neizravna (posredna) mjerena

LV4: Neizravna (posredna) mjerena

1.1. Uvod u izračun složene mjerne nesigurnosti

Mjerenja se mogu podijeliti na izravna i neizravna, razlika će biti objašnjena na primjeru mjerena otpora. Kod izravnih mjerena, merna nesigurnost se određuje na temelju graničnih pogrešaka mjernih uređaja na kojim se fizikalna veličina izravno očita, npr. pri izravnom mjerenu otpora ohmmetrom. Dok se kod neizravnih mjerena takva metoda ne može primijeniti jer u postupku mjerena sudjeluje više instrumenata koji vrlo često mjeru različite fizikalne veličine pa se postavlja pitanje kako od mjernih nesigurnosti različitih veličina dobiti mernu nesigurnost veličine koja nije izravno mjerena, npr. pri mjerenu otpora U-I metodom. Pri svakom neizravnom mjerenu javlja se matematički model koji povezuje vrijednost posredno mjerene veličine (otpora) s izravno mjerenim veličinama (napon i struja). Dakle, pri posrednim se mjerjenjima mjerena (izlazna) veličina y često određuje iz N ulaznih međusobno nezavisnih veličina x_1, x_2, \dots, x_N , koje su funkcionalno povezane matematičkim modelom:

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (1-1)$$

Pretpostavlja se da je svaka ulazna veličina ispravljana za iznos poznatih sistematskih pogrešaka. Ulazne veličine mogu biti i utjecajne veličine. Utjecajne veličine su veličine koje nisu predmet mjerena, ali utječu na merni rezultat (npr. temperatura, vlaga, ...). Složena (apsolutna) nesigurnost mernog rezultata y procjenjuje se tada izrazom:

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} u_a(x_i) \right]^2} \quad (1-2)$$

Gdje se parcijalna derivacija $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ naziva koeficijent utjecajnosti (osjetljivosti), a $u_a(x_i)$ su (apsolutne) nesigurnosti ulaznih veličina x_i .

Bitno je naglasiti kako izraz za mernu nesigurnost (2-2) vrijedi ako su ulazne veličine nezavisne. U rijetkim slučajevima, kada neke od ulaznih veličina međusobno koreliraju, treba odrediti njihovu kovarijancu i primijeniti zakon širenja (2-3). Ovisno o vrsti (predznaku) korelacije i predznacima parcijalnih derivacija merna nesigurnost rezultata mjerena može biti ili veća ili manja u odnosu na nesigurnost prama izrazu (2-2).

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} u_a(x_i) \right]^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} u_a(x_i, x_j)} \quad (1-3)$$

Gdje su $u_a(x_i, x_j)$ procjene kovarijance pripadnih varijabli x_i i x_j .

Kovarijanca dvaju slučajnih varijabli je mjera njihove međusobne ovisnosti. Ona se određuje eksperimentalno, ili temeljem raspoloživih informacija o njihovoj korelaciji.

Primjer 1. Masa tijela m izmjerena je nul-metodom (polužnom vagom) s pomoću dva utega $m_1 = (1,0000 \pm 0,0050)$ kg i $m_2 = (0,5000 \pm 0,0040)$ kg. Mjerna nesigurnost izmjerene mase, uz zanemarenje nesigurnosti određivanja ravnotežnog položaja vase iznosi:

$$u(m) = \sqrt{0,0050^2 + 0,0040^2} = 0,0064 \text{ kg}$$

Ako matematički model sadrži samo množenje, dijeljenje, odnosno potenciranje međusobno nezavisnih ulaznih veličina, $y = F(x_1, x_2, \dots, x_N) = cx_1^{e_1}x_2^{e_2} \dots x_N^{e_N}$, prikladnije je računati s relativnim ili postotnim nesigurnostima:

$$u_{\%}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{x_i}{F} u_{\%}(x_i) \right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N [e_i \cdot u_{\%}(x_i)]^2}$$

