

# Upravljanje helikopterom

---

Križanac, Karla

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:200:566766>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-18**

*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**  
**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I**  
**INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA**

**Sveučilišni studij računarstva**

**UPRAVLJANJE HELIKOPTEROM**

**ZAVRŠNI RAD**

**KARLA KRIŽANAC**

**OSIJEK, 2020.**

**FERIT**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA  
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK

Obrazac Z1P - Obrazac za ocjenu završnog rada na preddiplomskom sveučilišnom studiju

Osijek, 22.09.2020.

Odboru za završne i diplomske ispite

**Prijedlog ocjene završnog rada na  
preddiplomskom sveučilišnom studiju**

Ime i prezime studenta:	Karla Križanac
Studij, smjer:	Preddiplomski sveučilišni studij Računarstvo
Mat. br. studenta, godina upisa:	R4082, 11.10.2019.
OIB studenta:	55861400585
Mentor:	Prof.dr.sc. Robert Cupec
Sumentor:	
Sumentor iz tvrtke:	
Naslov završnog rada:	Upravljanje helikopterom
Znanstvena grana rada:	<b>Automatika (zn. polje temeljne tehničke znanosti)</b>
Predložena ocjena završnog rada:	Izvrstan (5)
Kratko obrazloženje ocjene prema Kriterijima za ocjenjivanje završnih i diplomskih radova:	Primjena znanja stečenih na fakultetu: 3 bod/boda Postignuti rezultati u odnosu na složenost zadatka: 2 bod/boda Jasnoća pismenog izražavanja: 3 bod/boda Razina samostalnosti: 2 razina
Datum prijedloga ocjene mentora:	22.09.2020.
Datum potvrde ocjene Odbora:	23.09.2020.
Potpis mentora za predaju konačne verzije rada u Studentsku službu pri završetku studija:	Potpis:
	Datum:

**FERIT**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA  
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK**IZJAVA O ORIGINALNOSTI RADA**

Osijek, 23.09.2020.

**Ime i prezime studenta:**

Karla Križanac

**Studij:**

Preddiplomski sveučilišni studij Računarstvo

**Mat. br. studenta, godina upisa:**

R4082, 11.10.2019.

**Turnitin podudaranje [%]:**

20

Ovom izjavom izjavljujem da je rad pod nazivom: **Upravljanje helikopterom**

izrađen pod vodstvom mentora Prof.dr.sc. Robert Cupec

i sumentora

moj vlastiti rad i prema mom najboljem znanju ne sadrži prethodno objavljene ili neobjavljene pisane materijale drugih osoba, osim onih koji su izričito priznati navođenjem literature i drugih izvora informacija.

Izjavljujem da je intelektualni sadržaj navedenog rada proizvod mog vlastitog rada, osim u onom dijelu za koji mi je bila potrebna pomoć mentora, sumentora i drugih osoba, a što je izričito navedeno u radu.

Potpis studenta:

# Sadržaj

<b>1. UVOD</b> .....	<b>1</b>
1.1. Zadatak završnog rada .....	1
<b>2. OSNOVE LETA HELIKOPTERA</b> .....	<b>2</b>
2.1. Povijesni razvoj helikoptera .....	2
2.2. Princip rada helikoptera.....	3
2.2.1. Lebdenje .....	4
2.2.2. Vertikalni let .....	4
2.2.3. Let naprijed.....	4
2.2.4. Let unatrag.....	4
2.2.5. Let u stranu.....	5
2.3. Osnovni modeli helikoptera.....	7
2.4. Standardni model helikoptera.....	8
<b>3. DINAMIČKI SUSTAV HELIKOPTERA</b> .....	<b>10</b>
3.1- 3 DOF UH-60 BlackHawk model .....	10
3.1.1. Vertikalna dinamika .....	11
3.1.2. Longitudinalna dinamika .....	11
3.1.3. Upravljanje letom.....	12
<b>4. SINTEZA REGULATORA</b> .....	<b>15</b>
4.1. Vrste regulatora.....	15
4.1.1. P-regulator .....	15
4.1.2. PD- regulator .....	15
4.1.3. PID-regulator .....	15
4.2. Upravljanje visinom .....	16
4.2.1. Upravljanje visinom pomoću P-regulatora.....	16
4.2.2. Upravljanje visinom pomoću PD-regulatora .....	17
4.3. Upravljanje nagibom .....	19
4.3.1. Upravljanje nagibom pomoću P-regulatora .....	20
4.3.2. Upravljanje nagibom pomoću PD-regulatora .....	22
4.3.3. Upravljanje nagibom pomoću PID-regulatora .....	24
4.4. Upravljanje brzinom.....	26
4.4.1. Upravljanje brzinom pomoću P-regulatora.....	26
4.4.2. Upravljanje brzinom pomoću PD-regulatora.....	28
4.4.3. Upravljanje brzinom pomoću PID-regulatora .....	29
<b>5. SINTEZA REGULATORA POSTAVLJANJEM POLOVA</b> .....	<b>32</b>
<b>6. ZAKLJUČAK</b> .....	<b>40</b>
<b>LITERATURA</b> .....	<b>41</b>
<b>SAŽETAK</b> .....	<b>42</b>
<b>ŽIVOTOPIS</b> .....	<b>44</b>
<b>PRILOG</b> .....	<b>45</b>

# 1. UVOD

Helikopter je zrakoplov koji je teži od zraka te može vertikalno uzlijetati i slijetati, lebdjeti i gibati se zrakom u svim smjerovima pomoću horizontalno položenog propelera, to jest glavni rotor. Glavni rotor se sastoji od aerodinamičkih krila odnosno lopatica. Horizontalnim okretanjem rotora, to jest krila, razvija se vertikalna uzgonska sila. Ovisno o njezinoj veličini, helikopter miruje u zraku ili se giba nagore ili nadolje. Naginjanjem rotora pojavljuje se i horizontalna potisna sila, što omogućuje upravljanje helikopterom i njegovo pokretanje u horizontalnom smjeru. Za postizanje horizontalnog leta helikoptera (naprijed, bočno i nazad) i vertikalnog kretanja (lebdenje i uspinjanje) zaslužen je zakretanje rotorskih lopatica oko njihove uzdužne osi, to jest, mijenjanjem njihova napadnoga kuta[1]. Kroz ovaj rad, projektiran je sustav upravljanja visinom, brzinom i nagibom helikoptera pomoću P, PD i PID regulatora. U drugome je poglavlju opisan princip rada helikoptera kao i moguće vrste helikoptera s obzirom prema principu leta. U trećem poglavlju je opisan matematički model helikoptera i zakoni upravljanja za helikopterski sustav. U četvrtom je poglavlju izvršena analiza stabilnosti sustava kroz grafoanalitičke i analitičke metode stabilnosti i odzivi istih na skokovitu pobudu. Obrađen je postupak sinteze regulatora uz pomoć krivulje mjesta korijena te analiziraju se odzivi modela procesa izrađenih u *MATLAB* programu upravljanih pomoću P, PD i PID regulatora te je u posljednjem poglavlju naveden zaključak na temelju dobivenih rezultata.

## 1.1. Zadatak završnog rada

Zadatak završnog rada je provesti analizu i sintezu sustava upravljanja visinom, nagibom i brzinom helikoptera. Zadatak uključuje izradu simulacija te ispitivanje razvijenog sustava upravljanja u *MATLAB*-u.



Kroz povijest zabilježeno je mnogo različitih konstrukcija nalik helikopteru koju su imali malu visinu i kratkotrajno vrijeme leta te su bili veoma zahtjevni za upravljanje. Godine 1909. i 1910., ruski inženjer Ivan Sikorsky izradio je prve modele helikoptera, ali s premalom snagom za uzlet. Shvatio je da motori, iskustva ni financijska sredstva nisu dovoljna za razvoj helikoptera. Iako Sikorsky nije uspio izgraditi helikopter, no razvio je avion u čemu je postao veoma uspješan. Godine 1939. izradio je prvi uspješni model helikoptera, VS-300, prikazan na slici 2.4., helikopter je imao primjenu u industriji i u zračnom prijevozu [2].



**Slika 2.4.** Sikorsky-jev VS-300 model helikoptera [6]

## 2.2. Princip rada helikoptera

Helikopter i avion, općenito gledajući, lete prema istim aerodinamičkim zakonima. Helikopter od aviona se razlikuje po tome što se njegova uzgonska tzv. krila (krakovi rotora) kreću odnosno rotiraju se neovisno o kretanju same letjelice. U vertikalnom letu na helikopter djeluje vučna ili potisna sila ( $F_v$ ) i težina ( $G$ ), dok se tijekom horizontalnog leta javlja se sila otpora trupa helikoptera ( $F_o$ ) te se potisna sila razdvaja na dvije komponente, silu uzgona ( $F_L$ ) i propulzivnu silu ( $F_P$ ). Propulzivna sila je jednaka sili otpora, ali su suprotnog orijentacijskog smjera. Isto tako, sila uzgona je jednaka težini, ali također suprotnog smjera. U bilo kojem obliku leta (vertikalni let, lebdenje, let naprijed, let unatrag ili u stranu), potisna sila rotora okomita je na ravninu rotiranja rotora. Ravnina rotiranja rotora je zamišljena kružna ravna površina koja je omeđena putanjom vrhova lopatica [2].



### 2.2.1. Lebdenje

Prilikom lebdenja, ako u uvjetima pretpostavimo da nema vjetra, ravnina rotiranja lopatica je horizontalna, odnosno paralelna s tlom. Potisna sila ( $F_v$ ) po iznosu je jednaka težini ( $G$ ), ali suprotnog smjera, kao što je prikazano na slici 2.5. [2].

$$\vec{G} = -\vec{F}_v \quad (2-1)$$

### 2.2.2. Vertikalni let

Tijekom vertikalnog leta, ako u uvjetima promatramo da nema vjetra, potisna sila ( $F_v$ ) djeluje vertikalno prema gore. Težina djeluje vertikalno prema dolje. Ako je potisna sila veća od težine, helikopter se vertikalno diže, te ako je potisna sila manja od težine, helikopter se vertikalno spušta, kao što je prikazano na slici 2.5. [2].

### 2.2.3. Let naprijed

Za let helikoptera prema naprijed, potisna sila ( $F_v$ ), odnosno potisna ravnina rotiranja lopatica mora biti nagnuta prema naprijed te nije vertikalna. Ona se rastavlja na dvije komponente: uzgon ( $F_L$ ) koji djeluje vertikalno prema gore, te propulzivna sila ( $F_P$ ) koja djeluje horizontalno u smjeru leta. Uz obje sile također djeluje i težina ( $G$ ), koja djeluje vertikalno prema dolje, prikazano na slici 2.6. [2].

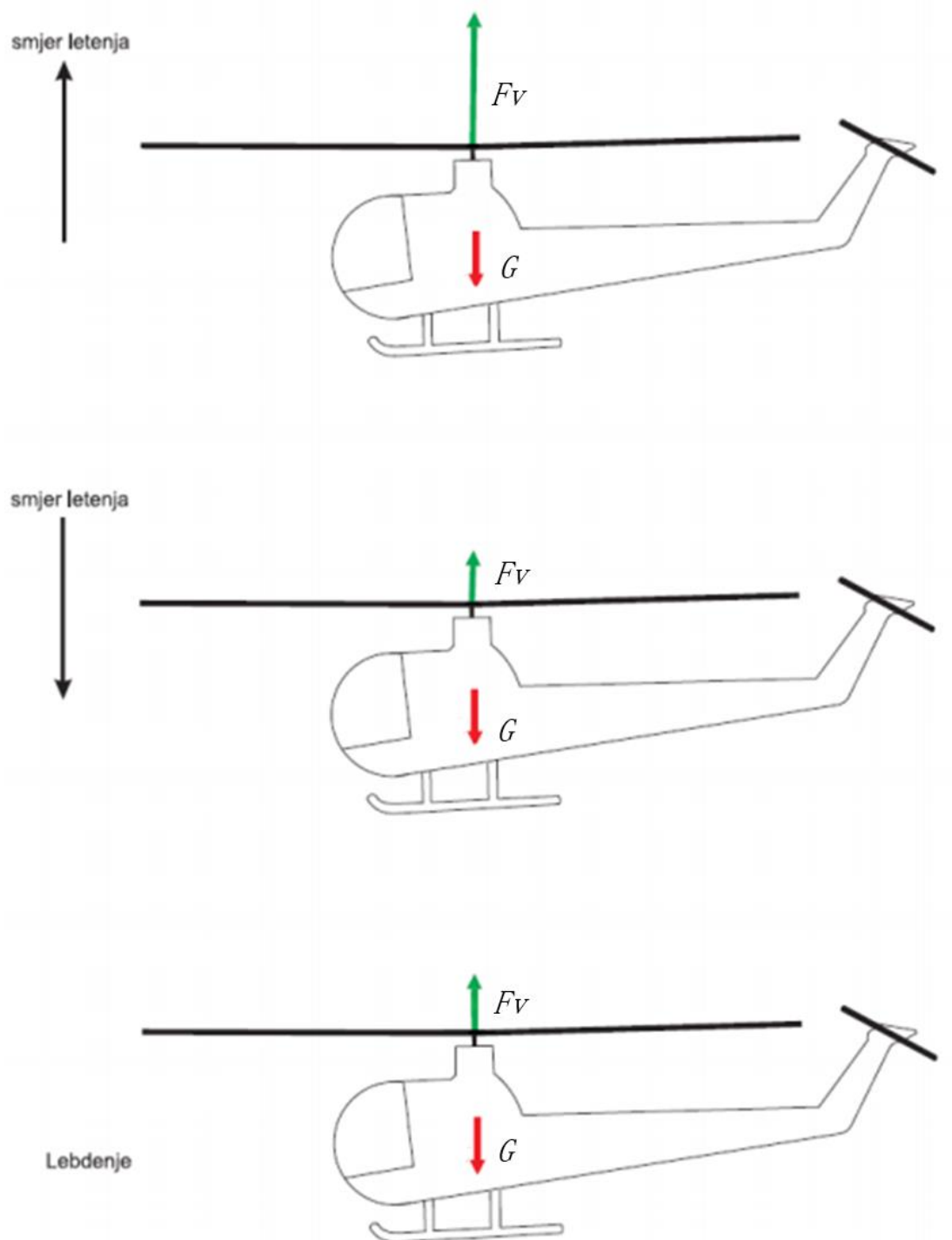
U horizontalnom ravnotežnom letu (pravocrtni let unaprijed pri konstantnoj visini), sila uzgona ( $F_L$ ) je jednaka težini, a propulzivna sila ( $F_P$ ) je jednaka sili otpora ( $F_o$ ). Ako uzgon postane veći od težine, helikopter se podiže u zrak, a spušta se ako postane manji. Helikopter će ubrzati ako je propulzivna sila veća od sile otpora, no usporava ako postane manja od sile otpora [2].

### 2.2.4. Let unatrag

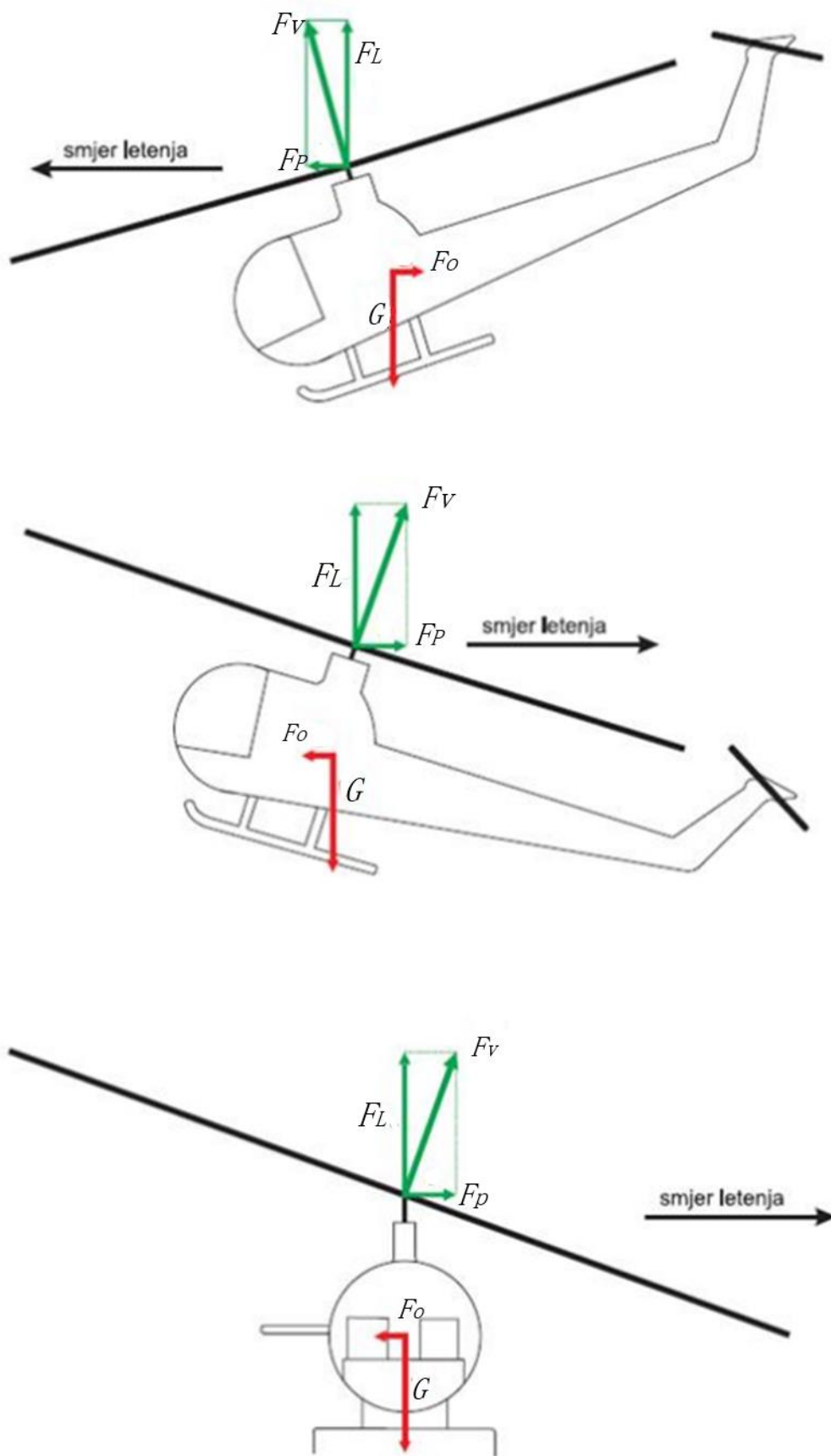
Tijekom leta unatrag, ravnina rotiranja vrhova lopatica i potisna sila ( $F_v$ ) trebaju biti zakrenuti prema natrag. Propulzivna sila ( $F_P$ ) djeluje horizontalno prema nazad, a otpor horizontalno prema naprijed. Težina helikoptera djeluje vertikalno prema dolje, a sila uzgona ( $F_L$ ) djeluje vertikalno prema gore, što prikazuje na slika 2.6. [2].

### 2.2.5. Let u stranu

Tijekom leta helikoptera u stranu, potisna sila ( $F_V$ ) i ravnina rotiranja vrhova lopatica su zakrenuti u stranu, odnosno u smjeru kretanja helikoptera. U slučaju leta u stranu, uzgon i dalje djeluje vertikalno prema gore, a težina vertikalno prema dolje. No, propulzivna sila ( $F_P$ ) djeluje u bok helikoptera i suprotstavlja se suprotno usmjerenom otporu, što ilustrira slika 2.6. [2].



**Slika 2.5.** Sile koje djeluju na helikopter tijekom vertikalnog leta i lebdenja [2]



**Slika 2.6.** Sile koje djeluju na helikopter tijekom leta unaprijed, unazad i u stranu [2]

### 2.3. Osnovni modeli helikoptera

Modeli helikoptera prema principu leta mogu se podijeliti u tri kategorije: tandem, koaksijalni i standardni helikopter.

Tandem se sastoji od dva sklopa rotora postavljena jedan ispred drugoga, usmjereni prema gore, od kojih je stražnji malo izdignutiji u odnosu na prednji, te se rotira u suprotnom smjeru od prednjeg. Tandemski helikopteri koriste rotirajući rotor, pri čemu se poništava zakretni moment drugog. Odnosno, zakretanje helikoptera dobiva se razlikom momenata prednjeg i stražnjeg rotora, a bočno gibanje se dobiva nagibom oba motora u istom smjeru. Ostala gibanja tandem se dobivaju ostalim kombinacijama promjene nagiba stražnjeg i prednjeg rotora. Tandemski helikopteri zahtijevaju manje snage da lebde te mogu podnijeti veliku nosivost stoga služe za transport, a primjer helikoptera se nalazi na slici.2.7. [4].



**Slika 2.7.** Tandem helikopter [7]

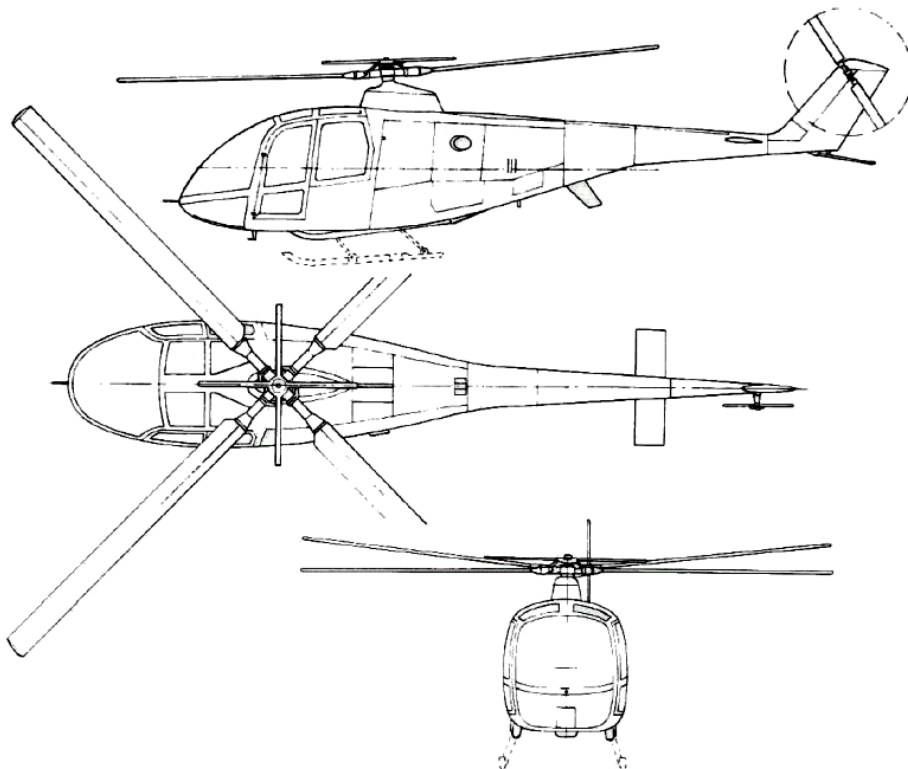
Koaksijalni modeli helikoptera su jednostavniji za izvedbu i upravljanje. Oba rotora helikoptera montirani su jedan nad drugim na koncentričnim osovina, s istom osi rotacije, ali okrećući se u suprotnim smjerovima, slika 2.8. [4].



**Slika 2.8.** Koaksijalni helikopter [8]

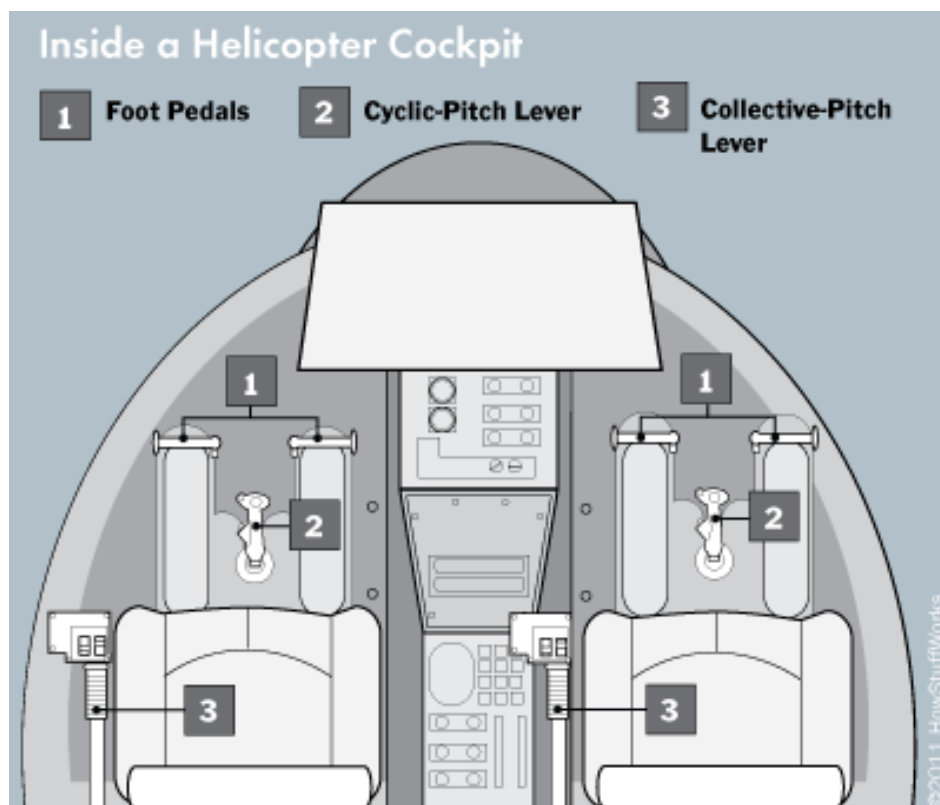
## **2.4. Standardni model helikoptera**

Standardni model helikoptera ima glavni rotor iznad kabine i jedan manji, tzv. repni rotor. Glavni rotor služi za gibanje u prostoru dok repni služi za usmjeravanje nosa helikoptera te stabilizaciju prilikom leta, što se vidi na slici 2.9. [4].



**Slika 2.9.** Standardni model helikoptera [9]

Pilot upravlja helikopterom pomoću dvije palice, kolektivne i ciklične te pomoću nožnih pedala (eng. *foot pedals*). Preko kolektivne palice (eng. *collective-pitch lever*) podešava se kolektivni kut, odnosno podešava se kut napada lopatica glavnog rotora koji ostaje konstantan duž cijelog azimuta, dok pomoću ciklične palice (eng. *cyclic-pitch lever*), kružnim pomicanjem mijenja se kut napada glavne elise u lateralnom i longitudinalnom smjeru. Nožnim pedalima mijenja se kolektivni kut napada repnog rotora, što prikazuje slika 2.10. Promjenom kuta napada glavnog rotora dolazi do promjene potiska glavnog rotora, a longitudinalnim i lateralnim promjenama kuta napada mijenja se smjer potiska glavnog rotora. Ovakvi modeli opremljeni su sustavom za stabilizaciju položaja repa tako da se nožnim pedalima povećava kolektivni kut napada repnog rotora, a s time se i mijenja iznos potiska repnog rotora. Nagibom glavnog rotora, helikopter mijenja prostorni položaj, a za puni opis položaja helikoptera potrebno je znati ne samo orijentaciju već i prostorne koordinate [4].

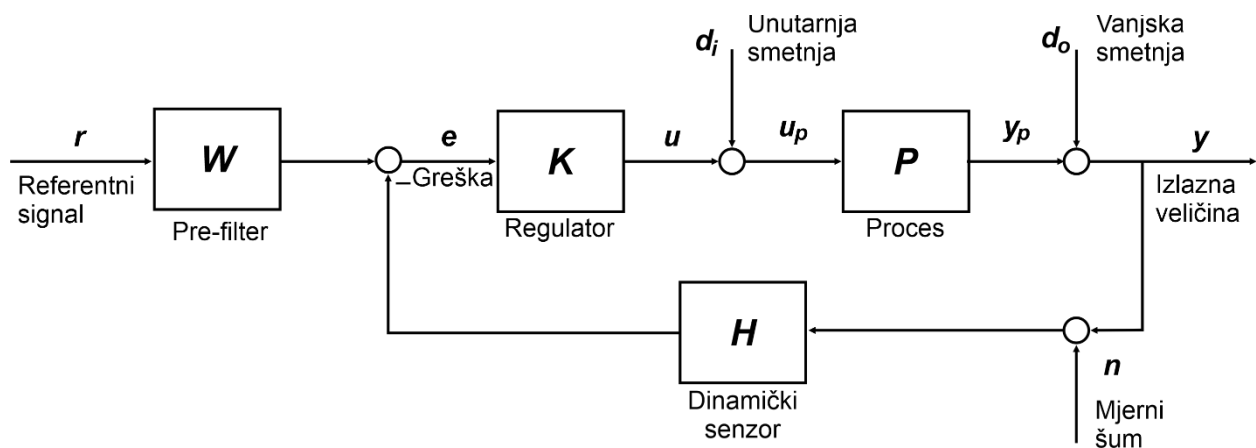


**Slika 2.10.** Unutrašnji prikaz helikoptera [10]

### 3. DINAMIČKI SUSTAV HELIKOPTERA

U ovome poglavlju bit će izveden model standardnog helikoptera. Sve izvedbe u radu su rađene prema helikopteru UH- 60 Black Hawk [3]. Poglavlje opisuje matematički model i zakone upravljanja za helikopterske sustave. Prikazan je matematički model te će se pomoću njega ispitati razvijeni sustav upravljanja helikopterom.

Poglavlje opisuje matematički model koji je prikazan slikom 3.1. i zakone upravljanja sustava koji se opisuju kroz cijeli rad. Svi sustavi se temelje na strukturi povratnih veza. Na slici 3.1. nalazi se blokovska shema model standardnog helikoptera. Sastoji se od prefiltera  $W$ , dinamičkog senzora  $H$ , regulator  $K$  i proces  $P$  koji predstavlja prijenosne funkcije od visine, brzine ili nagiba. Malo slovo  $r$  predstavlja podešeni signal,  $e$  predstavlja odstupanje referentne (podešene) veličine i izmjerene izlazne veličine,  $u$  predstavlja upravljački signal,  $d_i$  predstavlja vanjsku smetnju upravljačkoga signala,  $d_o$  je unutarnja smetnja upravljačkoga signala,  $y$  je izlazna veličina i  $n$  je mjerni šum.



Slika 3.1. Prikaz matematičkog model s povratnom vezom i prefilterom

#### 3.1- 3 DOF UH-60 BlackHawk model

Kod lebdenja Black Hawk-a longitudinalna i vertikalna dinamika su u osnovi razdvojene jedna od druge što omogućuje razmatranje sustava s jednim ulazom i jednim izlazom. U tablici 3.1. nalazi se popis aerodinamičkih i kontrolnih koeficijenata za helikopter Black Hawk u blizini lebdenja. Koriste se za definiranje vertikalne i longitudinalne dinamike [3].

### 3.1.1. Vertikalna dinamika

Vertikalna dinamika helikoptera u blizini lebdenja se opisuje linearnom diferencijalnom jednažbom drugog reda koja uključuje vertikalnu visinu  $z$  [ft] i kolektivnu visinsku kontrolu  $\theta_c$  [deg]. Ovisi o visini i nagibu [3].

Prijenosna funkcija ima oblik:

$$\frac{z}{\theta_c} = \frac{Z_{\theta c}}{s \cdot (s + Z_{\omega})} \quad (3-1)$$

gdje je  $z$  vertikalna visina,  $\theta_c$  kontrola nagiba,  $Z_{\theta c}$  kontrolna derivacija,  $Z_{\omega}$  aerodinamička derivacija.

### 3.1.2. Longitudinalna dinamika

Longitudinalna dinamika ovisi o horizontalnoj brzini, nagibu i kontroli cikličkog nagiba. Longitudinalna dinamika u blizini lebdenja opisuje se dvjema linearnim diferencijalnim jednažbama trećeg reda.[3] Prijenosna funkcija uključuje horizontalnu brzinu  $\dot{x}$  [ft / sec] i kut nagiba (otklona) prema naprijed  $\theta$  [deg] te imaju oblike:

$$\frac{\dot{x}}{B_{lc}} = X_{B_{lc}} \left[ \frac{s^2 - M_q \cdot s - \frac{g \cdot M_{B_{lc}}}{X_{B_{lc}}}}{s^3 - (X_u + M_q) \cdot s^2 + M_q \cdot X_u \cdot s + g \cdot M_u} \right] \quad (3-2)$$

$$\frac{\theta}{B_{lc}} = M_{B_{lc}} \left[ \frac{s + \left( \frac{X_{B_{lc}} \cdot M_u}{M_{B_{lc}}} - X_u \right)}{s^3 - (X_u + M_q) \cdot s^2 + M_q \cdot X_u \cdot s + g \cdot M_u} \right] \quad (3-3)$$

gdje je  $\dot{x}$  [ft / deg] horizontalna brzina,  $B_{lc}$  [deg] ciklična regulacija nagiba odnosno ulazna veličina koja upravlja nagibom da se helikopter kreće naprijed/nazad,  $\theta$  [deg] kut nagiba i gdje su  $(X_u, M_u, M_q)$  aerodinamičke derivacije i  $(M_{B_{lc}}, X_{B_{lc}})$  kontrole derivacije, a njihove vrijednosti se nalaze u tablici 3.1.



**Tablica 3.1.** Kontrolni i aerodinamički koeficijenti u blizini lebdenja

$Z_{\theta_c} = 5.95$	[ft / deg sec <sup>2</sup> ]
$Z_w = -0.346$	[sec <sup>-1</sup> ]
$g = 32.283$	[ft sec <sup>-2</sup> ]
$X_u = -0.06$	[ft sec <sup>-2</sup> / sec <sup>-1</sup> ]
$M_q = -3.1$	[deg sec <sup>-2</sup> / deg sec <sup>-1</sup> ]
$X_{Blc} = 0.478$	[ft sec <sup>-2</sup> / deg]
$M_u = 2.3493$	[deg sec <sup>-2</sup> / ft sec <sup>-1</sup> ]
$M_{Blc} = -47.24$	[deg sec <sup>-2</sup> / deg]

Uvrštavanjem vrijednosti iz tablice 3.1. dobivamo prijenosnu funkciju za visinu koja iznosi:

$$\frac{z}{\theta_c} = \frac{340.1}{s \cdot (s - 0.346)} \quad (3-4)$$

Uvrštavanjem vrijednosti iz tablice 3.1. u obje jednadžbe dobivaju se prijenosne funkcije za brzinu i nagib koje iznose:

$$\frac{\dot{x}}{B_{lc}} = \frac{27.4s^2 + 84.94s + 1525}{s^3 + 3.16s^2 + 0.186s + 1.324} \quad (3-5)$$

$$\frac{\theta}{B_{lc}} = \frac{-47.24s - 1.711}{s^3 + 3.16s^2 + 0.186s + 1.324} \quad (3-6)$$

### 3.1.3. Upravljanje letom

#### Regulator visine

Regulator visine opisuje se jednadžbom:

$$\theta_c = k_v (z_c - z) \quad (3-7)$$

gdje  $z_c$  označava zadanu (referentnu) nadmorsku visinu u ft (mjerna jedinica: feet) koja je postavljena veličina,  $z$  predstavlja izmjerenu veličinu, odnosno izmjerenu visinu, a  $k_v \geq 0$  predstavlja parametar upravljačkog sustava koji se još naziva vertikalnom konstantom nadmorske

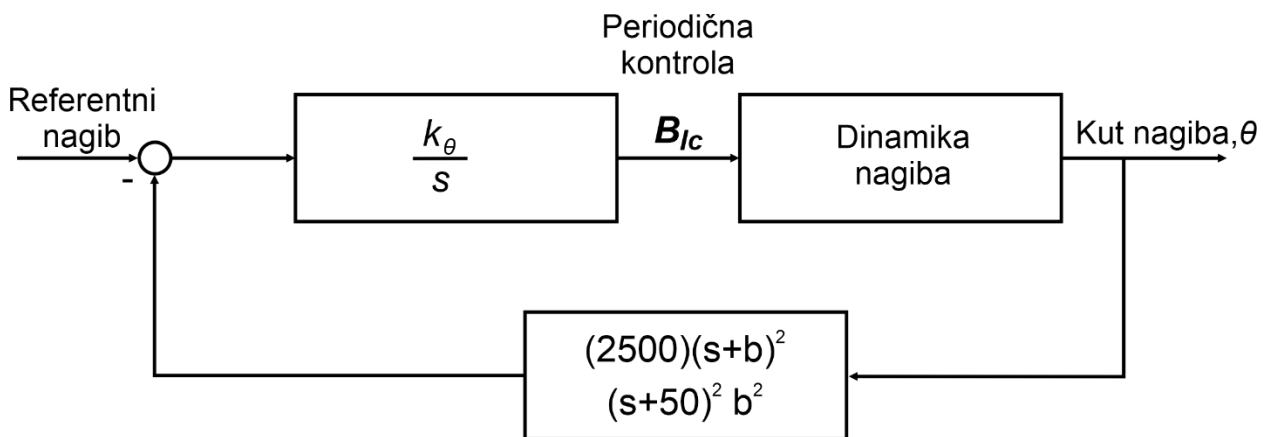
visine. Ovakva struktura kontrole leta koristi se za stabilizaciju vertikalne dinamike otvorenog kruga. [3]

### Regulator nagiba

Regulator okomitog zadržavanja brzine preuzetom iz odgovarajuće literature može se prikazati jednadžbom:

$$B_{lc} = \left[ \frac{k_\theta}{s} \right] \left( \theta_c - \left[ \frac{50^2 (s+b)^2}{(s+50)^2 b^2} \right] \theta \right) \quad (3-8)$$

gdje  $\theta_c$  označava zadani (referentni) nagib (u radijanima),  $\theta$  je mjereni član kuta nagiba,  $k_\theta \leq 0$  je parametar upravljačkog sustva koji se još naziva konstantom pojačanja nagiba. Regulator je dizajniran s vrijednostima  $b = 2$  i  $k_\theta = -1$  te služe za stabilizaciju regulatora [3].