Primjer 2. Pri mjerenu snage ampermrom ($P = I^2 R$) na otporniku poznata otpora $R = (1,0000 \pm 0,0040)$ Ω izmjerena je struja $I = (10,000 \pm 0,050)$ A. Nesigurnost izmjerene snage je:

$$u_{\%}(P) = \sqrt{[2u_{\%}(I)]^2 + [u_{\%}(R)]^2} = 1,1\%$$

1.2. Zadaci za pripremu

- 1) Što je matematički model mjerena i kako se prema njemu računa složena mjerna nesigurnost?
- 2) Koji se tip nesigurnosti može smanjiti ponavljanjem mjerena?
- 3) Koliko je standardno odstupanje pravokutne razdiobe, tj. kako se računa B tip mjerne nesigurnosti iz apsolutne granične pogreske?
- 4) Što su utjecajne veličine?
- 5) Specifična otpornost materijala (žice) zadana je izrazom:

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l}$$

Odredite mjernu nesigurnost specifične otpornosti ρ ako su dani sljedeći podatci na S razini: otpor $R=(21,33 \pm 0,21) [m\Omega]$, promjer $d=(1,382 \pm 0,010) [mm]$ i duljina $l=(80,00 \pm 0,10) [cm]$. Iskažite rezultat na S i N razini.

- 6) Na raspolaganju imamo dva kondenzatora $C_1 = 100 \text{ nF}$ i $C_2 = 470 \text{ nF}$ s tolerancijom (graničnom pogreškom) od $\pm 10\%$. Potrebno je procijeniti mjernu nesigurnost nadomjesnog kapaciteta spajanjem navedena dva kondenzatora:
- c) serijski
 - d) paralelno

Iskažite rezultat na S i N razini.

1.3. Rad na vježbi

1.3.1. Mjerenje specifične otpornosti žice

1.3.1.1. Opis zadatka

Cilj je izračunati specifičnu otpornost ρ danih žica te iskazati mjerni rezultat na S i N razini. Izmjeriti dimenzije žice i izmjeriti otpor Thomsonovim mostom. Pogledati zadatak br. 5 iz pripreme.

1.3.1.2. Popis opreme

Tri neizolirane žice, pomicno mjerilo ili mikrometarski vijak, mjerna traka, Thomsonov most, istosmjerni izvor napajanja i spojni vodiči.

1.3.1.3. Postupak (prije početka rada obavezno pročitati sve točke postupka i zatim postupiti prema njima!)

- 1) Izmjeriti promjer žice pomicnim mjerilom ili mikrometarskim vijkom. Mjeriti promjer na više mesta duž vodiča.
- 2) Spojiti stezaljke Thomsonovog mosta i izmjeriti otpor 5 puta bez pomicanja stezaljki.
- 3) Izmjeriti duljinu vodiča između „unutrašnjih“ (naponskih) stezaljki Thomsonovog mosta.
- 4) PRIJE UKLJUČIVANJA U STRUJNI KRUG POZVATI DEMONSTRATORA ILI NASTAVNIKA!

Tablica 1.1. Mjerenje specifične otpornosti žice

| Br | Materijal | $l [m]$ | $u_A(\bar{l}) [m]$ | $u_B(\bar{l}) [m]$ | $d [mm]$ | $u_A(\bar{d}) [mm]$ | $u_B(\bar{d}) [mm]$ | $R [m\Omega]$ | $u_A(\bar{R}) [m\Omega]$ | $u_B(\bar{R}) [m\Omega]$ | $\rho [\Omega mm^2/m]$ |
|----|-----------|---------------|--------------------|--------------------|-------------------|---------------------|------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------------|
| 1 | X | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | |
| X | | $\bar{l} [m]$ | $u(\bar{l}) [m]$ | $\bar{d} [mm]$ | $u(\bar{d}) [mm]$ | $\bar{R} [m\Omega]$ | $u(\bar{R}) [m\Omega]$ | $u(\rho) [\Omega mm^2/m]$ | | | |
| X | | | | | | | | | | | |
| 1 | X | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | |
| X | | $\bar{l} [m]$ | $u(\bar{l}) [m]$ | $\bar{d} [mm]$ | $u(\bar{d}) [mm]$ | $\bar{R} [m\Omega]$ | $u(\bar{R}) [m\Omega]$ | $u(\rho) [\Omega mm^2/m]$ | | | |
| X | | | | | | | | | | | |
| 1 | X | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | |
| X | | $\bar{l} [m]$ | $u(\bar{l}) [m]$ | $\bar{d} [mm]$ | $u(\bar{d}) [mm]$ | $\bar{R} [m\Omega]$ | $u(\bar{R}) [m\Omega]$ | $u(\rho) [\Omega mm^2/m]$ | | | |
| X | | | | | | | | | | | |