Slika 3.2. Prikaz blokovske sheme regulatora za nagib

### Regulator horizontalnog upravljanja brzinom

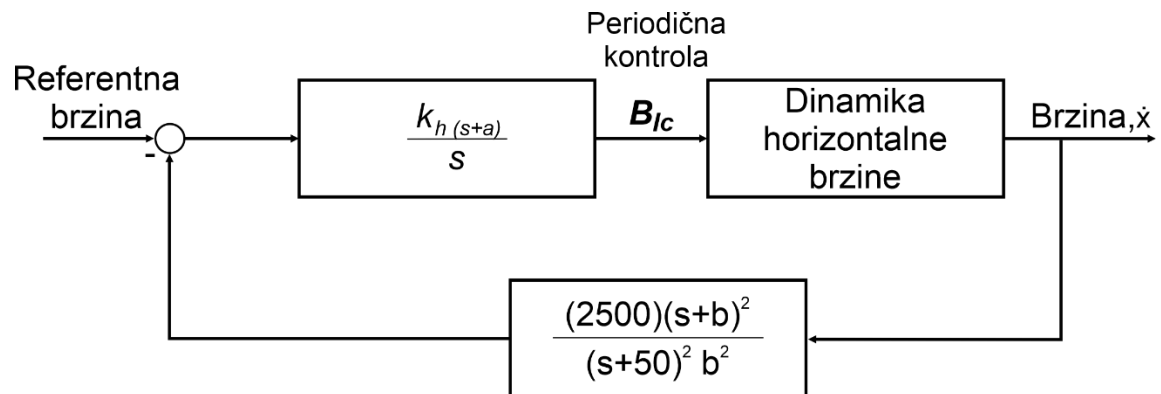
Regulator horizontalnog upravljanja brzinom može se opisati jednadžbom:

$$B_{lc} = \left[ \frac{k_h (s + a)}{s} \right] * \left( \dot{X}_c - \left[ \frac{50^2 (s + b)^2}{(s + 50)^2 b^2} \right] \dot{x} \right) \quad (3-9)$$

gdje  $\dot{X}_c$  označava horizontalnu brzinu (mjerenu u ft/sec),  $a$  i  $b$  su parametri regulatora,  $k_h \geq 0$  je parametar konstrukcije upravljačkog sustava koji se naziva još i konstantom proporcionalnog

pojačanja horizontalne brzine. Odgovarajući regulator dizajniran je s  $a = 2.5$ ,  $b = 1$ , i  $k_h = 0.0005$ .

[3]



**Slika 3.3.** Prikaz blokovske sheme regulatora za brzinu

## 4. SINTEZA REGULATORA

U ovome poglavlju opisani su P, PD, PID regulatori, odnosno regulatori koji se projektiraju u okviru ovog rada. Detaljnije je opisan svaki regulator zasebno te će se prikazati odzivi visine, brzine i nagiba. Odzivi koji su rađeni su odzivi na skokovitu promjenu vodeće veličine za zatvoreni regulacijski krug. Opisana je sinteza regulatora grafoanalitičkom metodom krivulje mjesta korijena (KMK).

### 4.1. Vrste regulatora

#### 4.1.1. P-regulator

P-regulator ili proporcionalni regulator je jedna od vrsta regulatora koji predstavlja samo pojačanje (eng. *gain*). P-regulator predstavlja najjednostavniji tip regulatora koji se opisuje jednadžbom  $u(t) = K_p \cdot e(t)$  gdje  $K_p$  predstavlja pojačanje regulatora, a  $e(t)$  predstavlja regulacijsko odstupanje. Kod P- regulatora javlja se pogreška u stacionarnom stanju, no ukoliko je sustav upravljanja napravljen na odgovarajući način, tada bi stacionarna pogreška trebala biti jednaka 0.

#### 4.1.2. PD- regulator

PD – regulator ili proporcionalno – diferencijalni regulator je opisan jednadžbom:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (4-1)$$

Dodavanjem D-djelovanja regulacijski krug postaje brži te stabilniji. D-član povećava brzinu odziva te samim time sprječava veliko regulacijsko odstupanje.

#### 4.1.3. PID-regulator

PID – regulator ili proporcionalno – integralno- derivacijski regulator je kombinacija PI i PD regulatora te definiran je jednadžbom:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_{t_0}^t e(t) dt + K_p \cdot T_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (4-2)$$

Osnovna značajka PID regulatora je što postoje 3 podesivna paramera: pojačanje  $K_p$ , integralna vremenska konstanta ili integralno vrijeme  $T_i$  i derivativna vremenska konstanta  $T_d$ . Umnožak  $K_p \cdot T_d$  ponegdje se označava i kao  $K_d$  odnosno pojačanje derivacijskog djelovanja.  $K_p/T_i$  označava

sa  $K_i$  kao pojačanje integralnog djelovanja. Odgovarajućim podešavanjem ovih triju parametara postiže se dobivanje željenih svojstava regulacijskog kruga kao što su stabilnost, brzina reagiranja, točnost u stacionarnom stanju i vrijeme trajanja prijelazne pojave.

## 4.2. Upravljanje visinom

Za analizu sustava upravljanja visinom korištena je jednadžba:

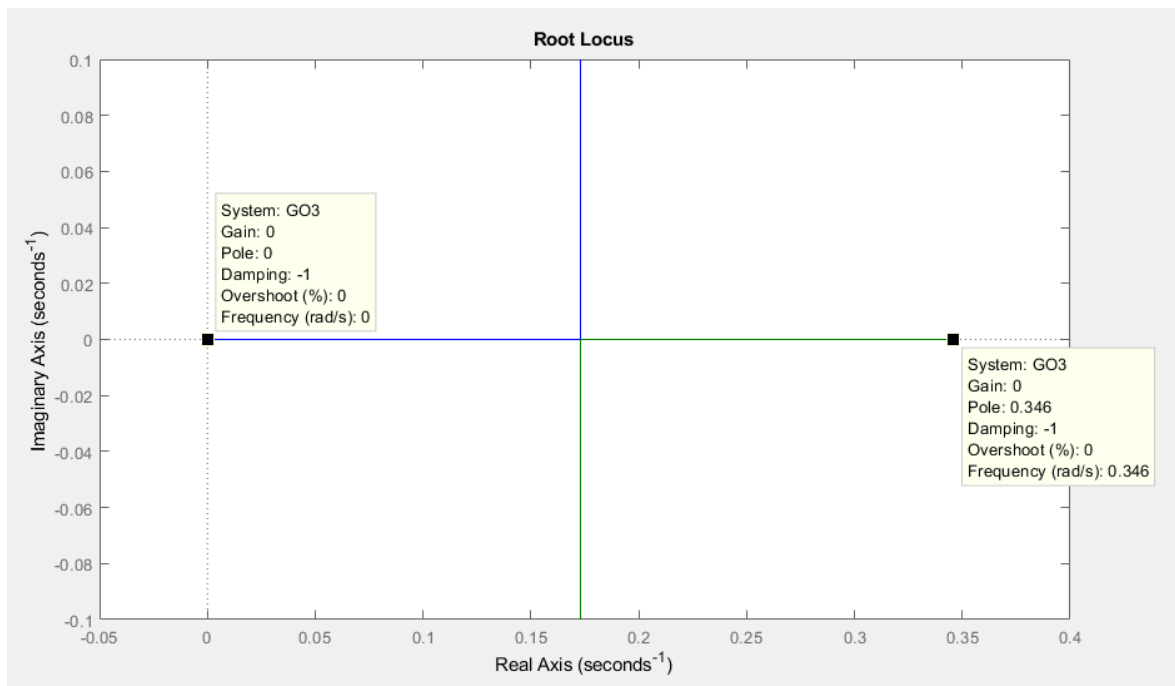
$$\frac{z}{\theta_c} = \frac{340.1}{s \cdot (s - 0.346)} \quad (4-3)$$

te se pomoću P, PD i PID regulatora ispitivao sustav.

Za prikaz KMK korištena je naredba *MATLAB*-a *rlocus*. Za dobivanje odziva procesa upravljanog pomoću P i PD regulatora korištena je naredba *feedback* kako bi se izračunala funkcija zatvorenog regulacijskog kruga te potom je korištena naredba *step* da bi se dobio odziv na skokovitu pobudu.

### 4.2.1. Upravljanje visinom pomoću P-regulatora

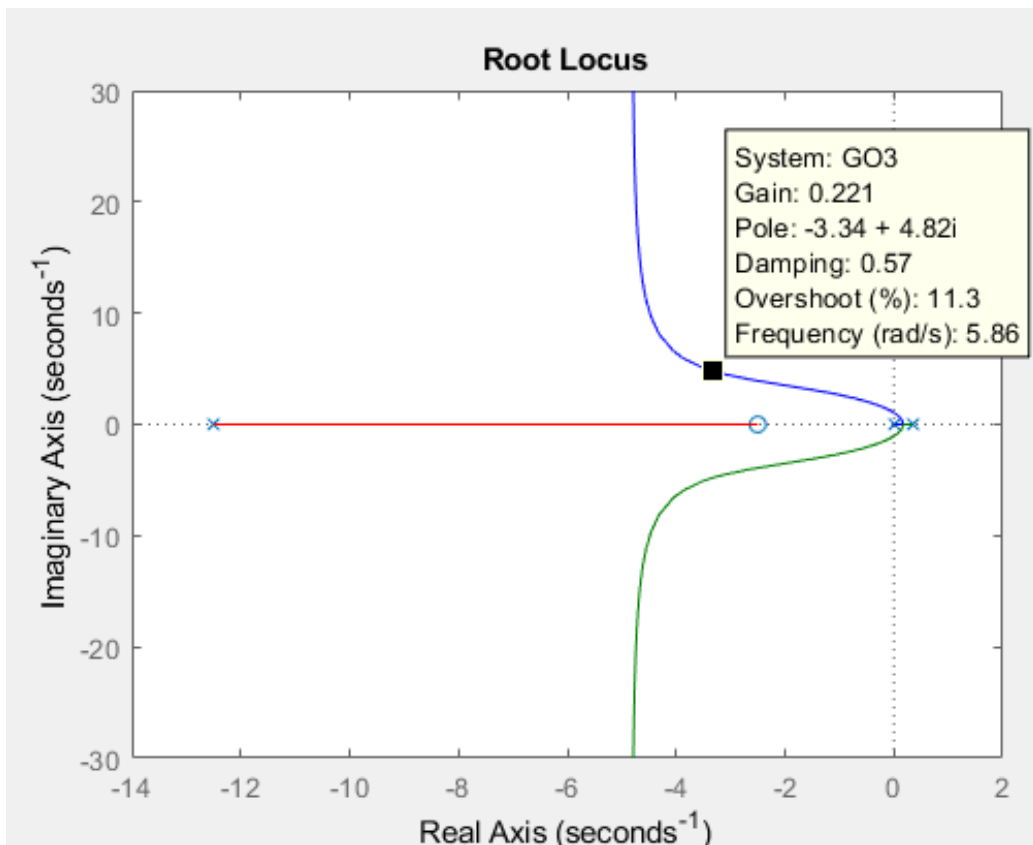
Ideja je bila napraviti sintezu regulatora procesa te stabilizirati proces s P-regulatorom i očitati prihvatljivo nadvišenje. Na slici 4.2.2 prikazana je krivulja mjesta korijena (KMK) otvorenog regulacijskog kruga s dva pola (0, 0.346). Iz podataka koje nudi *MATLAB* ne može se očitati relativan koeficijent prigušenja koji u praksi teži nekoj vrijednosti između 0.707 i 0.9 jer se vidi iz KMK da sustav pomoću P-regulatora nije moguće stabilizirati jer se cijela KMK nalazi u desnoj poluravnini s ravnine.



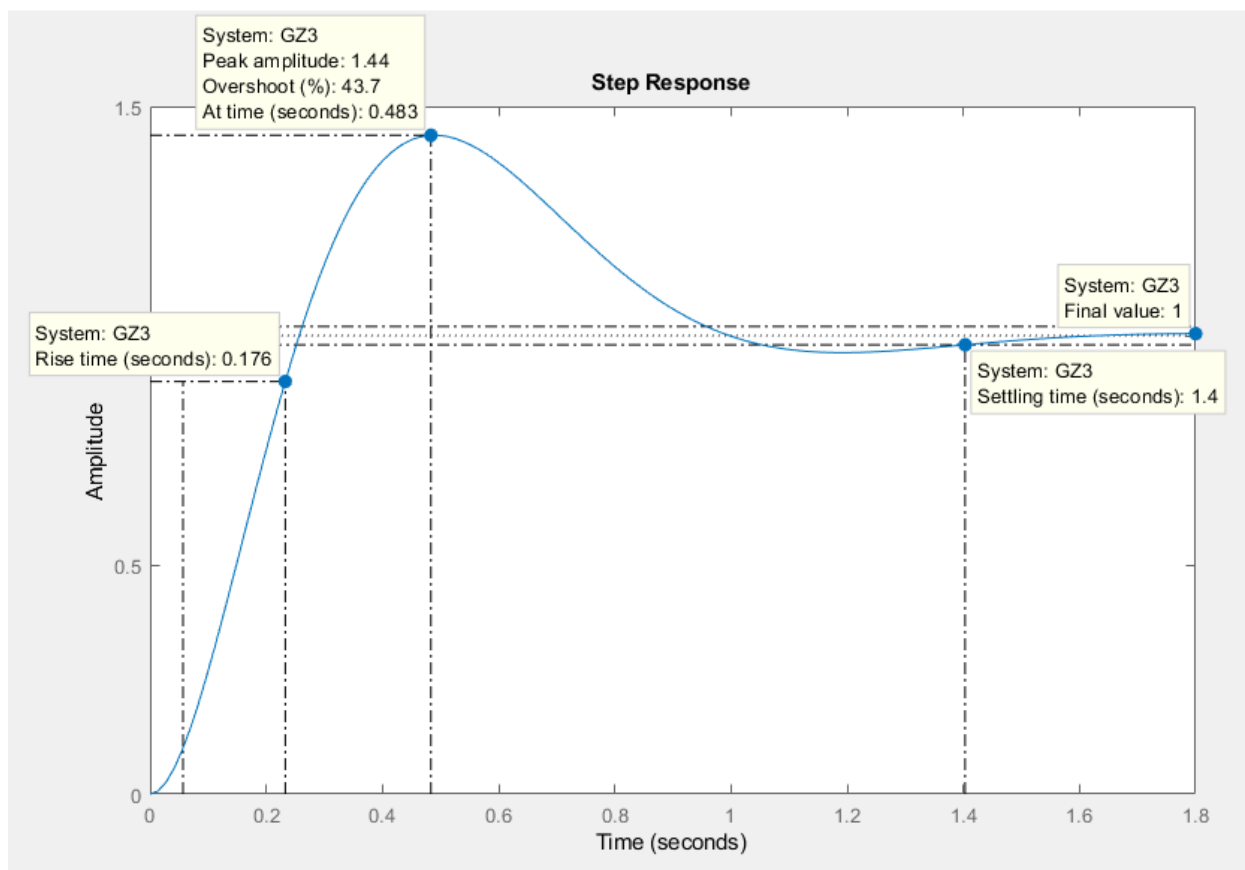
**Slika 4.1.** Prikaz krivulje mjesta korijena uz primjenu P-regulatora

#### 4.2.2. Upravljanje visinom pomoću PD-regulatora

Nadalje, provedena je analiza sustava upravljanja pomoću PD-regulatora. Na slici 4.2. prikazan je KMK pri čemu je nula regulatora postavljena na vrijednosti -2.5, a pol je postavljen na 5 puta veću vrijednost od nule regulatora, točnije na  $-2.5 \cdot 5$ . Na temelju KMK može se odrediti relativni koeficijent prigušenja koji iznosi 0.57 s pojačanjem u vrijednosti od 0.221. Pomoću PD-regulatora i KMK se može vidjeti kako je proces stabilan što je prikazano slikom 4.2. Na slici 4.3. postoji maksimalno nadvišenje (eng. *overshoot peak amplitude*) koje iznosi 43.7%. Vrijeme porasta 0.176 sekundi dok je vrijeme smirivanja se događa u 1.4 sekundi što znači da vrijeme smirivanja su oscilacije sustava kad uđu unutra +/- 3% ustaljenog stanja.

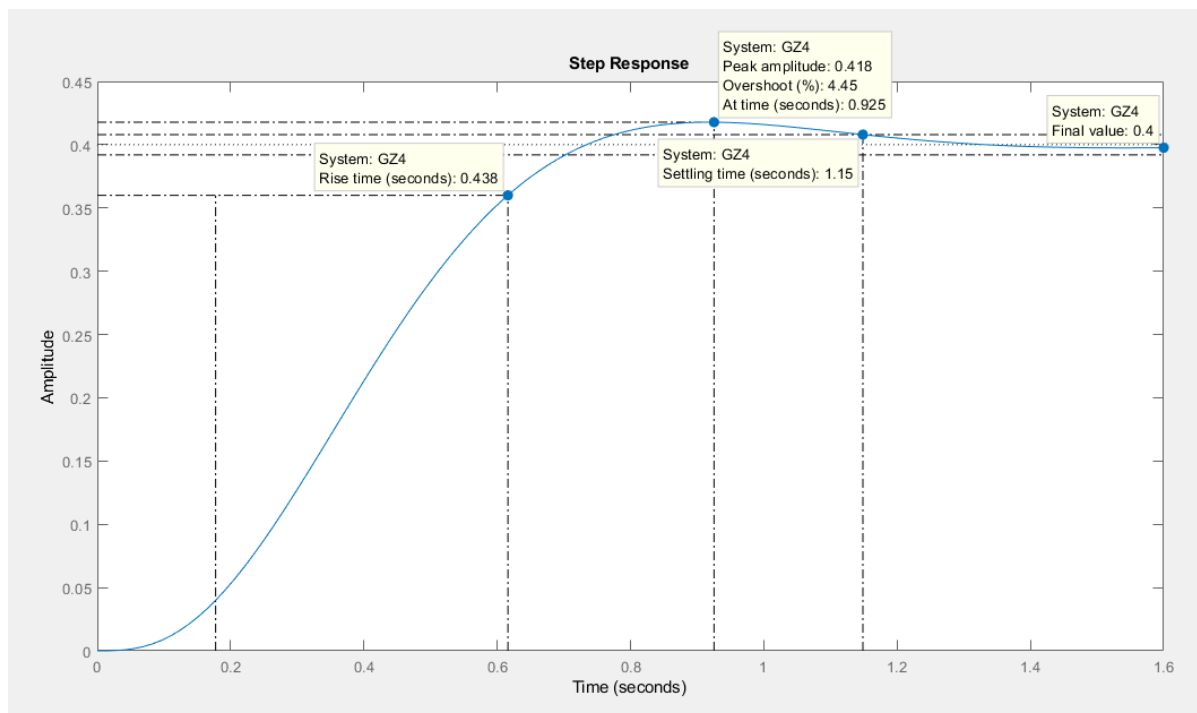


**Slika 4.2.** Prikaz krivulje mjesta korijena uz primjenu PD-regulatora



**Slika 4.3.** Odziv zatvorenog regulacijskog kruga uz primjenu PD-regulatora

Nadalje, napravljena je analiza PD-regulatora s prefilterom. Odziv je napravljen s prefilterom čiji je pol jednak nuli regulatora, odnosno -2.5. Koristio se zatvoreni regulacijski krug, odnosno množila se GZ3 funkcija koja predstavlja zatvoreni regulacijski krug s prijenosnom funkcijom prefiltera, nazvanom Gpid\_f. Odziv sustava, prikazan je na slici 4.4., te prikazuje stabilnost sustava. Maksimalno nadvišenje (eng. *peak amplitude overshoot*) iznosi 4.45%. Vrijeme porasta iznosi 0.438 sekundi, dok vrijeme smirivanja se događa u 1.15 sekundi te nakon toga se smiruje, no nikada neće postići zadanu vrijednost stacionarnog stanja jer nema integralnog djelovanja.



**Slika 4.4.** Odziv sustava za PD-regulator s prefilterom čiji je pol -2.5

### 4.3. Upravljanje nagibom

Pomoću P, PD, PID regulatora analizira se stabilnost sustava za prijenosnu funkciju za nagib. Za ispitivanje procesa korištena je jednažba :

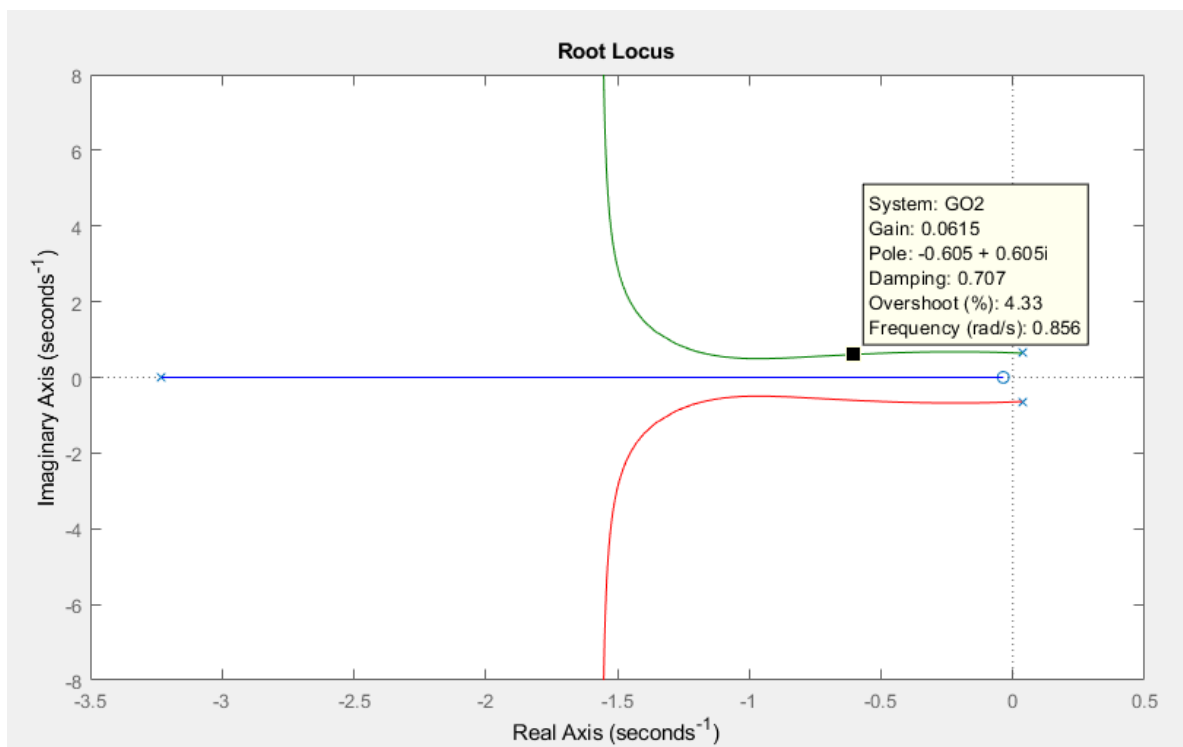
$$\frac{\theta}{Bl_c} = \frac{-47.24s - 1.7115}{s^3 + 3.16s^2 + 0.186s + 1.324} \quad (4-4)$$



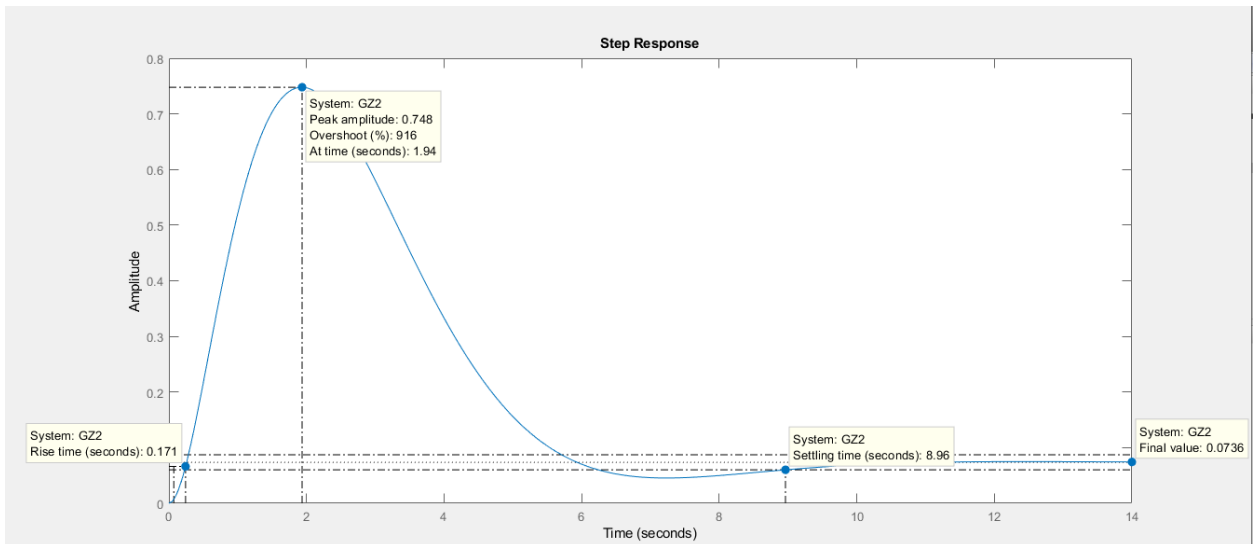
Pošto prijenosna funkcija ima negativno pojačanje, regulator također treba imati negativno pojačanje. Dakle, pri crtanju KMK, prijenosnu funkciju otvorenog regulacijskog kruga treba napraviti tako da se pomnoži prijenosna funkcija procesa s prijenosnom funkcijom regulatora, pri čemu regulator treba imati negativno pojačanje.

### 4.3.1. Upravljanje nagibom pomoću P-regulatora

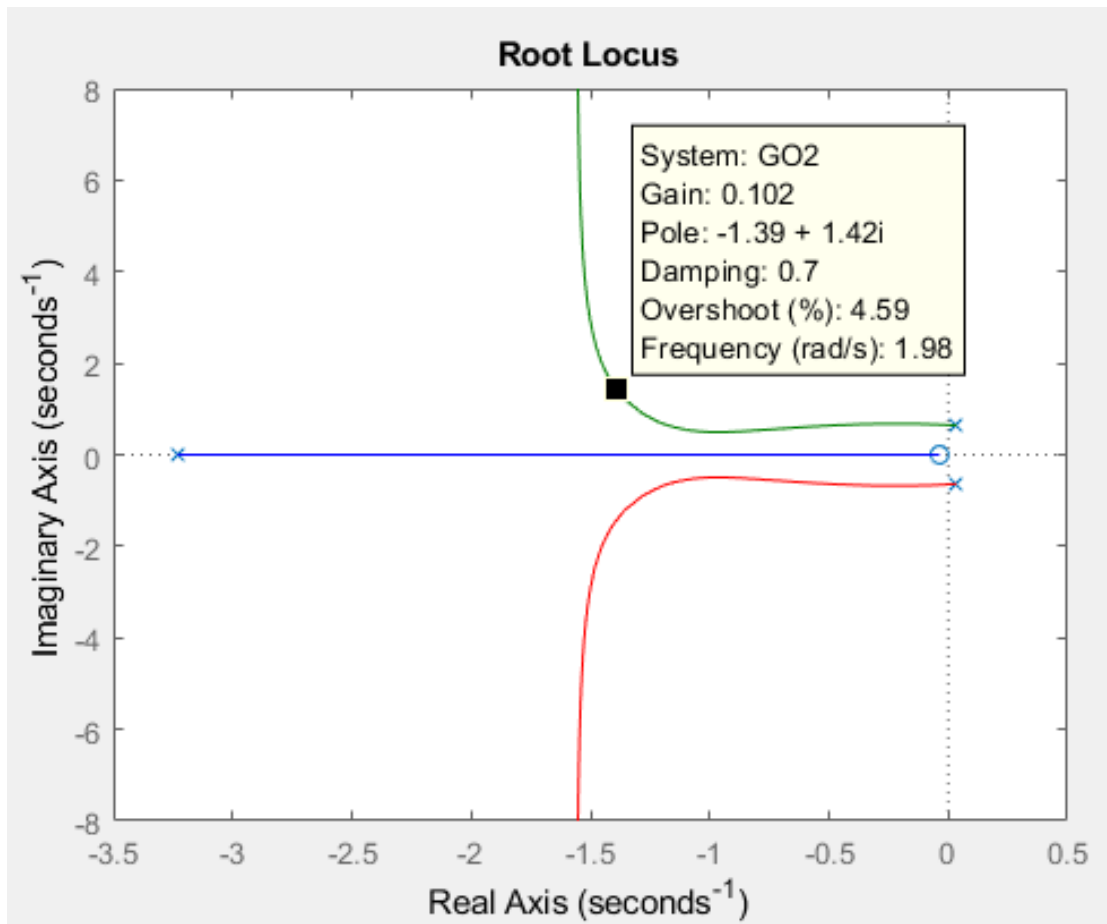
Prilikom izrade KMK, jedan pol je postavljen na vrijednost  $-0.346$ , a nula se nalazi u ishodištu. Na osnovu krivulje mjesta korijena pronađena su dva pojačanja s istim prigušenje iznosa  $0.7$  koja iznose  $0.102$  i  $0.0615$ . Na slici 4.6. prikazano je maksimalno nadvišenje (eng. *peak amplitude overshoot*) koje iznosi  $916\%$ , dok na slici 4.8. maksimalno nadvišenje iznosi  $684\%$ . Dakle, pri pojačanju od  $0.0615$  nadvišenje sustava je manje nego pri pojačanju od  $0.102$ . Samim time, pri pojačanju od  $0.102$  nadvišenje iznosi  $0.913$  što je zaključak da je sustav brži. S oba pojačanja dobiven je stabilan sustav. Sustav nikada neće postići zadanu vrijednost u stacionarnom stanju jer nema integralnog djelovanja. Pogreška u stacionarnom stanju iznosi  $0.9208$ .



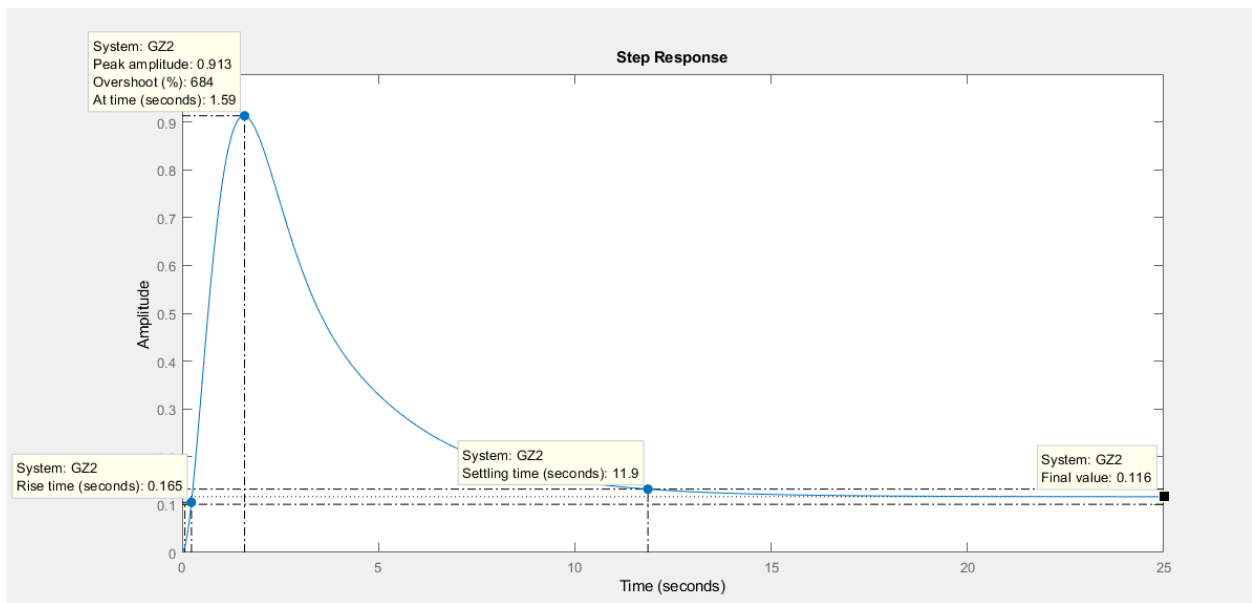
Slika 4.5. Krivulja mjesta korijena za P-regulator s pojačanjem od  $0.0615$



**Slika 4.6.** Odziv sustava za P-regulator s pojačanjem od 0.0615



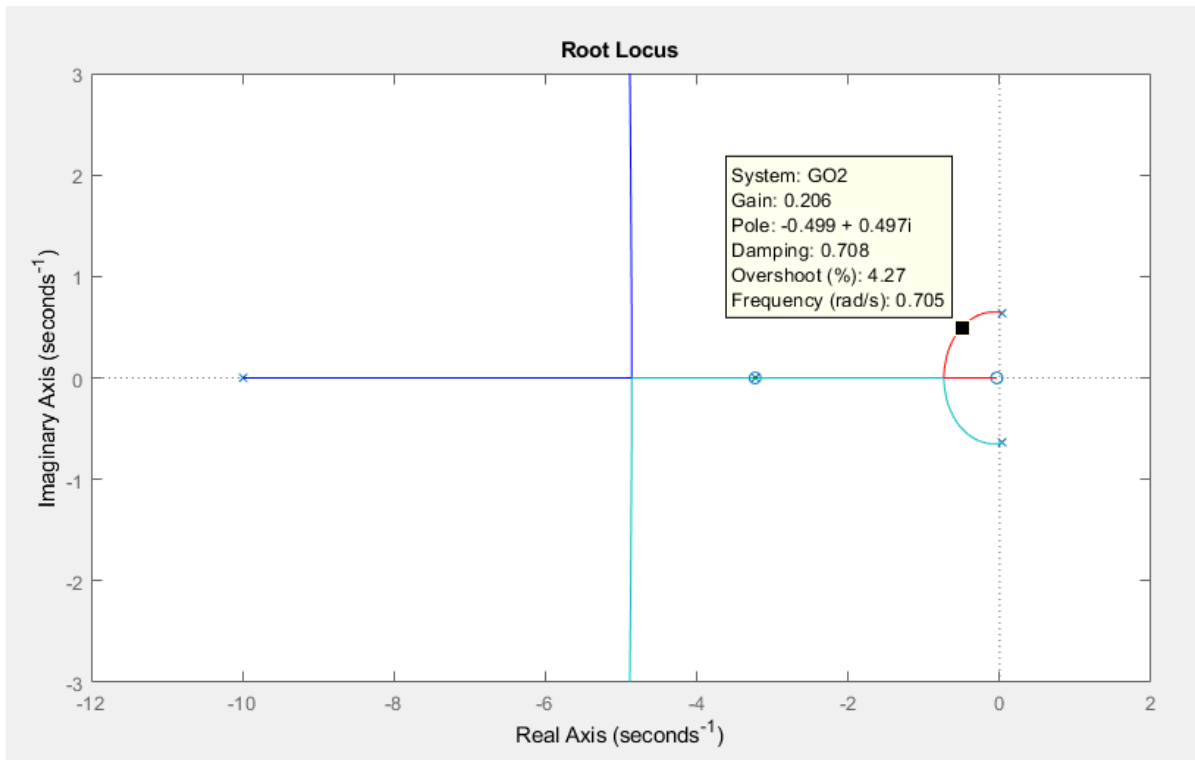
**Slika 4.7.** Krivulja mjesta korijena za P-regulator s pojačanjem od 0.102



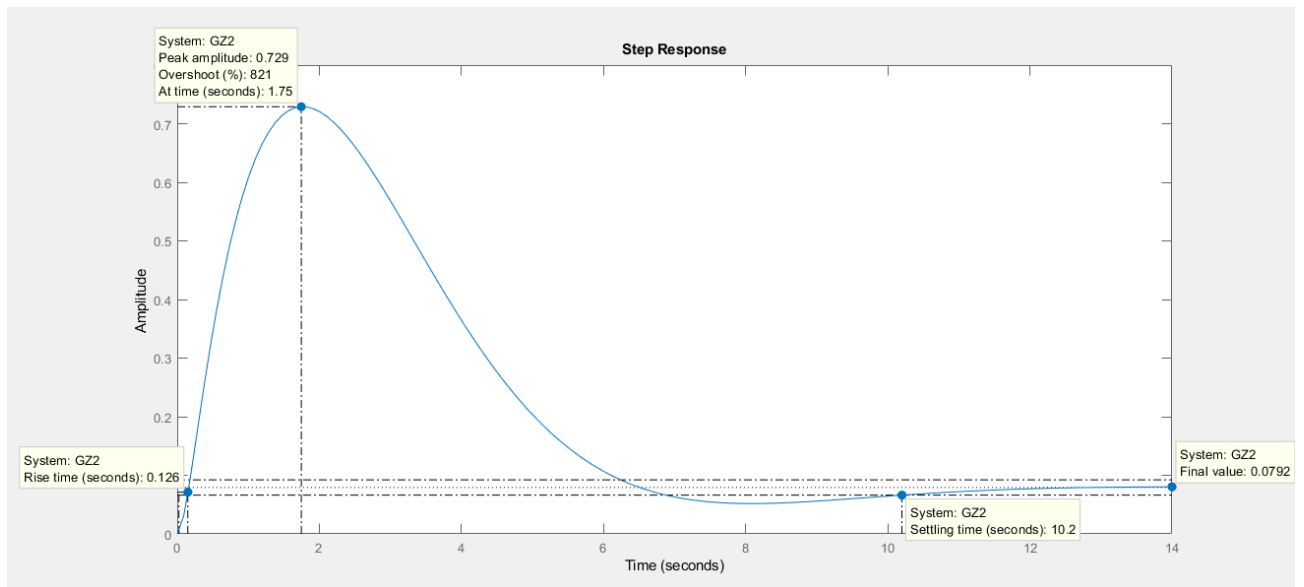
**Slika 4.8.** Odziv sustava za P-regulator s pojačanjem od 0.102

#### 4.3.2. Upravljanje nagibom pomoću PD-regulatora

Sustav upravljan nagibom analiziran je pomoću PD-regulatora. Polovi i nule su postavljeni tako što je jedan pol je postavljen na vrijednost od -10, a nula se nalazi na mjestu realnog pola. Iz podataka iz *MATLAB*-a (slika 4.9.) može se očitati relativni koeficijent prigušenja 0.708 te njegovo pojačanje u iznosu od 0.206. Na osnovi dobivenog prigušenja i pojačanja, odnosno na položaju polova, zaključuje se kako proces testiran pomoću PD-regulatora je stabilan. Za PD-regulator nula regulatora je postavljena na realnom polu, a pol na -10. Odziv sustava za odabrano prigušenje je prikazan na slici 4.10. te je dobiveno najveće nadvišenje (eng. *overshoot peak amplitude*) koje iznosi 821%. Vrijeme smirivanja procesa se događa u 10.2 sekundi dok se sustav u potpunosti ne stabilizira, uz manja titranja, odnosno oscilacija. Greška u stacionarnom stanju iznosi 0.928.