Tablica 1.2. Iskaz rezultata mjerenja na S i N razini

| Materijal | S razina $\rho [\Omega mm^2/m]$ | L | N razina $\rho [\Omega mm^2/m]$ |
|-----------|---------------------------------|---|---------------------------------|
| | | | |
| | | | |
| | | | |

1.3.2. Serijski/paralelni spoj kondenzatora

1.3.2.1. Opis zadatka

Izmjeriti kapacitet dva kondenzatora (po jedno mjerjenje, odnosno potrebno je uvažiti samo nesigurnost B tipa), te na temelju graničnih pogrešaka mjernog uređaja procijeniti mjernu nesigurnost pojedinog kondenzatora. Nakon toga kondenzatore spojiti serijski, a zatim i paralelno te ponovno izvršiti mjerjenja i procijeniti mjernu nesigurnost ukupnog kapaciteta na temelju graničnih pogrešaka mjernog uređaja, a ne tolerancijom samog kondenzatora (vidi zadatak br. 6. iz pripreme). Usporediti mjerne nesigurnosti te iskazati rezultate mjerjenja na S i N razini.

1.3.2.2. Popis opreme

Dva (blok) kondenzatora, RLC metar.

1.3.2.3. Postupak

- 1) Izmjeriti kapacitet dva kondenzatora RLC metrom.
- 2) Spojiti kondenzatore serijski, a zatim paralelno te ponovno izvršiti mjerjenja.
- 3) PRIJE UKLJUČIVANJA U STRUJNI KRUG POZVATI DEMONSTRATORA ILI NASTAVNIKA!

Tablica 1.3. Mjerjenje kapaciteta

| Kapacitet C [nF] (očekivano) | Kapacitet C [nF] (mjereno) | Serijski spoj (izravno) | Serijski spoj (računski) | Paralelni spoj (izravno) | Paralelni spoj (računski) |
|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| | | | | | |
| | | | | | |

Tablica 1.4. Granična pogreška i mjerna nesigurnost pojedinog mjerjenja kapaciteta

| Granične pogreške mjernog uređaja | Mjerna nesigurnost kapaciteta $u(C)$ [nF] |
|-----------------------------------|---|
| | |
| | |

Tablica 1.5. Mjerna nesigurnost serijsko/paralelne kombinacije te iskaz rezultata na S i N razini

| Spoj | S razina [nF] | | N razina [nF] | | Mjerna nesigurnost [nF] | |
|-----------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|
| | Izravno mjerjenje | Neizravno mjerjenje | Izravno mjerjenje | Neizravno mjerjenje | Izravno mjerjenje | Neizravno mjerjenje |
| Serijski | | | | | | |
| Paralelno | | | | | | |

3.4. Zadaci za izvještaj

- 1) Što je obuhvatni faktor?
- 2) Kako se nazivaju parcijalne derivacije u izrazu (2-2) za složenu mjernu nesigurnost?
- 3) Pod kojom pretpostavkom je opravdano koristiti izraz (2-2) pri izračunu složene mjerne nesigurnosti?
- 4) Kako korelacija mjerenih varijabli može utjecati na mjernu nesigurnost?
- 5) Ako se usporede mjerne nesigurnosti iz tablice 2.6. za pojedine spojeve, pri kojem je tipu mjerjenja veća mjerna nesigurnost?