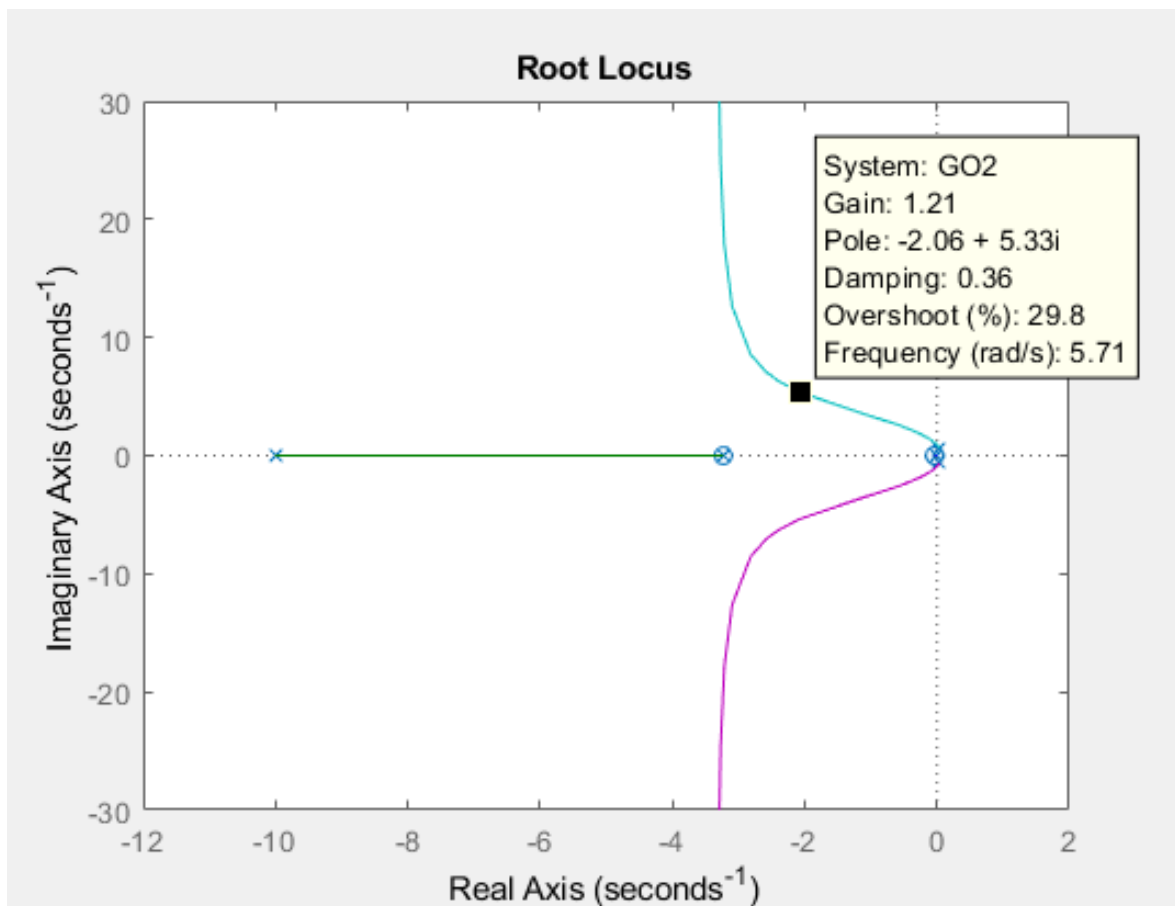
**Slika 4.9.** Prikaz krivulje mjesta korijena uz primjenu PD-regulatora



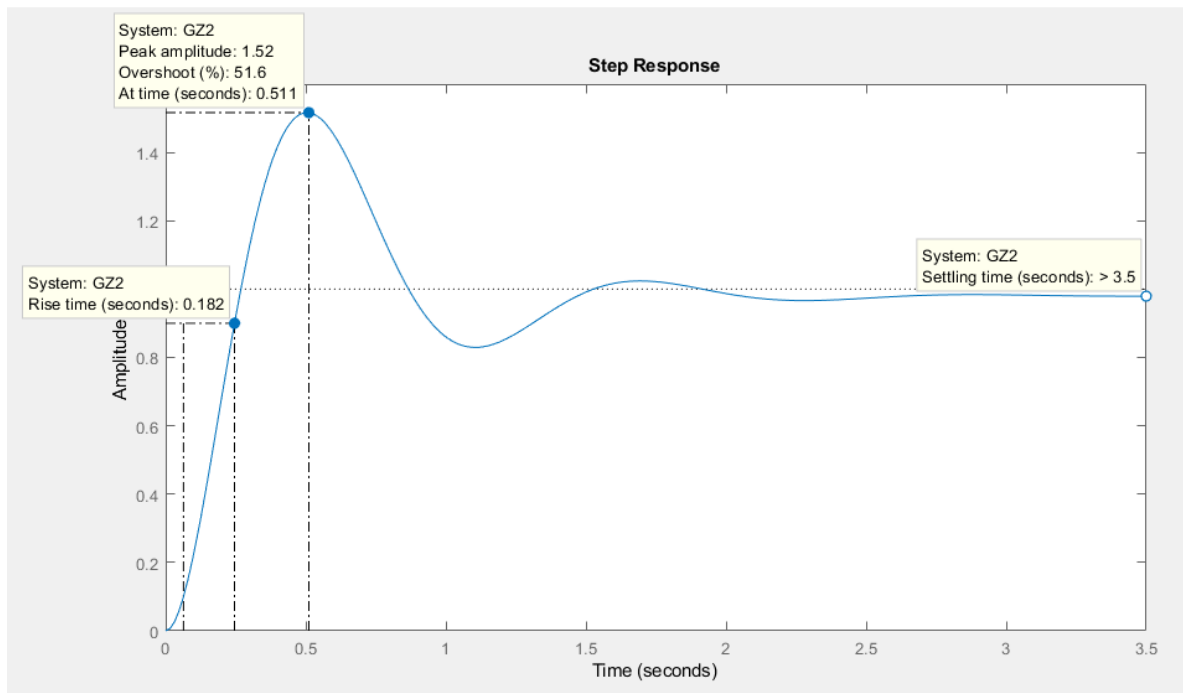
**Slika 4.10.** Odziv zatvorenog regulacijskog kruga uz primjenu PD-regulatora

### 4.3.3. Upravljanje nagibom pomoću PID-regulatora

Nadalje, napravljena je analiza pomoću PID-regulatora. Nule i polovi regulatora, prikazani su na slici 4.11. Na slici se može uočiti kako su postavljene dvije nule i dva pola od kojih je jedan u ishodištu, odnosno dvije nule su postavljene da budu na mjestu realnog pola, a pol je postavljen na vrijednost -10. Na temelju crtanja KMK postignut je relativni koeficijent prigušenja u vrijednosti od 0.36 te dobiveno je pojačanje u iznosu od 1.21. Na temelju dobivenog pojačanja napravljen je odzivi zatvorenog regulacijskog kruga na skokovitu pobudu te sam odziv odgovara prigušenju, odnosno odziv sustava je stabilan za pojačanje od 1.21. Maksimalno nadvišenje u postotku iznosi 51.6%, što je prikazano slikom 4.12. Zbog integralnog djelovanja, sustav nema pogreške u stacionarnom stanju, odnosno može postići zadanu vrijednost u stacionarnom stanju.

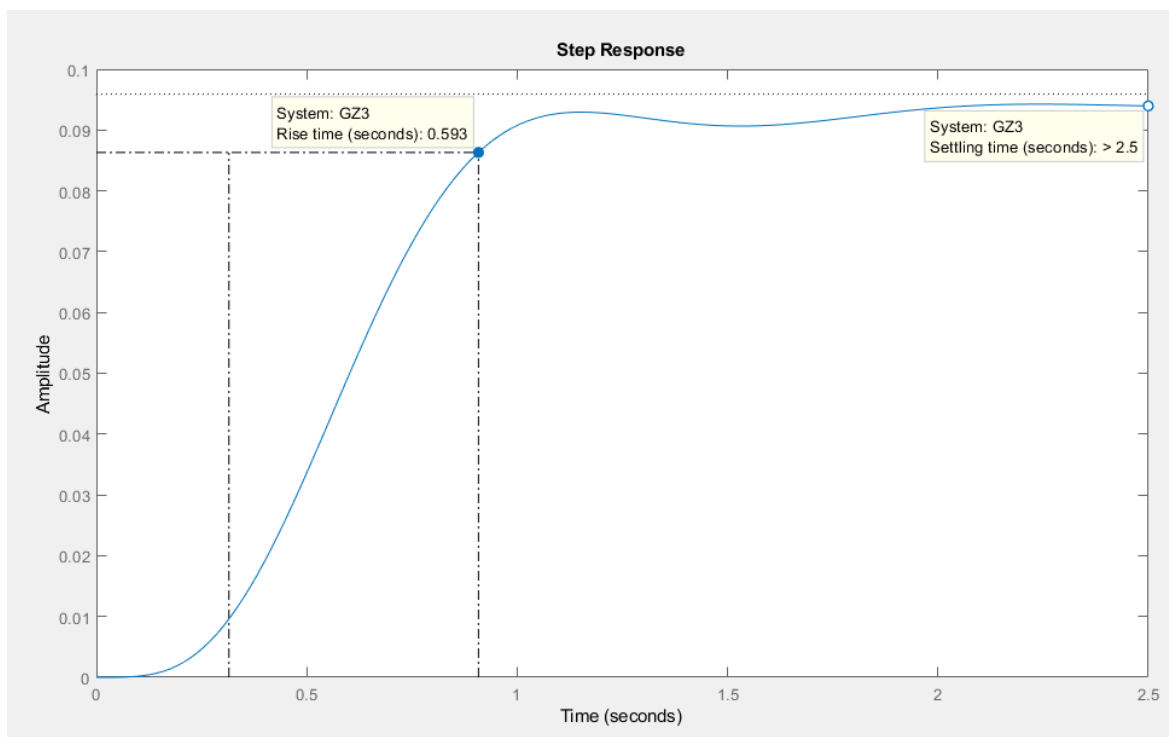


Slika 4.11. Prikaz krivulje mjesta korijena uz primjenu PID-regulatora



**Slika 4.12.** Odziv zatvorenog regulacijskog kruga uz primjenu PID-regulatora

Za regulator PID s prefilterom se koristio zatvoreni regulacijski krug, odnosno za dobivanje PID regulatora s prefilterom množila se GZ2 funkcija koja predstavlja zatvoreni regulacijski krug s PID-regulatorom i prijenosim funkcijom Pred-Filtera pod nazivom Gpid\_f koja je nazvana GZ3. Odziv sustava (Slika 4.13.) prikazuje stabilnost procesa, vrijeme porasta iznosi 0.593 sekundi, te nema maksimalnog nadvišenje, pa nakon što dostigne konačnu maksimalnu vrijednost nastupa ustaljeno stanje, odnosno vrijeme smirivanja koje je > 2.5 sekundi.



**Slika 4.13.** Odziv regulacijskog kruga uz primjenu PID-regulatora s Pred-Filterom

#### 4.4. Upravljanje brzinom

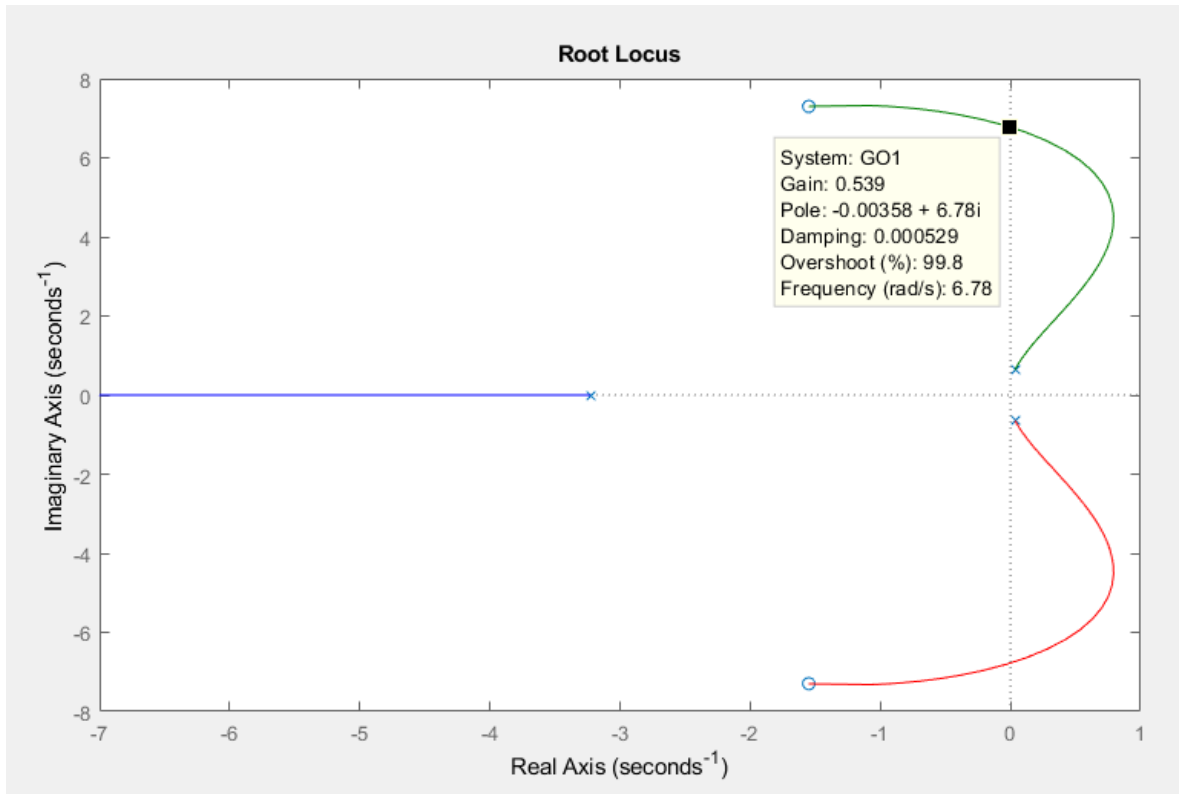
Upravljanje brzinom ispitivalo se pomoću P, PD, PID regulatora. Za ispitivanje procesa korištena je jednažba:

$$\frac{\dot{x}}{B_{lc}} = \frac{27.4s^2 + 84.94s + 1525}{s^3 + 3.16s^2 + 0.186s + 1.324} \quad (4-5)$$

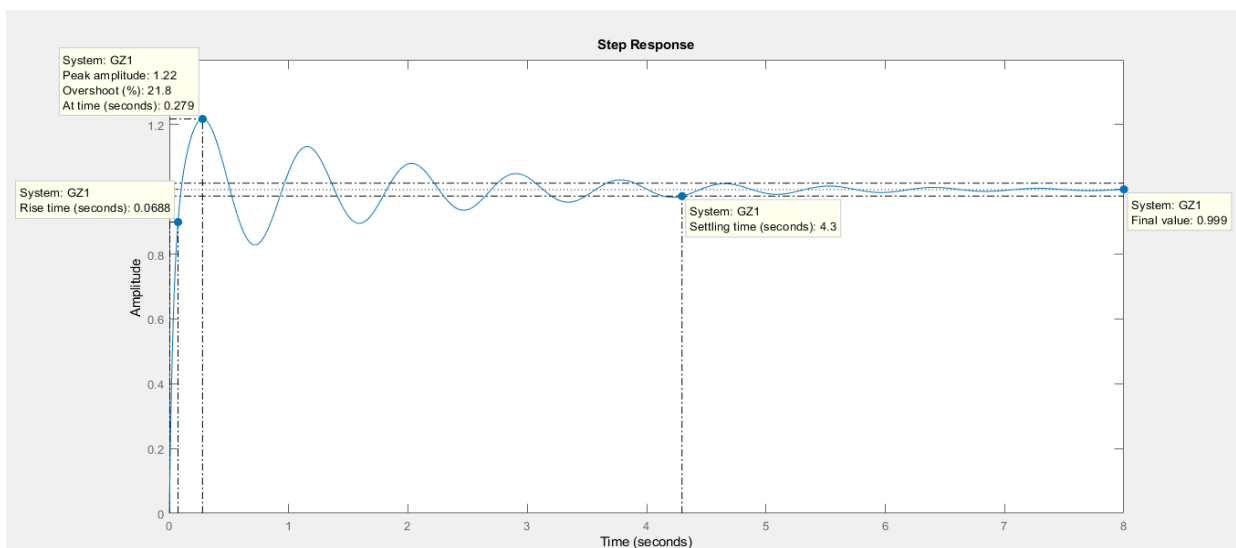
##### 4.4.1. Upravljanje brzinom pomoću P-regulatora

Na slici 4.14. je prikazana krivulja mjesta korijena za P-regulator na kojoj je označeno mjesto stabilnosti samog procesa, odnosno granica stabilnosti. Stabilnost procesa se određuje na osnovi položaja polova. Za pojačanje 0.539 sustav je na granici stabilnosti. Kako se pojačanje sve više povećava to polovi dalje "putuju" prema nuli sustava te je sustav stabilniji. Iako relativni koeficijent prigušenja od 0.707 nije postignut, za pojačanje se uzelo vrijednost 1. Vrijeme porasta odziva događa se u 0.0688 sekundi te nakon odziv raste dok ne postigne maksimalno nadvišenje u iznosu od 21.8 % (eng. *peak amplitude overshoot*). Vrijeme smirivanja procesa se događa u 4.3 sekundi te oscilacije sustava se smanjuju smiruju, dok se u 0.999 sekundi sustav potpuno

stabilizira, no uz manja titranja, to jest oscilacija. Pogreška u stacionarnom stanju iznosi 0.001, što je prikazano slikom 4.15.



Slika 4.14. Prikaz krivulje mjesta korijena uz primjenu za P-regulatora

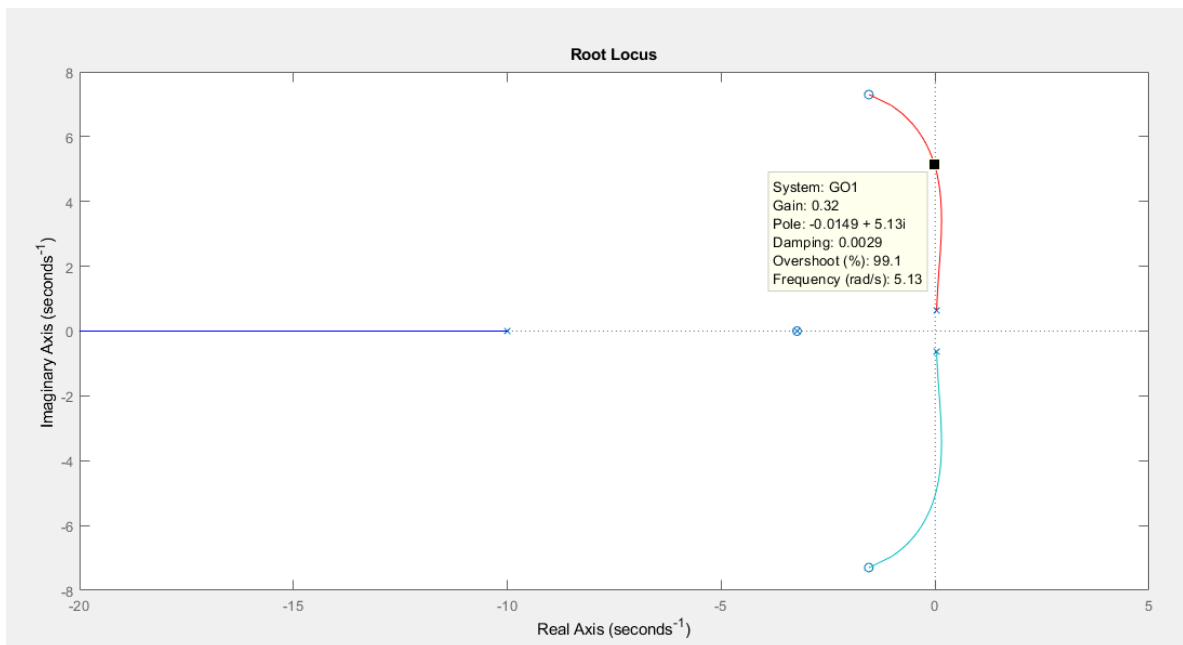


Slika 4.15. Odziv regulacijskog kruga uz primjenu P-regulatora

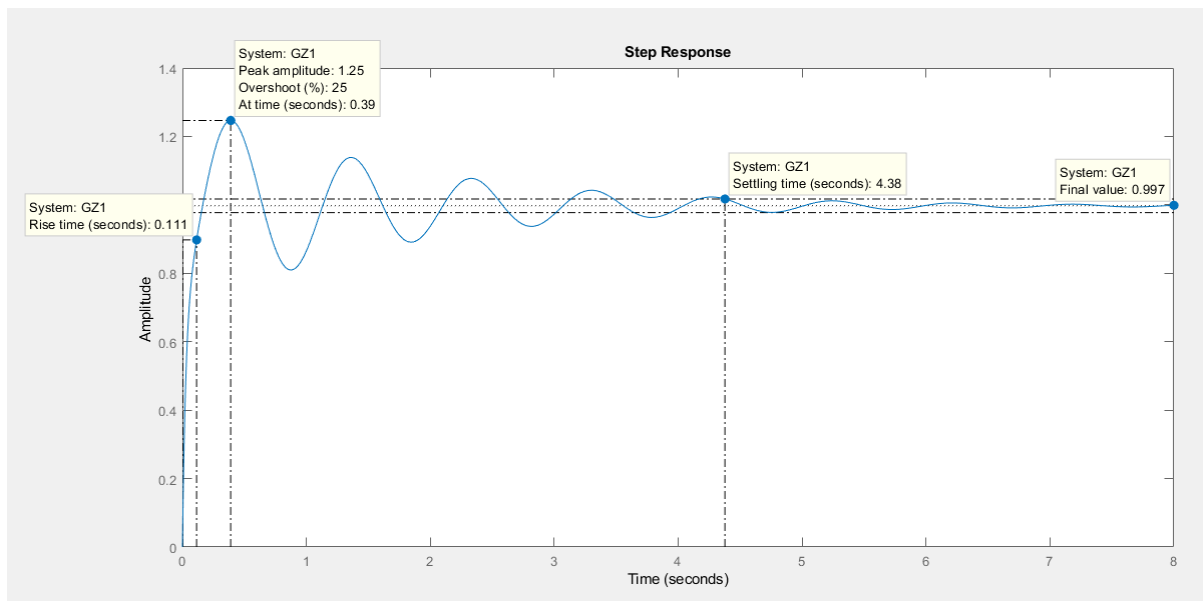


#### 4.4.2. Upravljanje brzinom pomoću PD-regulatora

Na slici 4.16. prikazna je krivulja mjesta korijena pomoću PD-regulatora. Na slici je prikazana točka, odnosno prigušenje od 0.0029 i pojačanje od 0.32 što predstavlja granicu stabilnosti sustava. Sustav postaje stabilan prelazeći imaginarnu os, odnosno lijevo od imaginarne osi (lijeva poluravnina s ravnine). Zbog nemogućnosti pronalaska željenog koeficijenta prigušenja od 0.707 pojačanje za izradu odziva na skokovitu pobudu zatvorenog regulacijskog kruga uzela se vrijednost 1. Prema slici 4.17. vrijeme porasta sustava događa se u 0.111 sekundi i raste do maksimalnog nadvišenja koje iznosi 25%. Vrijeme smirivanja događa se u 4.38 sekundi, dok do potpunog smirivanja procesa dolazi u 0.997 sekundi. Proces iz nestabilnog stanja prelazi u stabilno stanje. Zaključak je, da s pojačanjem  $\geq 0.32$  proces upravljan pomoću PD-regulatora stabilan.



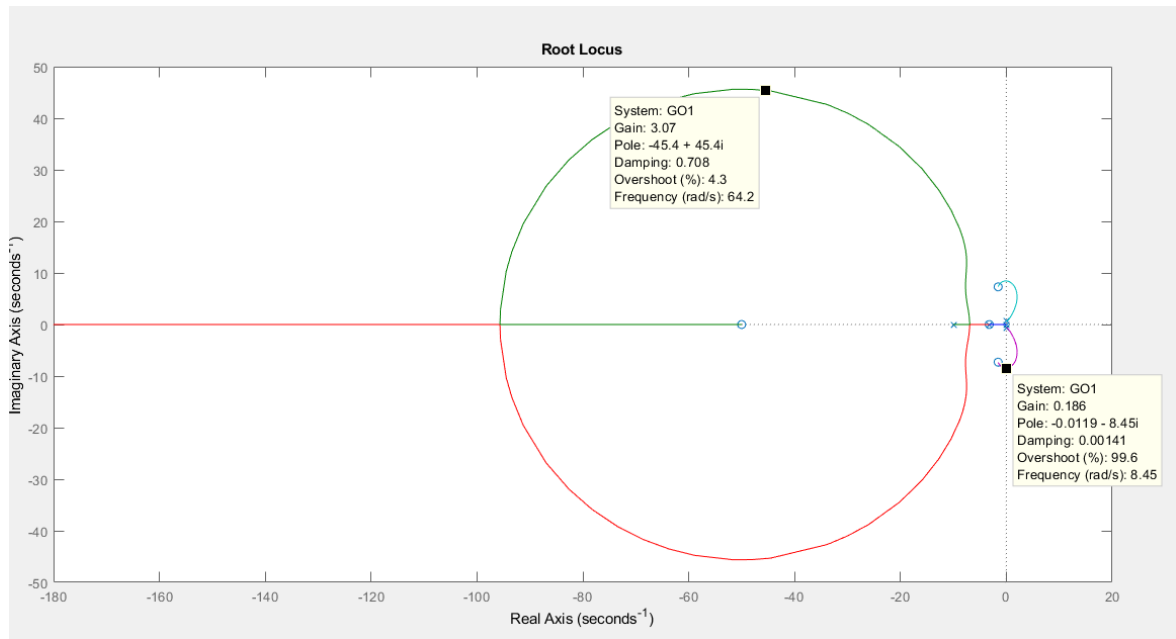
**Slika 4.16.** Krivulja mjesta korijena za PD-regulatora



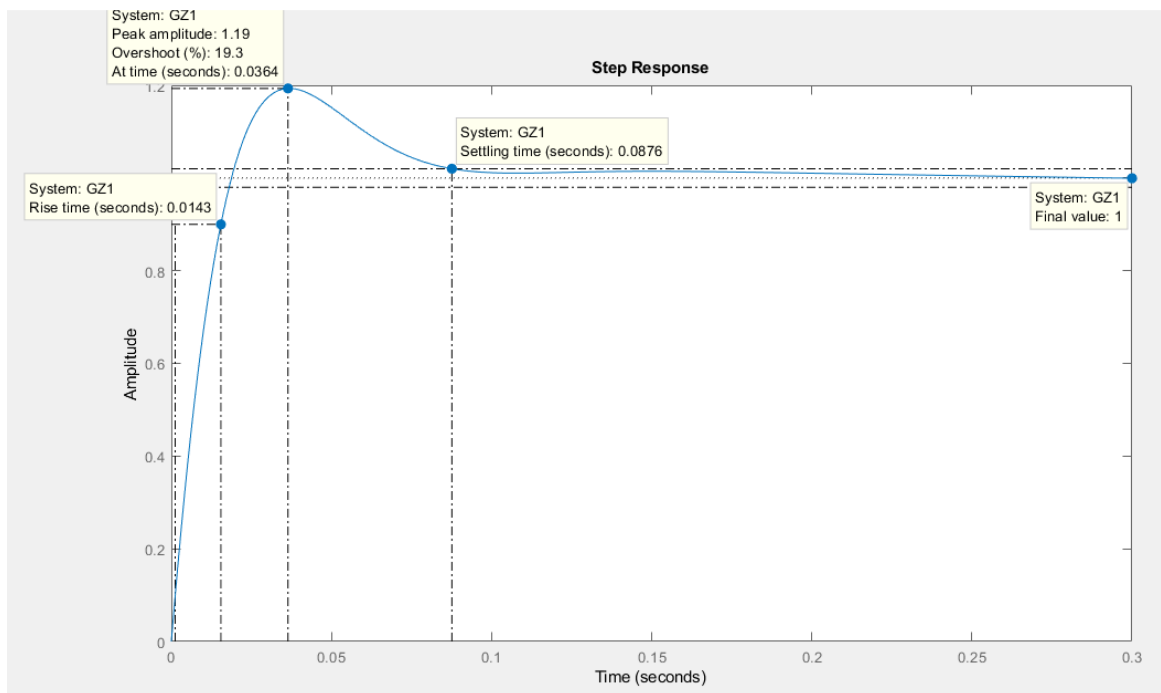
Slika 4.17. Odziv sustava za PD-regulator

#### 4.4.3. Upravljanje brzinom pomoću PID-regulatora

Na slici 4.18. prikazan KMK za PID-regulator. Može se uočiti postavljanje nula i polova, od kojih je nula postavljena na vrijednost -50, pol na -10 i na -3.229. Na slici je određeno prigušenje od 0.00141 i pojačanja od 0.186, koje predstavlja granicu stabilnosti sustava. Na KMK se nalazi idealno prigušenje od 0.708 te pojačanju od 3.07. Odziv sustava PID-regulatora se nalazi na slici 4.19. koji predstavlja stabilno stanje sustava. Vrijeme porasta je 0.0143 sekundi i raste dok ne dosegne maksimalno nadvišenje u iznosu od 19.3 %. Vrijeme smirivanja sustava je 0.0876 sekundi.

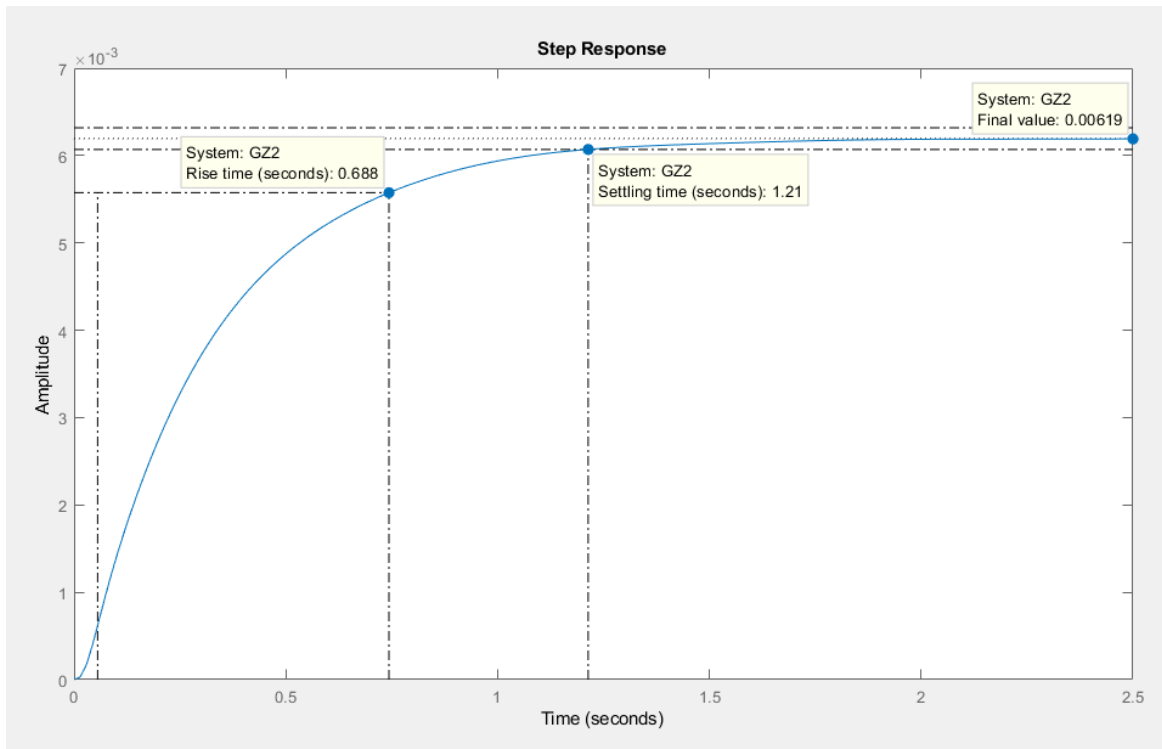


**Slika 4.18.** Krivulja mjesta korijena za PID-regulator



**Slika 4.19.** Odziv sustava za PID-regulator

Za prikaz odziva PID-regulatora s prefilterom koristila se GZ1 funkcija PID-regulatora i prijenosna funkcija prefiltera, Gpid\_f. Na slici 4.20. prikazan je odziv sustava na skokovitu pobudu. Vrijeme porasta iznosi 0.688 sekundi i proces nema nadvišenja, već odmah nakon što dosegne konačnu vrijednost nastupa ustaljeno stanje.



**Slika 4.20.** Odziv sustava PID-regulatora s prefilterom

## 5. SINTEZA REGULATORA POSTAVLJANJEM POLOVA

U ovome je poglavlju opisana sinteza regulatora postavljanjem polova. Osnovna ideja metode postavljanja polova je određivanje regulatora koji će dati željene polove zatvorenoga kruga. Polinomi  $R$ ,  $S$  i  $T$  su polinomi u Laplaceovom operatoru  $s$ .  $R$  je moničan polinom. Potrebno je faktorizirati polinome na način:

$$A(s) = A^+(s) \cdot A^-(s) \quad (5-1)$$

$$B(s) = B^+(s) \cdot B^-(s) \quad (5-2)$$

$A^+$  polinom predstavlja polove procesa koji će se kompenzirati nulama regulatora, dok su preostali polovi procesa predstavljeni polinomom  $A^-$ .  $B^+$  polinom predstavlja nule procesa koji se mogu kompenzirati polovima regulatora, dok su preostale nule procesa su predstavljene polinomom  $B^-$ . Polovi i nule procesa smiju se kompenzirati samo ako se nalaze u lijevoj poluravnini kompleksne ravnine. Nije prikladno kompenzirati niti polove niti nule koje se nalaze u lijevoj poluravnini kompleksne ravnine blizu imaginarne osi te slabo prigušene parove konjugirano kompleksnih polova odnosno nula [11].

Polinomi regulatora, kao što je prikazano na slici 5.1. su oblika :

$$R = A_m \cdot B^+ \cdot C \cdot \bar{R} \quad (5-3)$$

$$S = A_m \cdot A^+ \cdot \bar{S} \quad (5-4)$$

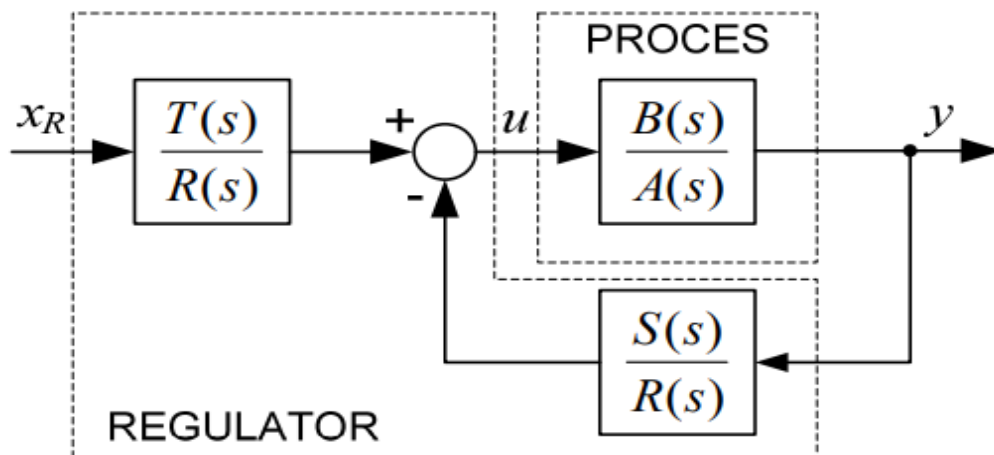
$$T = b_{m0} \cdot B_m \cdot A^+ \cdot P \quad (5-5)$$

Odabirom polinoma  $R$ ,  $S$  i  $T$  može se postići dinamičko vladanje zatvorenog regulacijskog kruga s obzirom na vodeću veličinu  $G_m(s)$ , koja je definirana jednadžbom (5-3), te dinamičko vladanje s obzirom na poremećaj određeno polinomom  $P$ . Polinom  $P$  određuje odziv sustava na poremećaj i šum mjerenja, definira se tako da sustav ima zadovoljavajuće brzu kompenzaciju poremećaja, a da s druge strane dovoljno dobro prigušuje šum mjerenja [11].

$$G_m(s) = \frac{B_m(s)}{A_m(s)} \quad (5-6)$$

1. korak  $A = A^+ A^-$   
 $B = B^+ B^-$
2. korak  $\deg \bar{S} \geq \deg A^- + \deg C - 1$   
 $\deg \bar{R} \geq \deg A^+ - \deg B^+ - \deg C + \deg \bar{S}$
3. korak  
 $\deg P = \deg A^- + \deg C + \deg \bar{R}$
4. korak  
Odaberi polinom  $P$  i  $G_m(s) = \frac{B_m(s)}{A_m(s)}$
5. korak  
Riješi jednačbu  $A^- C \bar{R} + B^- \bar{S} = P$
6. korak  
 $R = A_m B^+ C \bar{R}$   
 $S = A_m A^+ \bar{S}$   
 $T = b_{m0} \bar{B}_m A^+ P$

**Slika 5.1.** Koraci za sintezu postavljanja polova

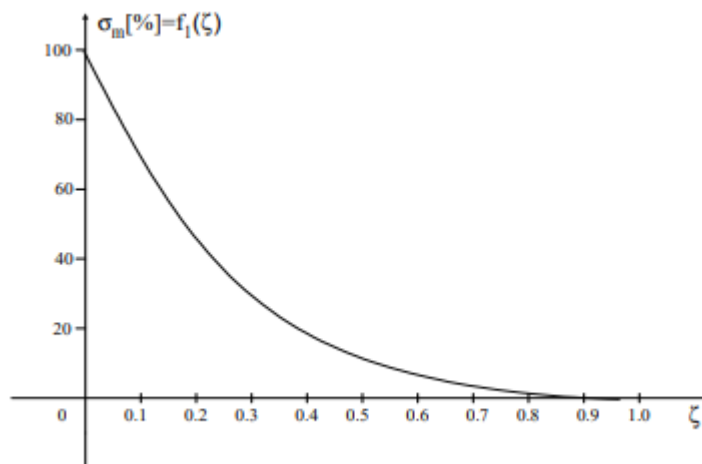


**Slika 5.2.** Blok-dijagram zatvorenog sustava upravljanja s postavljenim polovima [11]

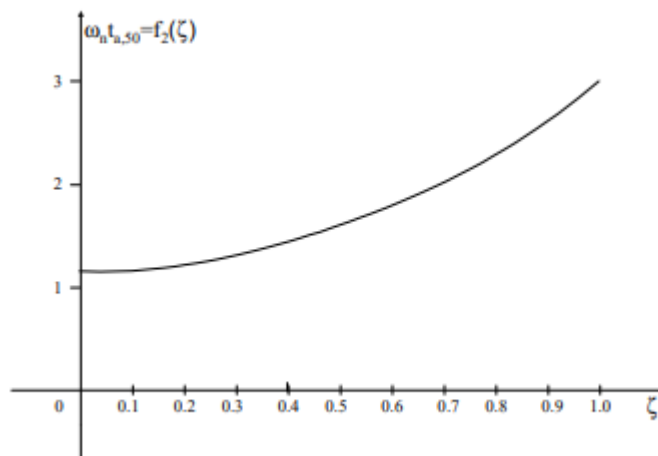
Za izračunavanje polinoma  $P$ , željena vrijednost maksimalnog nadvišenja iznosi 5%. Prema slici 5.3., dobiva se koeficijent prigušenja  $\zeta = 0.707$  odnosno  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Nadalje, željeno vrijeme porasta iznosi  $ta_{,50} = 0.5$ . Na osnovu faktora prigušenja i prema formuli  $ta_{,50} \cdot \omega_n = \zeta$ , prema slici 5.4., dobiva se prirodna frekvencija vrijednosti  $\omega_n = 4$ . Na temelju  $\zeta$  i  $\omega_n$  su postavljeni dominantni polovi, dok nedominantni polovi su postavljeni daleko od imaginarne osi pomoću proizvoljne vrijednosti  $\alpha$  koji iznosi 5. Prema jednadžbi (5-7) vrijednost  $b_{m0}$  se izračunava prema jednadžbi:

$$b_{m0} = \frac{A_m(0)}{\bar{B}_m(0) \cdot B^-(0)} \quad (5-7)$$

pri čemu  $\bar{B}_m(0)$  uvijek vrijednost 1, dok se ostatak koeficijenta određuje ovisno prema vrijednostima prijenosne funkcije.



**Slika 5.3.** Ovisnost faktora prigušenja o maksimalnom nadvišenju [12]



**Slika 5.4.** Ovisnost vremena porasta i prirodne frekvencije o faktoru prigušenja [12]

Sinteza regulatora zatvorenoga sustava provedena je na prijenosnim funkcijama visine, brzine i nagiba koje su prikazane jednadžbama (3-4), (3-5) i (3-6). Za regulator visine koja je prikazana jednadžbom (3-4), polinomom  $A^+$  su predstavljeni polovi procesa koji će se kompenzirati nulama regulatora kako je prikazano jednadžbom (5-8), dok preostali polovi koji se ne kompenziraju predstavljeni su polinomom  $A^-$  koja je prikazana jednadžbom (5-9).  $B^+$  polinom predstavlja nule procesa koji se mogu kompenzirati polovima regulatora koji su prikazani jednadžbom (5-10), dok su preostale nule procesa su predstavljene polinomom  $B^-$  koja je prikazana jednadžbom (5-11). Prijenosna funkcija visine ima integralno djelovanje tako da nije potrebno dodatno dodavati još jedno integralno djelovanje pa je stoga polinom jednak 1, jednadžba (5-12).

$$A^+ = 1 \quad (5-8)$$

$$A^- = s \cdot (s - 0.346) \quad (5-9)$$

$$B^+ = 1 \quad (5-10)$$

$$B^- = 340.1 \quad (5-11)$$

$$C(s) = 1 \quad (5-12)$$

Prema koracima postavljanja polinoma (slika 5.1.), vrijednosti polinoma R, S i T prikazani su jednadžbama (5-13), (5-14) i (5-15).

$$R = s \cdot (s + 168.346) \quad (5-13)$$

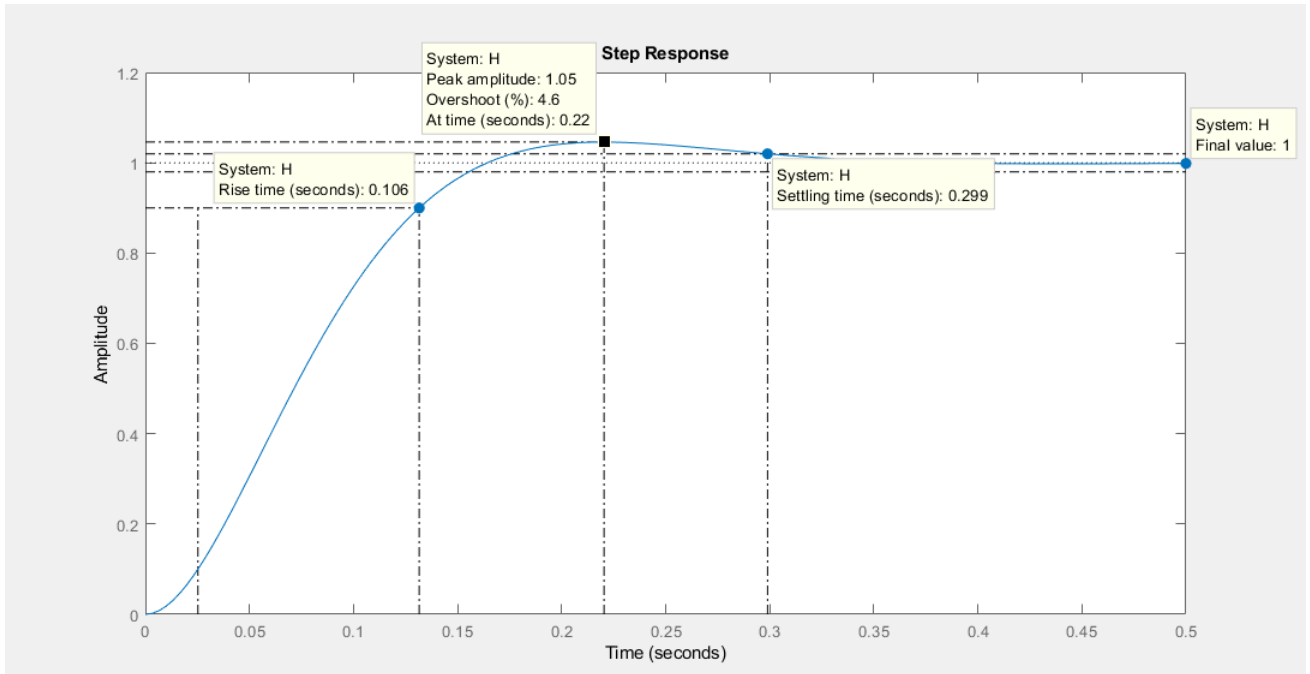
$$S = (27.28 \cdot s^2 + 568.07 \cdot s + 5763.01) \quad (5-14)$$

$$T = 1.176 \cdot (s + 70)^3 \quad (5-15)$$

Za dobivanje odziva korištene su naredbe *minreal* i *feedback* kako bi se izračunala funkcija zatvorenog regulacijskog kruga te potom je korištena naredba *step* da bi se dobio odziv na skokovitu pobudu u *MATLAB* programu. Nakon određenih prijenosnih funkcija R, S, T potrebnih za dobivanje rezultata, kao što je prikazano na slici 5.3, zaključeno je kako sinteza regulatora postavljanjem polova za visinu daje stabilan sustav, kao što je predstavljeno slikom 5.5. Vrijeme



porasta iznosi 0.106 sekundi, maksimalno nadvišenje (eng. *peak amplitude overshoot*) iznosi 4.6%, dok vrijeme smirivanja se događa u 0.299 sekundi. Brzina sustava iznosi 0.5 sekundi.



**Slika 5.5.** Prikaz odziva sustava visine pomoću metode postavljanja polova

Rastavljanjem prijenosne funkcije za brzinu (3-5) na karakteristične polinome, polinomi  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$  i  $B^-$  prikazani su jednačbama (5-16), (5-17), (5-18) i (5-19). Regulator je projektiran s integralnim djelovanjem, koje je postavljeno jednačbom (5-20).

$$A^+ = s + 3.229 \quad (5-16)$$

$$A^- = s^2 - 0.06936 \cdot s + 0.41 \quad (5-17)$$

$$B^+ = s^2 \cdot 3.1 \cdot s + 55.66 \quad (5-18)$$

$$B^- = 27.4 \quad (5-19)$$

$$C(s) = s \quad (5-20)$$

Prema koracima postavljanja polinoma (slika 5.1.), vrijednosti polinoma R, S i T prikazani su jednadžbama (5-21), (5-22) i (5-23).

$$R = s \cdot (s^2 + 3.1 \cdot s + 55.66) \quad (5-21)$$

$$S = (s + 3.229) \cdot (0.7251 \cdot s^2 + 3.4887 \cdot s + 8.2582) \quad (5-22)$$

$$T = 0.5839 \cdot (s + 3.229) \cdot (s + 14.14)^2 \quad (5-23)$$

Rastavljanjem prijenosne funkcije za nagib (3-6) na karakteristične polinome, polinomi  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$  i  $B^-$  prikazani su jednadžbama (5-24), (5-25), (5-26) i (5-27). Regulator nagiba postavljen je s integralnim djelovanjem, jednadžba (5-28).

$$A^+ = s + 3.229 \quad (5-24)$$

$$A^- = s^2 - 0.06936 \cdot s + 0.41 \quad (5-25)$$

$$B^+ = s + 0.03622 \quad (5-26)$$

$$B^- = -47.24 \quad (5-27)$$

$$C(s) = s \quad (5-28)$$

Prema koracima postavljanja polinoma (slika 5.1.), vrijednosti polinoma R, S i T prikazani su jednadžbama (5-29), (5-30) i (5-31).

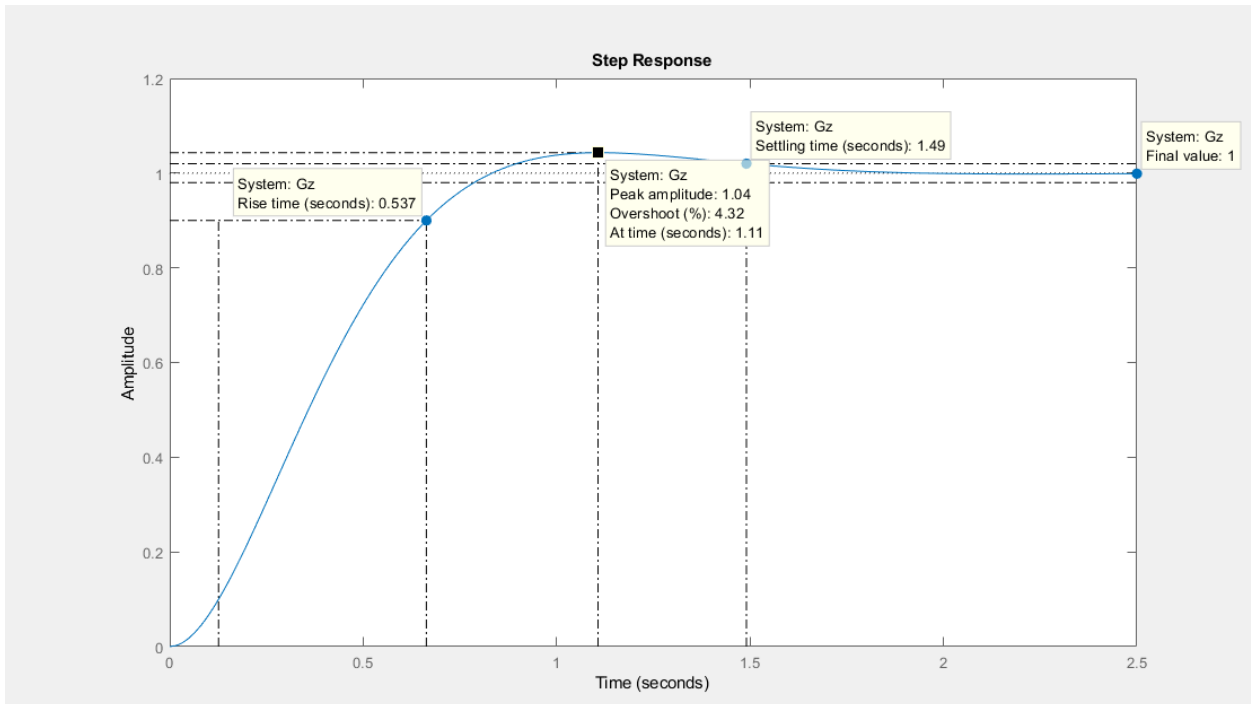
$$R = s \cdot (s + 0.03622) \cdot (s + 34.0105) \quad (5-29)$$

$$S = (s + 3.229) \cdot (-8.0006 \cdot s^2 - 33.2340 \cdot s - 67.7392) \quad (5-30)$$

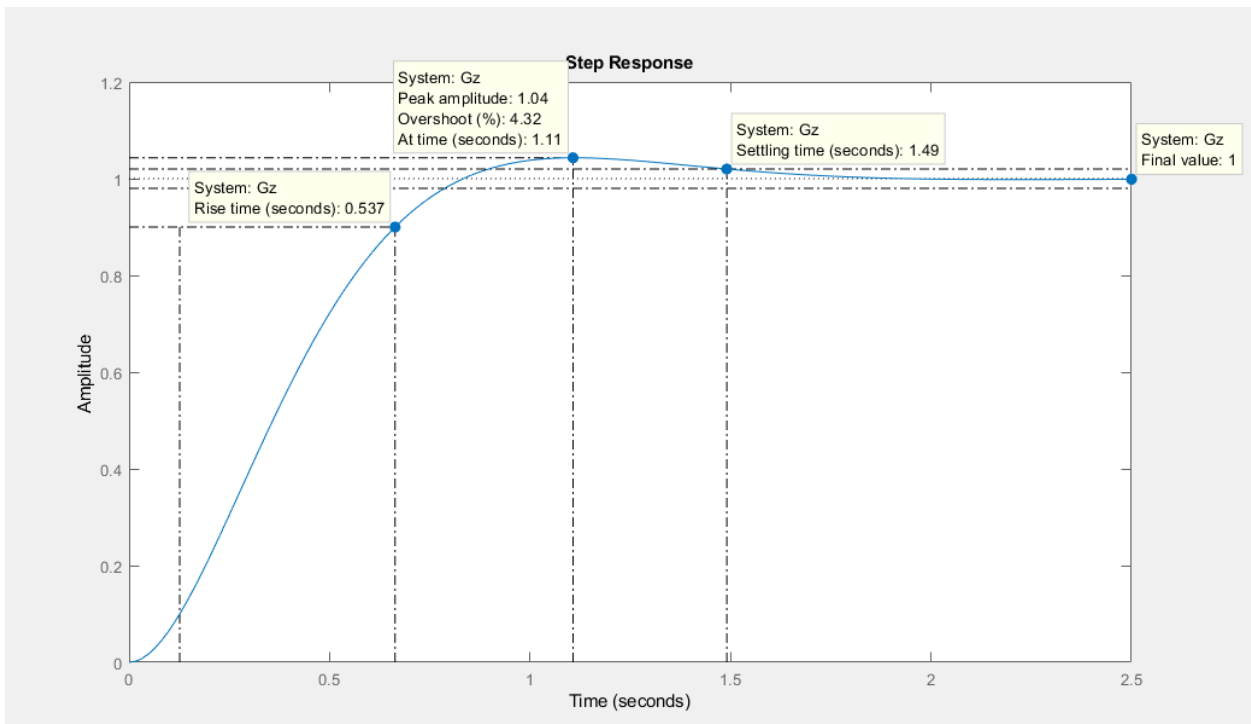
$$T = -0.33848 \cdot (s + 3.229) \cdot (s + 14.14)^2 \quad (5-31)$$

Sinteza regulatora postavljanja polova za brzinu prikazana je slikom 5.6., dok je sinteza regulatora postavljanjem polova za nagib prikazna slikom 5.7. Oba odziva prikazuju stabilan sustav, te im vrijeme porasta iznosi 0.537, dok maksimalno nadvišenje iznosi 4.32%. Vrijeme smirivanja se događa u 1.49 sekundi. Cilj je bio dobiti nadvišenje ne veće od 5% te za dobivanja polinoma R, S i T koristila se  $\zeta$  (zeta) koja iznosi 0.707 te  $ta_{,50}$  koji iznosi 0.5. Mijenjanjem  $ta_{,50}$  mijenjaju se koeficijenti  $s_0$ ,  $r_1$ ,  $r_0$  i samim time mijenja se maksimalno nadvišenje. Brzine sustava iznose 2.5

sekunde. Odzivi sustava za brzinu i nagib su jednaki, jer generalno dinamika sustava je u polovima, to jest u nazivniku prijenosne fukcije. Prijenosna funkcija za nagib i brzinu imaju iste prijenosne funkcije u nazivniku.



**Slika 5.6.** Prikaz odziva sustava brzine pomoću metode postavljanja polova



**Slika 5.7.** Prikaz odziva sustava nagiba pomoću metode postavljanja polova

<b>VISINA</b>	<b>Vrijeme porasta [s]</b>	<b>Vrijeme ustaljivanja [s]</b>	<b>Maksimalno nadvišenje [%]</b>	<b>Vrijeme max. nadvišenja [s]</b>	<b>Konačna vrijednost [m]</b>
PD-regulator	0,1762	1	4	0,4834	1
PD-regulator s prefilterom	0,438	1,15	4,45	0,925	0,4
Metoda postavljanja polova	0,1063	0,2989	4,5977	0,2204	1

<b>NAGIB</b>	<b>Vrijeme porasta [s]</b>	<b>Vrijeme ustaljivanja [s]</b>	<b>Maksimalno nadvišenje [%]</b>	<b>Vrijeme max. nadvišenja [s]</b>	<b>Konačna vrijednost [°]</b>
P-regulator, pojačanje 0.0615	0,1713	8,9639	915,8096	1,9355	0,0736
P-regulator, pojačanje 0.102	0,1648	11,8617	684	1,5899	0,116
PD-regulator	0,1259	10	821	1,7459	0
PID-regulator	0,1821	3,6642	51,6498	0,5109	1
PID-regulator s prefilterom	0,593	3,2098	0	10,0425	1
Metoda postavljanja polova	0,537	1,49	4,32	1,11	1

<b>BRZINA</b>	<b>Vrijeme porasta [s]</b>	<b>Vrijeme ustaljivanja [s]</b>	<b>Maksimalno nadvišenje [%]</b>	<b>Vrijeme max. nadvišenja [s]</b>	<b>Konačna vrijednost [m/s]</b>
P-regulator	0,0688	4,296	22	0,2785	0,999
PD-regulator	0,111	4	25	0,39	1
PID-regulator	0,0143	0,0876	19,3279	0,0364	1
PID-regulator s prefilterom	0,6877	1,2139	0	2,6955	0,00619
Metoda postavljanja polova	0,537	1,499	4,32	1,1149	1

**Tablica 5.1.** Prikaz svih rezultata za sve tipove regulatora i za metodu postavljanja polova

## 6. ZAKLJUČAK

Cilj ovoga rada bio je na temelju matematičkog modela helikoptera, projektirati sustav upravljanja visinom, nagibom i brzinom te ispitati razvijeni sustav upravljanja u programskom paketu *MATLAB-Simulink*. U radu su prikazane analize odziva sustava s različitim regulatorima projektiranim pomoću metoda KMK i postavljanjem polova kako bi se izvukli sljedeći zaključci o postignutoj kvaliteti upravljanja. Za sustav upravljanja visinom, regulator koji je dao stabilnost sustava bio je PD – regulator s pojačanjem od 0.221 i s maksimalnim nadvišenjem iznosa 43.7%. Regulator s prefilterom je dao manje nadvišenje iznosa 4.45%. Brzina odziva je veća pri čemu vrijeme porasta iznosi 0.438. Za sustav upravljanja nagibom, stabilnost sustava postignuta je sa sva tri regulatora, no s pomoću PID-regulatora i pojačanjem od 1.21 postiže se najbrži odziv s maksimalnim nadvišenjem iznosa 51.6%. Najsporiji odziv je postignut pomoću P-regulatora i to pri pojačanju od 0.0615 pri čemu je maksimalno nadvišenje 916%. Za upravljanje brzinom, pomoću sva tri regulatora postignuta je stabilnost, no pomoću PD- regulatora sustav je najbrži. Vrijeme porasta s PD-regulatorom iznosi 0.111 sekunde, a maksimalno nadvišenje 25%. Na temelju dobivenih rezultata simulacije može se zaključiti kako se pomoću PID-regulatora uklanja pogrešku u stacionarnom stanju. Ukoliko je relativni koeficijent prigušenja manji, tada je maksimalno nadvišenje veće i obratno. Kod sinteze postavljanjem polova, vrijeme smirivanja sustava upravljanja visinom iznosi 1 sekunde, dok u slučaju sustava za upravljanje brzinom i nagibom, vrijeme smirivanja iznosi 2.5 sekunde. Maksimalno nadvišenje kod sustava upravljanja visinom iznosi 4.6%, a kod sustava upravljanja brzinom i nagibom 4.32%. Odzivi sustava upravljanja brzinom i nagibom projektiranih metodom postavljanja polova su gotovo identični jer imaju u nazivniku iste prijenosne funkcije, a dinamika sustava se temelji na polovima.

## LITERATURA

- [1] Helikopter, <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=24852>, pristup ostvaren 16.9.2020
- [2] Osnovne konstrukcije helikoptera, <https://www.fsb.unizg.hr/zbozic/HELIKOPTERI%20SKRIPTA.pdf>, pristup ostvaren 15.3.2020.
- [3] A Thesis Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Master of Science [http://aar.faculty.asu.edu/pdf/theses/LCI\\_thesis.pdf](http://aar.faculty.asu.edu/pdf/theses/LCI_thesis.pdf), pristup ostvaren 10.4.2020.
- [4] Dinamički model helikoptera, [http://repozitorij.fsb.hr/1838/1/28\\_06\\_2012\\_Stevanovic\\_Diplomski\\_Rad.pdf](http://repozitorij.fsb.hr/1838/1/28_06_2012_Stevanovic_Diplomski_Rad.pdf), pristup ostvaren 4.6.2020.
- [5] Teorija leta helikoptera, Novak, Radisic, <https://www.fpz.unizg.hr/zan/wp-content/uploads/2013/02/Novak,%20Radisic%20-%20Teorija%20leta%20helikoptera%20-%20Prirucnik.pdf>, pristup ostvaren 25.7.2020.
- [6] Past pictures of the week, <https://www.saturdaynightuforia.com/html/pastpics23.html>, pristup ostvaren 17.3.2020.
- [7] NASA ayuda a disenar helicopteros, <https://www.voanoticias.com/tecnologia-ciencia/nasa-helicopteros-desarrolla-fuselaja-pruebas>, pristup ostvaren 18.3.2020.
- [8] Nova Republika, „Kako ohladiti usijane glave u NATO-u : Rusija naoružava svoju vojsku na granici s Europom, <http://www.novarepublika.cz/2016/12/jak-ochladit-horke-hlavy-v-nato-rusko.html>, pristup ostvaren 17.3.2020.
- [9] Lockheed Model 186 / CL-575 / XH-51 helicopter – development history, photos, technical data <https://www.pinterest.com/pin/252131279108452195/>, pristup ostvaren 22.3.2020.
- [10] Operativne karakteristike helikoptera, [https://www.sohu.com/a/129549115\\_465912](https://www.sohu.com/a/129549115_465912), pristup ostvaren 15.4.2020.
- [11] Presentacija s predavanja "Sinteza regulatora postavljen polova" – "Osnove automatskog upravljanja", pristup ostvaren 14.9.2020.
- [12] Materijali za ispit – "Osnove automatskog upravljanja ", pristup ostvaren 16.9.2020.

## SAŽETAK

U radu se obrađuje sinteza sustava upravljanja visinom, brzinom i nagibom helikoptera metodom krivulje mjesta korijena te metodom postavljanja polova. Opisan je povijesni razvoj, princip rada te osnovni modeli helikoptera. Dan je dinamički model helikoptera te prijenosne funkcije za visinu, brzinu i nagib. Sustavi projektirani navedenim metodama, analizirani su na temelju njihovih prijelaznih funkcija dobivenih simulacija pomoću programskog paketa *MATLAB*.

Ključne riječi: upravljanje helikopterom, sinteza regulatora, krivulja mjesta korijena, postavljanje polova.

## **ABSTRACT**

The work address the synthesis of the helicopter height, speed and pitch control system using the root locus method and the pole placement method. The historical development, the principle of operation and the basic models of helicopters are described. A dynamic helicopter model and transfer functions for altitude, speed and inclination are given. The systems designed by the considered methods were analyzed based on their transient functions obtained by simulations using the MATLAB software package.

Keywords: helicopter control, regulator synthesis, root locus plot method, pole placement method.



## ŽIVOTOPIS

Karla Križanac rođena je 21.10.1998. u gradu Požegi, u Republici Hrvatskoj. Školovanje započela 2005. godine u osnovnoj školi “Antun Kanižlić” u gradu Požegi. Kroz sve razrede osnovne škole bila odličan učenik. Godine 2013. upisala gimnaziju “Opća gimnazija Požega”, opći smjer. Tijekom srednjoškolskog obrazovanja prolazila s odličnim i vrlo dobrim uspjehom. Prisustovala brojnim natjecanjima iz predmeta matematike, fizike, informatike, povijesti te učlanjena u dramsku skupinu koja je 2015.godine završila na državnoj smotri. Na temelju položene državne mature, 2017. godine započela fakultetsko obrazovanje na sveučilištu u Osijeku na fakultetu “Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija”, smjer računarstvo. Tijekom srednjoškolskog i fakultetskog obrazovanja radila poslove u području ugostiteljstva, volontirala u udruzi “MI” te sudjelovala u timu organizacije festivala “Aurea Fest” u Požegi. Priča tečno dva strana jezika, engleski i njemački, koje je usavršila tijekom četverogodišnjeg srednjoškolskog obrazovanja. Vrlo komunikativna, timski igrač te sklona učenju novih stvari. Kroz fakultetsko obrazovanje, tijekom tri godine prediplomskog sveučilišnog studija, upoznala se s programskim jezicima poput HTML-a, CSS-a, Java-e, JavaScript-a, C, C++, C# koji se mogu ubrojiti pod vještine rada na računalu.

---

Potpis autora

## PRILOG

### P4.1. MATLAB skripta za definiranje prijenosnih funkcija za visinu, brzinu i nagib

```
2 - s = tf('s');
3 - G1 = (27.4*s^2 + 84.94*s + 1525) / (s^3 + 3.16*s^2 + 0.186*s + 1.324); %horizontalna prijenosna
4 - G2 = (-47.24*s - 1.711) / (s^3 + 3.16*s^2 + 0.186*s + 1.324); %prijenosna za nagib
5 - G3 = 340.1 / (s*(s - 0.346)); %vertikalna prijenosna;
```

### P4.2. MATLAB skripta za kreiranje krivulje mjesta korijena i odziv sustava za P, PD i PD s prefilterom za visinu

```
68 - VERTIKALNA PRIJENOSNA
69 - P regulator
70 - GO3 = G3; %otvoreni regulacijski krug
71 - zpk (GO3)
72 - rlocus (GO3);
73 - step (GO3);
74 - GZ3 = feedback (1*G3,1); %zatvoreni regulacijski krug
75 - step (GZ3);
76
77 - PD regulator
78 - pole(G3*1)
79 - GO3 = G3* (s+2.5)/ (s+2.5*5); %otvoreni regulacijski krug
80 - zpk(GO3)
81 - rlocus (GO3)
82 - GZ3 = feedback (0.221*(s+2.5) / (s+2.5*5)* G3,1); %zatvoreni regulacijski krug
83 - step (GZ3)
84
85 - PD s filterom
86 - Gpid_f = 1/ (s*2.5);
87 - GZ4 = GZ3 * Gpid_f;
88 - step (GZ4)
```

### P4.3. MATLAB skripta za kreiranje krivulje mjesta korijena i odziva sustava za P,PD, PID i PID s prefilterom za brzinu

```
6 - HORIZONTALNA PRIJENOSNA
7 - P_REGULATOR;
8 - pole(G1*1)
9 - GO1 = G1; %otvoreni regulacijski krug
10 - zpk (G1)
11 - rlocus (GO1)
12 - GZ1 = feedback (1*G1,1); %zatvoreni regulacijski krug
13 - step (GZ1);
14
15 - PD regulator
16 - zpk (GO1)
17 - pole(G1*1)
18 - GO1 = G1* ((s+3.229)/(s+10)); %otvoreni regulacijski krug
19 - rlocus (GO1)
20 - GZ1 = feedback (150*((s+3.2294)/(s+10))*G1,1); %zatvoreni regulacijski krug
21 - step (GZ1)
22
23 - PID regulator
24 - zpk (G1* 1)
25 - pole (G1*1)
26 - GO1 = (((s+3.229)*(s+50))/(s*(s+10))) * G1 * 1; %otvoreni regulacijski krug
27 - rlocus (GO1);
28 - GZ1 = feedback (3.07*(((s+3.229)*(s+50))/(s*(s+10))) * G1, 1); %zatvoreni regulacijski krug
29 - step (GZ1);

31 - PID s filterom
32 - Gpid_f = 1/ ((s+50) * (s+3.229));
33 - GZ2 = GZ1 * Gpid_f;
34 - step (GZ2)
```

#### P4.4. MATLAB skripta za kreiranje krivulje mjesta korijena i odziva sustava za P,PD, PID i PID s prefilterom za nagib

```
37 - PRIJENOSNA ZA NAGIB
38 - P regulator
39 - G02 = - G2; %otvoreni regulacijski krug
40 - zpk (G02)
41 - rlocus (G02)
42 - GZ2 = feedback (-0.102*G2,1); %zatvoreni regulacijski krug
43 - step (GZ2);
44
45 - PD regulator
46 - zpk (G02)
47 - G02 = - G2* ((s+3.2294)/ (s+10)); %otvoreni regulacijski krug
48 - rlocus (G02)
49 - GZ2 = feedback (0.206*((s+3.2294) / (s+10))* (-G2),1); %zatvoreni regulacijski krug
50 - step (GZ2)
51
52 - PID regulator
53 - zpk (G2* 1)
54 - pole (G2*1)
55 - G02 = (((s+3.2294)^2) / (s*(s+10))) * (-G2) * 1; %otvoreni regulacijski krug
56 - rlocus (G02);
57 - GZ2 = feedback (1.21*(((s+3.2294)^2) / (s*(s+10))) * (-G2), 1); %zatvoreni regulacijski krug
58 - step (GZ2)
59
60 - PID s filterom
61 - Gpid_f = 1/ ((s+3.229)^2);
62 - GZ3 = GZ2 * Gpid_f;
63 - step (GZ3)
```

#### P5.5. MATLAB skripta za sintezu regulatora postavljanjem polova za visinu

```
99 - VISINA
100 - G3 = 340.1 / (s*(s - 0.346));
101 - S = 27.28*s^2 + 568.07*s + 5763.01;
102 - T = 1.176*((s+70)^2);
103 - R = s*(s+168.346);
104 - H = minreal(T/R* feedback(G3,S/R));
105 - step(H)
```

## P5.6. MATLAB skripta za sintezu regulatora postavljanjem polova za brzinu

```
51 %bm0=Pminus(0)/Bminus(0)
52 bm0=wn^2/27.4;
53 %T=bm0*Aplus*Pplus
54 Tt=bm0*(s+3.229)*(s+alfa*zeta*wn)^(stup-2);
55
56 %racunanje zatvorenog kruga
57 Gz=minreal(Tt/Rr*feedback(B,Ss/Rr));
58 %step odziv zatvorenog kruga
59 step(Gz)
1 clear;
2 clc;
3
4 syms x s3 s2 s1 s0 r2 r1 r0;
5 s=tf('s');
6 BRZINA
7 B=27.4*(s^2+3.1*s+55.66)/((s+3.229)*(s^2-0.06936*s+0.41));
8
9 %karakteristicni polinomi
10 %polovi
11 Aplus=x+3.229; %kompezira se
12 Aminus=x^2-0.06936*x+0.41; %ne kompezira se
13 %nule
14 Bplus=x^2+3.1*x+55.66; %kompezira se
15 Bminus=26.4; %ne kompezira se
16
17 %uvdodenje integralnog djelovanja (ukoliko potrebno)
18 C=x;
19
20 %degS=degAminus+degC-1
21 S=s2*x^2+s1*x+s0;
22 %degR=degAplus-degBplus-degC+degS
23 R=r0;
24 %faktor prigusenja =0,707 => max. nadvisenje =5%
25 zeta=sqrt(2)/2;
```

```

26 %vrijeme izdizanja (proizvoljno)
27 ta=0.5;
28 wn=2/ta;
29
30 %degP=degAminus+degC+degR
31 stup=3; %degP
32 alfa=5; %proizvoljno
33
34 Pminus=x^2+2*zeta*wn*x+wn^2; %PT2 clan
35 Pplus=(x+alfa*zeta*wn)^(stup-2); %ostatak da se dobije potrebni stupanj P
36 P=Pminus*Pplus;
37
38 %Aminus*C*R+Bminus*S=P
39 koef=coeffs(Aminus*C*R+Bminus*S-P,x,'all');
40 rj=solve(koef==0,[s2 s1 s0 r0]);
41
42 s2=double(rj.s2);
43 s1=double(rj.s1);
44 s0=double(rj.s0);
45 r0=double(rj.r0);
46
47 %R=Bplus*c*R
48 Rr=(s^2+3.1*s+55.66)*s*(r0);
49 %S=Aplus*S
50 Ss=(s+3.229)*(s2*s^2+s1*s+s0);
51
52 %bm0=Pminus(0)/Bminus(0)
53 bm0=wn^2/27.4;
54 %T=bm0*Aplus*Pplus
55 Tt=bm0*(s+3.229)*(s+alfa*zeta*wn)^(stup-2);
56
57 %racunanje zatvorenog kruga
58 Gz=minreal(Tt/Rr*feedback(B,Ss/Rr));
59 %step odziv zatvorenog kruga
60 step(Gz)

```

## P5.7. MATLAB skripta za sintezu regulatora postavljanjem polova za nagib

```
1 clear;
2 clc;
3
4 syms x s3 s2 s1 s0 r2 r1 r0;
5 s=tf('s');
6 NAGIB
7 N= -47.24*(s+0.03622)/((s+3.229)*(s^2-0.06936*s+0.41));
8
9 %karakteristicni polinomi
10 %polovi
11 Aplus=x+3.229; %kompezira se
12 Aminus=x^2-0.06936*x+0.41; %ne kompezira se
13 %nule
14 Bplus=x+0.03622; %kompezira se
15 Bminus=-47.24; %ne kompezira se
16
17 %uvdodenje integralnog djelovanja (ukoliko potrebno)
18 C=x;
19
20 %degS=degAminus+degC-1
21 S=s2*x^2+s1*x+s0;
22 %degR=degAplus-degBplus-degC+degS
23 R=x+r0;
24 %faktor prigusenja =0,707 => max. nadvisenje =5%
25
26 zeta=sqrt(2)/2;
27 %vrijeme izdizanja (proizvoljno)
28 ta=0.5;
29 wn=2/ta;
30
31 %degP=degAminus+degC+degR
32 stup=4; %degP
33 alfa=5; %proizvoljno
34
35 Pminus=x^2+2*zeta*wn*x+wn^2; %PT2 clan
36 Pplus=(x+alfa*zeta*wn)^(stup-2); %ostatak da se dobije potrebni stupanj P
37 P=Pminus*Pplus;
38
39 %Aminus*C*R+Bminus*S=P
40 koef=coeffs(Aminus*C*R+Bminus*S-P,x,'all');
41 rj=solve(koef==0,[s2 s1 s0 r0]);
42
43 s2=double(rj.s2);
44 s1=double(rj.s1);
45 s0=double(rj.s0);
46 r0=double(rj.r0);
47
48 %R=Bplus*C*R
49 Rr=(s+0.03622)*s*(s+r0);
```

```

49 %S=Aplus*S
50 Ss=(s+3.229)*(s2*s^2+s1*s+s0);
51 %bm0=Pminus(0)/Bminus(0)
52 bm0=wn^2/(-47.24);
53 %T=bm0*Aplus*Pplus
54 Tt=bm0*(s+3.229)*(s+alfa*zeta*wn)^(stup-2);
55
56 %racunanje zatvorenog kruga
57 Gz=minreal(Tt/Rr*feedback(N,Ss/Rr));
58 %step odziv zatvorenog kruga
59 step(Gz)

```